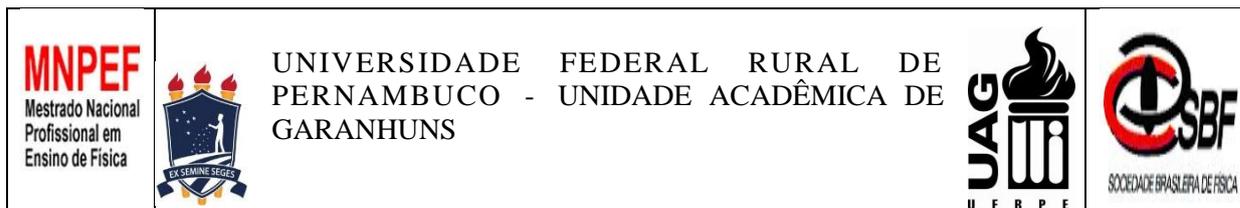


O ENSINO DA VELOCIDADE E ACELERAÇÃO INSTANTÂNEAS NAS  
PERSPECTIVAS ESCALAR E VETORIAL EM MOVIMENTOS RETILÍNEOS: UMA  
PROPOSTA PARA O 1º ANO DO ENSINO MÉDIO.

RONALDO JORGE CORRÊA FILHO

Garanhuns  
2016



O ENSINO DA VELOCIDADE E ACELERAÇÃO INSTANTÂNEAS NAS  
PERSPECTIVAS ESCALAR E VETORIAL EM MOVIMENTOS RETILÍNEOS: UMA  
PROPOSTA PARA O 1º ANO DO ENSINO MÉDIO.

RONALDO JORGE CORRÊA FILHO

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação da Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE), Unidade Acadêmica de Garanhuns (UAG), no Curso de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador: Prof. Dr. Caio Veloso Sátiro  
Co-orientadora: Dra. Conceição A. S. Mendonça

Garanhuns  
2016

Ficha Catalográfica

Setor de Processos Técnicos da Biblioteca Setorial UFRPE/UAG

C824e Corrêa Filho, Ronaldo Jorge

O ensino da velocidade e aceleração instantâneas nas perspectivas escalar e vetorial em movimentos retilíneos: uma proposta para o 1º ano do ensino médio / Ronaldo Jorge Corrêa Filho. - Garanhuns, 2016.

252 f. : il.

Orientador: Caio Veloso Sátiro  
Dissertação (Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física) - Universidade Federal Rural de Pernambuco - Unidade Acadêmica de Garanhuns, 2016.  
Inclui apêndice e bibliografias

CDD: 530.07

1. Física – Estudo e ensino
2. Ensino médio
3. Velocidade
- I. Sátiro, Caio Veloso
- II. Título

O ENSINO DA VELOCIDADE E ACELERAÇÃO INSTANTÂNEAS NAS  
PERSPECTIVAS ESCALAR E VETORIAL EM MOVIMENTOS RETILÍNEOS: UMA  
PROPOSTA PARA O 1º ANO DO ENSINO MÉDIO.

RONALDO JORGE CORRÊA FILHO

Orientador: Prof. Dr. Caio Veloso Sátiro  
Co-orientadora: Profa. Dra. Conceição A. S. Mendonça

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação da Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE), Unidade Acadêmica de Garanhuns (UAG), no Curso de Mestrado Profissional de Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física

Aprovada por:

---

Prof. Dr. Caio Veloso Sátiro.

---

Profa. Dra. Conceição Aparecida Soares Mendonça.

---

Prof. Dr. Wellington Romero Serafim Freire.

---

Profa. Dra. Heloisa Flora Brasil Nóbrega Bastos

Dedico esta Dissertação

A *Jesus Cristo*, pelo seu Cuidado e Amor a todo tempo.

À minha amada esposa,

*Cynthia R. dos S. Monteiro J. Corrêa*, mulher da minha vida.

Aos frutos desse amor: *Laura e Tiago*.

À minha querida irmã: *Raquel*.

Aos meus pais, *Ronaldo Jorge Corrêa*

e *Cleonice Andrade Jorge Corrêa*, pelo amor

e estímulo dados, entendendo que um dos maiores legados é a Educação.

À *Profa. Dra. Conceição Aparecida Soares Mendonça*, inspiração para a minha vida

profissional e pessoal.

Aos alunos, razão de ser desta Dissertação.

## Agradecimentos

À *Profa. Conceição Aparecida Soares Mendonça*, pela sua sabedoria, paciência e por tanta dedicação a esta Dissertação.

Ao *Prof. Caio Veloso Sátiro* pela sua educação e por ter acreditado em mim, desde o começo do Mestrado.

Ao *Prof. Alberto Einstein Pereira de Araújo*, por ter posto em prática o Mestrado e assim ter contribuído para a realização de meu sonho.

Ao *Prof. Marco Antônio Moreira*, por acreditar que a escola deve promover uma aprendizagem significativa e crítica.

Ao *Prof. Carlindo Vitoriano dos Santos Junior*, que me deixou mais apaixonado pela Física.

Ao *Prof. Marinho*, meu amigo, conselheiro, grande mestre e amante da educação. Com a sua vida, ele me mostrou que vale a pena crer de corpo, alma e entendimento em Jesus Cristo. Sou eternamente grato.

A todos os meus professores do Mestrado. Sou um professor melhor, graças a eles.

A todos os meus amigos do Mestrado, que, nas caronas, debates em sala de aula e congressos, conversas e reuniões de estudo, engrandeceram-me significativamente. Entre várias frases inesquecíveis para mim, nas aulas do Mestrado, destaco uma: *“Para ensinar, precisamos exercer algo simples: o Bom trato”* (Mário de Souza).

Aos meus amigos: Angeline Santos, Fernanda Isis, Everton Marques, Jamesson Marcelino, Jairo Santos, Cleidson Jambo e Alexandre Baú, por tanta colaboração. São verdadeiros exemplos de amor ao próximo.

A todas as pessoas que direta ou indiretamente contribuíram para realização deste projeto.

À CAPES pelo apoio financeiro por meio da bolsa concedida.

“O conselho da sabedoria é: Procure obter sabedoria; use tudo o que você possui para adquirir entendimento” (Provérbios 4:7).

## RESUMO

A rejeição à Cinemática, no 1º ano do Ensino Médio, em geral, é expressiva, especificamente, os conteúdos de velocidade e aceleração instantâneas os quais são, frequentemente, negligenciados ou ensinados de forma mecânica no primeiro ano do Ensino Médio. Além da memorização sobre a notação de limites ou regras de derivação sem significado para o aluno, em relação aos conceitos de velocidade e aceleração instantâneas, percebe-se que o foco das aulas e de muitos livros texto de Cinemática do Ensino Médio está em resoluções de questões com exageros matemáticos e vinculadas a situações descentralizadas do cotidiano do aluno. O objetivo geral deste trabalho foi analisar como se deu o processo de aprendizagem dos conteúdos de velocidade e aceleração instantâneas em uma perspectiva escalar e vetorial em movimentos retilíneos, onde foram criadas situações de aprendizagem potencialmente significativas com base na Teoria da Aprendizagem Significativa, que é apropriada para auxiliar tanto o ensino, como as pesquisas sobre o ensino, em particular de conteúdos da Física pertinentes a este trabalho, que norteou a análise dos dados, com os aportes da Aprendizagem Significativa Crítica de Moreira. Os participantes foram alunos dos primeiros anos do Ensino Médio do IFAL, Campus Santana do Ipanema. O ensino se deu através de um curso extracurricular que contou com dezenove encontros, onde diversos registros de dados foram utilizados: entrevistas; *pré-testes*; fotografias de placas de trânsito; mapas conceituais; atividades avaliativas com consulta; vídeo elaborado por um aluno; rede social *WhatsApp*; painéis e quadros informativos elaborados pelos alunos; embalagens de diversos produtos; atividades lúdicas; prova final individual e diário de bordo. Como sugestões para trabalhos futuros, apresenta-se aqui o produto que foi desenvolvido neste trabalho tanto para o professor ensinar quanto para o aluno aprender estratégias e situações de aprendizagem que possibilitem a aquisição de significados para aprender a aprender.

Palavras-chave: Ensino de Cinemática. Velocidade Instantânea. Aceleração Instantânea. Aprendizagem Significativa. Primeiro Ano do Ensino Médio.

## ABSTRACT

The rejection of the kinematics in the first year of high school is significant in general, specifically the contents of speed and instant acceleration which are often neglected or taught in a mechanical way in the first year of high school. Besides the memorization of the rating limits or the use of derivation rules, meaningless to the students, in relation to the concepts of speed and instant acceleration, it is realized that the focus of the classes and of many kinematics textbooks for high school is on resolutions of calculus with mathematical exaggerations linked to decentralized situations from the student's daily life. The overall aim of this study was to analyze how the learning process of the instant speed and acceleration content in a scalar and vectoring perspective in rectilinear movements happened, as potentially significant learning situations were created based on the Theory of Meaningful Learning, which is suitable to assist both teaching and researching on teaching, in particular the physics contents covered in this research, which guided the data analysis through the critical meaningful learning theory of Moreira. The participants were high school students at IFAL - Campus Santana do Ipanema. Data collection was carried out through an extracurricular course held in nineteen meetings. Several data collection instruments were used: interviews; pretests; photographs of traffic signs; concept maps; evaluation activities with consultation; a video prepared by a student; the social network WhatsApp; panels and bulletin boards prepared by students; packages of various products; recreational activities; individual written test; diaries. As suggestions for future works, we present the product developed in this research both for the teacher to teach and for the students to learn strategies and learning situations that allow the acquisition of meanings to learn how to learn.

*Keywords:* kinematics Teaching. Instant Speed. Instant Acceleration. Meaningful Learning. First year of high school.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Mapa Conceitual de aluno B1.....	88
Figura 2 – MC após o estudo de Binômio aluno B5.....	89
Figura 3 – Mapa Conceitual dos alunos A1 e B4.....	89
Figura 4 - Mapa Conceitual dos alunos A6 e B6.....	90
Figura 5 - Mapa Conceitual dos alunos A8 e A9.....	90
Figura 6 - Mapa Conceitual dos alunos A4 e A7.....	91
Figura 7 - Mapa Conceitual dos alunos A2, A3 e B6.....	91
Figura 8 - Mapa Conceitual do aluno A3.....	106
Figura 9 - Mapa Conceitual do aluno A6.....	107
Figura 10 - Mapa Conceitual do aluno A7.....	108
Figura 11 - Mapa Conceitual do aluno B1.....	108
Figura 12 - Mapa Conceitual 1 e 2 dos alunos A1 e B3.....	137
Figura 13 - Mapa Conceitual 1 e 2 dos alunos A2 e A3.....	138
Figura 14 - Mapa Conceitual 1 e 2 dos alunos A4 e A6.....	140
Figura 15 - Mapa Conceitual 1 e 2 dos alunos A5 e A7.....	141
Figura 16 - Mapa Conceitual 1 e 2 dos alunos B1 e B2.....	143

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Categorização das respostas: Por que você quer fazer esse curso de Física?.....	52
Tabela 2 – Categorização das respostas do 1º pré-teste: O que é unidade de medida?.....	55
Tabela 3 - Categorização das respostas do 1º pré-teste: O que é grandeza física?.....	56
Tabela 4 - Categorização das respostas do 1º pré-teste: O que significa a sigla SI?.....	57
Tabela 5(a) - Categorização das respostas do 1º pré-teste: Ocorre alteração em um valor original quando o multiplicamos por 1?.....	58
Tabela 5(b) - Categorização das respostas do 1º pré-teste: Porquê de não se alterar um valor quando o multiplicamos por 1?.....	58
Tabela 6 - Categorização das respostas do 1º pré-teste: Cite duas relações entre unidades de medida que você conhece. ....	59
Tabela 7(a) - Categorização das respostas do 1º pré-teste: Você sabe transformar 36km/h em m/s?.....	59
Tabela 7(b) - Categorização das respostas do 1º pré-teste: O método utilizado pelo aluno para transformar km/h em m/s. ....	60
Tabela 8 - Categorização das respostas do 1º pré-teste: Dificuldades encontradas no aprendizado da Física em anos anteriores?.....	61
Tabela 9 - Categorização das respostas do 2º pré-teste: O que é um Binômio?.....	66
Tabela 10(a) - Categorização das respostas do 2º pré-teste: Sabem desenvolver as expressões $(x + 3)^2$ ou $(x + 5)^3$ ?.....	66
Tabela 10(b) - Categorização das respostas do 2º pré-teste: Desenvolvimento das expressões $(x + 3)^2$ ou $(x + 5)^3$ .....	67
Tabela 11 - Categorização das respostas do 2º pré-teste: O que é Binômio de Newton?.....	67
Tabela 12 - Categorização das respostas do 2º pré-teste: Significado da palavra infinitesimal?.....	68
Tabela 13 - Categorização das respostas sobre: Onde encontrar aplicações ou situações do conceito de velocidade?.....	77
Tabela 14 - Categorização das respostas do 3º pré-teste: O que é acelerar?.....	97
Tabela 15 - Categorização das respostas do 3º pré-teste: a luz é pouco, média ou muito acelerada...?.....	97
Tabela 16 - Categorização das respostas do 3º pré-teste: O que significa uma aceleração constante de $10 \text{ m/s}^2$ ?.....	98
Tabela 17 - Categorização das respostas do 3º pré-teste: O que acontece com um corpo quando ele é jogado para cima?.....	99
Tabela 18 - Categorização das respostas do 3º pré-teste: O que é inércia?.....	99

Tabela 19 - Categorização das respostas do 4º pré-teste: Qual a diferença entre direção e sentido?.....	118
Tabela 20 - Categorização das respostas do 4º pré-teste: A velocidade é 30 m/s. Você entendeu essa informação?.....	119
Tabela 21 - Categorização das respostas do 4º pré-teste: O que é vetor?.....	120
Tabela 22- Categorização das respostas do 4º pré-teste: Você sabe utilizar o Teorema de Pitágoras?.....	120
Tabela 23 - Categorização das respostas da prova final, 1º questão: O que eles entendem por unidade de medida?.....	154
Tabela 24 - Categorização das respostas da prova final, 2º questão: O que eles entendem por grandeza física?.....	154
Tabela 25 - Categorização das respostas da prova final, 3º questão: Qual o nome dado ao conjunto de unidades padronizadas mais utilizadas no campo científico?.....	155
Tabela 26 - Categorização das respostas da prova final, 4º questão: Quais os significados dados pela cinemática a duas placas de trânsito que estão na mesma unidade?.....	156
Tabela 27 - Categorização das respostas da prova final, 5º questão: Quais as unidades padronizadas, no campo científico, para o comprimento, tempo, velocidade, aceleração e massa?.....	156
Tabela 28 - Categorização das respostas da prova final, 6º questão: O que eles entendem a respeito do método de transformação de unidades que utiliza a multiplicação por 1?.....	157
Tabela 29 - Categorização das respostas da prova final, 7º questão: Transformar unidades de uma das medidas de distância, em km, de uma placa de trânsito, para metro.....	158
Tabela 30 - Categorização das respostas da prova final, 8º questão: Transformação de unidades para a grandeza velocidade, de km/h para m/s.....	159
Tabela 31 - Categorização das respostas da prova final, 9º questão: Identificação de algum possível erro na grafia da unidade de medida em uma placa, segundo as normas de SI.....	160
Tabela 32 - Categorização das respostas da prova final, 10º questão: O que eles entendem a respeito da diferença entre os conceitos de infinito e infinitésimo.....	160
Tabela 33 - Categorização das respostas da prova final, 11º questão: Qual a indicação da posição de uma placa, após um carro passar por uma placa que indica a posição “S” e ter percorrido um infinitésimo de distância durante em movimento retilíneo?.....	161
Tabela 34 - Categorização das respostas da prova final, 12º questão: Desenvolvimento do Binômio de Newton $(a + b)^3$ .....	162
Tabela 35 - Categorização das respostas da prova final, 13º questão: Desenvolvimento do Binômio de Newton que contém um elemento infinitesimal.....	163

Tabela 36 - Categorização das respostas da prova final, 14 <sup>o</sup> questão: Qual o significado da velocidade instantânea?.....	164
Tabela 37 - Categorização das respostas da prova final, 15 <sup>o</sup> questão: Como encontrar a expressão da velocidade escalar instantânea, a partir de uma equação polinomial horária da posição?.....	165
Tabela 38 - Categorização das respostas da prova final, 16 <sup>o</sup> questão: Percepção de algum conceito físico expresso na placa de trânsito do enunciado.....	165
Tabela 39 - Categorização das respostas da prova final, 17 <sup>o</sup> questão: Classificação dos movimentos retilíneos em (MU), (MV), ou (MUV), a partir dos valores das velocidades instantâneas.....	166
Tabela 40 - Categorização das respostas da prova final, 18 <sup>o</sup> questão: Aceleração da luz.....	167
Tabela 41 - Categorização das respostas da prova final, 19 <sup>o</sup> questão: Nome que a propriedade que os corpos têm em resistir à mudança de velocidade, estando um carro parado ou em movimento, sem mudar a posição do ponteiro do velocímetro.....	168
Tabela 42 - Categorização das respostas da prova final, 20 <sup>o</sup> questão: Como encontrar a expressão da aceleração escalar instantânea, a partir de uma equação polinomial horária da velocidade?.....	168
Tabela 43 - Categorização das respostas da prova final, 21 <sup>o</sup> questão: Quais as características vetoriais indicadas pela placa de trânsito do enunciado?.....	169
Tabela 44 - Categorização das respostas da prova final, 22 <sup>o</sup> questão: Explicação da afirmação “todo versor é um vetor, mas nem todo vetor é um versor”.....	170
Tabela 45 - Categorização da prova final, 23 <sup>a</sup> questão: Quais as características do vetor velocidade $\vec{v} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$ , sabendo que os versores $\hat{i}$ e $\hat{j}$ são versores da horizontal e da vertical?.....	170
Tabela 46 - Categorização da prova final, 24 <sup>a</sup> questão: Se o movimento de um carro, no instante 1 s, a partir da expressão da velocidade vetorial instantânea $\vec{v} = t^6\hat{i}$ , sabendo que $\hat{i}$ é o versor base da horizontal, é acelerado ou retardado?.....	172
Tabela 47 - Categorização da prova final, 25 <sup>a</sup> questão: Como encontrar a expressão vetorial do vetor aceleração instantânea, a partir da expressão vetorial do vetor posição $\vec{S} = t^{10}\hat{j}$ , onde $\hat{j}$ é o versor base da vertical?.....	173

# SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	14
<b>2 REVISÃO DE LITERATURA</b> .....	19
2.1 SÍNTESES DOS ARTIGOS REVISADOS .....	20
2.2 COMENTÁRIOS DO AUTOR SOBRE OS ARTIGOS REVISADOS .....	27
<b>3 AS CORRENTES FILOSÓFICAS</b> .....	29
3.1 A TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA NA CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO.....	30
3.2 OS MAPAS CONCEITUAIS COMO ESTRATÉGIA FACILITADORA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA.....	35
3.3 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA CRÍTICA NA ÓTICA DE MOREIRA .....	36
<b>4 METODOLOGIA</b> .....	42
4.1 A PESQUISA QUALITATIVA COMO REFERENCIAL METODOLÓGICO NO ENSINO.....	43
4.2 A ESCOLHA DO LOCAL DE REALIZAÇÃO DA PESQUISA.....	44
4.3 O PÚBLICO, O CONTEXTO .....	45
4.4 INSTRUMENTOS UTILIZADOS PARA A COLETA DOS DADOS.....	45
4.5 AS CATEGORIAS DE ANÁLISES.....	48
4.6 A ESCOLHA DOS CONTEÚDOS VELOCIDADE E ACELERAÇÃO INSTANTÂNEAS.....	49
4.7 O SIGNIFICADO DO PRODUTO EDUCACIONAL DESENVOLVIDO .....	50
4.8 A IMPORTÂNCIA DE APRENDER VELOCIDADE E ACELERAÇÃO INSTANTÂNEAS.....	50
<b>5 DESCRIÇÃO DOS ENCONTROS, ANÁLISE QUALITATIVA E DISCUSSÃO DOS DADOS</b> .....	52
<b>6 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	176
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	182
<b>APÊNDICE A - 1º PRÉ- TESTE</b> .....	187

<b>APÊNDICE B - 2º PRÉ- TESTE.....</b>	<b>189</b>
<b>APÊNDICE C - SITUAÇÕES DE APRENDIZAGEM, EM GRUPO, PARA INICIAR O CONTEÚDO VELOCIDADE ESCALAR INSTANTÂNEA.....</b>	<b>190</b>
<b>APÊNDICE D - 3º PRÉ- TESTE.....</b>	<b>191</b>
<b>APÊNDICE E - 4º PRÉ- TESTE.....</b>	<b>193</b>
<b>APÊNDICE F - FOTOS DE ATIVIDADES DE APRENDIZAGEM.....</b>	<b>194</b>
<b>APÊNDICE G - ATIVIDADE AVALIATIVA COM CONSULTA.....</b>	<b>196</b>
<b>APÊNDICE H - TEXTOS ELABORADOS PELOS ALUNOS.....</b>	<b>198</b>
<b>APÊNDICE I - PROVA FINAL.....</b>	<b>200</b>
<b>APÊNDICE J – LIVRETO.....</b>	<b>204</b>

Neste capítulo será feita uma breve introdução do ensino com foco na teoria da aprendizagem significativa, relatando a experiência do autor, enquanto aluno e docente, apresentando a contextualização do estudo, o questionamento que o levou ao estudo desse conteúdo, o objetivo geral seguido dos objetivos específicos e o modo como está organizada esta dissertação.

## 1 INTRODUÇÃO

Ensinar conceitos de Física na perspectiva ausubeliana, procurando oferecer condições para que os alunos aprendam, não foi uma tarefa fácil. De início, percebeu-se que não existe uma receita, tampouco uma fórmula capaz de atender todas as demandas que implicam o processo de ensino, de modo a superar todas as dificuldades de aprendizagem dos alunos. O que chamou a atenção do autor desta dissertação na teoria da aprendizagem significativa foram as possibilidades que essa teoria oferece, como por exemplo, é uma teoria escrita para sala de aula, é centrada no aluno, e tem como a variável mais importante os conhecimentos prévios. Então, o docente se sentiu diante de um laboratório humano, a sala de aula dele. Diante desse contexto, Mendonça (2012, p. 58) relata que:

O ensino, quando realizado na perspectiva da teoria da aprendizagem significativa, tem grande potencial de contribuir para que o aluno habitue-se a expor suas ideias, criar, opinar e discutir, ou seja, a se encarregar ele próprio de construir significados pessoais a partir das experiências que vive. Estes aspectos possibilitam ao sujeito tornar-se eficiente na construção do próprio conhecimento e são fundamentais para a sua valorização (e inserção) social como indivíduo, contribuindo para o incremento da sua autoestima e autonomia.

As pessoas pensam, sentem e agem. O conjunto dessas experiências cognitivas, afetivas e psicomotoras integra a aprendizagem significativa, o que leva ao engrandecimento humano Novak (1985); Moreira (1999, 2011a). Diante disso, o anseio foi dar voz aos alunos do primeiro ano do Ensino Médio, motivando-os a tornarem-se ativos e participativos para aprender Cinemática, especificamente a velocidade e aceleração instantâneas, a partir do que eles já sabem. Foi desse modo que fundamentou-se na Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de Ausubel, Novak e Hanesian (1980) o planejamento, a construção e o desenvolvimento deste

trabalho, no contexto do Ensino de Física. Nesse contexto, Mendonça (2012, p. 97) descreve:

[...] favorecer a aprendizagem significativa deve considerar as condições específicas que foram apresentadas e por isso deve ser planejado, desenvolvido e avaliado considerando a inter-relação entre aluno, professor, conhecimento, contexto e avaliação, que compõem os cinco elementos do evento educativo. Outro fato de suma importância é a relação entre o que se considera importante aprender e o que o aluno já sabe sobre o tema em questão, isto é, os conhecimentos prévios que ele possui.

Porém, planejar o ensino dentro dos princípios ausubelianos requer do professor a construção de um material de ensino potencialmente significativo. Para alcançar este objetivo, o professor deve organizar e, se for necessário, reorganizar o conteúdo a ser estudado contemplando os princípios da diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa (MOREIRA, 2006a; MOREIRA; MASINE, 2001). Ainda nesse contexto, outro fato pertinente é a relação entre o que se considera importante aprender e o que o aluno já sabe sobre o tema em questão, isto é, os conhecimentos prévios que ele possui. Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p. 9), esclarecem bem isso, quando dizem que:

Os professores devem decidir o que é importante ensinar aos seus alunos. Discernir os conteúdos principais a serem aprendidos e dosar adequadamente a transmissão de informações, decidindo sobre a quantidade adequada e o grau de dificuldade das tarefas de aprendizagem.

Com base na explicação de Ausubel e colaboradores, entende-se que o importante não é a quantidade de informações a ser aprendida, mas sim que sejam compartilhadas as ideias principais do tema em estudo.

Enquanto aluno do ensino médio e durante os 15 anos de docência, nos Ensinos Fundamental e Médio de escolas particulares e públicas, foi inevitável perceber que alguns autores (DOCA; BISCOULA; BÔAS, 2013; SILVA, BARRETO FILHO, 2010; FUKE e YAMAMOTO, 2010; DOCA, BISCOULA e BÔAS, 2007; RAMALHO JUNIOR, FERRARO e SOARES, 2009; FUKUI, MOLINA e SANTIAGO, 2009; SANT'ANNA, et al, 2010; SAMPAIO e CALÇADA, 2003; BONJORNIO, BONJORNIO, BONJORNIO e RAMOS, 1999; SAMPAIO e CALÇADA, 1998; PORTO e RÊGO, 2009; ANJOS, 2005; CARRON; GUIMARÃES, 2002; SOARES e FERRARO, 1981; BONJORNIO e RAMOS, 1992; BONJORNIO, BONJORNIO, BONJORNIO e

RAMOS, 2005) de livros texto de Física para o Ensino Médio abordam os conteúdos velocidade instantânea e aceleração instantânea através da expressão matemática que envolve a notação de Limite, ou da definição formal de Limite de funções, ou da memorização de regras de derivação, ou apenas pela explicação da função de um velocímetro. Considera-se que essas abordagens dificultam o aprendizado dos alunos do primeiro ano do Ensino Médio e corroboram para que seus professores negligenciem o ensino da velocidade e aceleração instantâneas.

Os conteúdos da Cinemática, especificamente, velocidade e aceleração instantâneas são, em geral, negligenciados ou ensinados de forma mecânica no primeiro ano do Ensino Médio. Além da decoreba de definições e fórmulas, muitas vezes por frases pejorativas, percebe-se que o foco das aulas de Cinemática está em resoluções de questões com exageros matemáticos e vinculadas a situações deslocadas do cotidiano do aluno, conforme discutem em seus trabalhos Lima (2012) e Fernandes e Vianna (2011). Embora a Cinemática descreva os movimentos sem se preocupar com as causas, essa descrição requer questionamentos, análises e reflexões.

A partir da observação enquanto ainda aluno do nível médio e da experiência de 15 anos como professor de Física nos ensinos Fundamental e Médio, foi possível adquirir informações necessárias para pesquisar e contribuir com novos métodos para o ensino da Física no primeiro ano do Ensino Médio. Assim, elaborou-se o seguinte questionamento da pesquisa: Como se deu o processo de aprendizagem significativa sobre os conteúdos da Cinemática, especificamente, velocidade e aceleração instantâneas em uma perspectiva escalar e vetorial em movimentos retilíneos, com os alunos dos primeiros anos do Ensino Médio, do Instituto Federal de Alagoas, Campus Santana do Ipanema?

Nesse contexto, partindo do questionamento principal, o objetivo geral é analisar como se deu o processo de aprendizagem dos conteúdos de velocidade e aceleração instantâneas em uma perspectiva escalar e vetorial em movimentos retilíneos com os alunos dos primeiros anos do Ensino Médio, do Instituto Federal de Alagoas, Campus Santana do Ipanema. Para alcançar este objetivo geral, apresentam-se os seguintes objetivos específicos:

- Descrever os conteúdos que alicerçam o ensino da Cinemática, especificamente, velocidade e aceleração instantâneas em uma perspectiva escalar e vetorial em movimentos retilíneos;
- Indicar com base nos resultados obtidos do processo de aprendizagem realizado, as possibilidades criadas para facilitar a aprendizagem significativa dos conteúdos de velocidade e aceleração instantâneas em uma perspectiva escalar e vetorial em movimentos retilíneos, na disciplina de Física;
- Propor a construção de mapas conceituais;
- Analisar por meio das entrevistas a visão dos alunos sobre o curso e os conteúdos estudados.

O produto final deste Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física é um livreto, que se encontra no **Apêndice J**. Esse produto foi desenvolvido tanto para o professor ensinar quanto para o aluno aprender estratégias e situações de aprendizagem que possibilitem a aquisição de significados para aprender a aprender.

Esta dissertação está organizada em seis capítulos. No **capítulo 1**, uma breve introdução do ensino com foco na teoria da aprendizagem significativa, relatando a experiência do autor, enquanto aluno e docente, apresentando a contextualização do estudo, o questionamento que levou ao estudo desse conteúdo, o objetivo geral seguido dos objetivos específicos e o modo como está organizada esta Dissertação. No **capítulo 2**, descreve-se a Revisão de Literatura, enfocando as pesquisas que envolvem temas da Cinemática no Ensino de Física, especificamente, quanto aos conceitos de velocidade instantânea, aceleração instantânea e conteúdos afins. No **capítulo 3**, é apresentado o Marco teórico da Teoria da Aprendizagem Significativa, focalizando correntes filosóficas que subjazem as teorias de aprendizagem, a teoria da aprendizagem significativa na construção do conhecimento, os mapas conceituais como estratégia facilitadora da aprendizagem significativa e a aprendizagem significativa crítica na ótica de Moreira. No **capítulo 4**, está delineada a Metodologia, abrangendo a pesquisa qualitativa como referencial metodológico no ensino, a escolha do local de realização da pesquisa, o Público e o Contexto, instrumentos utilizados para a coleta dos dados, as categorias de análises, a escolha dos conteúdos

velocidade e aceleração instantâneas nas perspectivas escalar e vetorial em movimentos retilíneos, o significado da importância do produto final que deu origem a esta dissertação. Ainda nesse capítulo, incluiu-se a produção de índices numéricos a partir dos registros categorizados, de modo que se possam fazer comparações descritivas da categorização da pergunta feita na ficha de inscrição, dos pré-testes, de situações de aprendizagem, da prova final e das entrevistas. A intenção de obter esses índices numéricos não foi aplicar estatística ao estudo, e sim dar um enfoque sobre a visão do autor/pesquisador para cada um deles. No **capítulo 5**, encontram-se os resultados, mostrando como se deu a intervenção, a análise qualitativa dos resultados e a discussão dos dados que permeiam os dezenove encontros com base no referencial teórico e na revisão da literatura. No **capítulo 6**, são apresentadas as considerações finais e sugestões para trabalhos futuros.

**N**este capítulo será apresentada a Revisão de Literatura com a finalidade de identificar o que já foi publicado em revistas especializadas no ensino de Física sobre temas que envolvem o ensino da Cinemática, especificamente os conceitos de velocidade instantânea, aceleração instantânea e conteúdos afins.

## **2 REVISÃO DE LITERATURA**

Inicialmente, o que levou o autor desta dissertação a pesquisar sobre o ensino de conceitos específicos da Cinemática (velocidade instantânea e aceleração instantânea em uma perspectiva escalar e vetorial em movimentos retilíneos) foi uma observação, quando ainda aluno do ensino médio, a respeito da inquietação de um professor sobre como era abordado o conteúdo velocidade instantânea nos livros de Física do Ensino Médio. Ele disse que o conteúdo velocidade instantânea estava escrito de maneira confusa: “velocidade instantânea é um chute nos livros de Cinemática”. Devido à inquietação, ele ignorou esse conteúdo e passou para outro tópico. Enquanto docente, durante quinze anos em sala de aula, no ensino de Física, nas várias escolas da rede pública e particular, foi observado que muitos livros e apostilas sobre Cinemática abordam os conceitos específicos já citados, com ênfase na memorização de uma definição, nos cálculos e fórmulas, muitas vezes, sem a interação com o cotidiano do aluno.

Diante desse conjunto, assumiu-se a importância do referencial teórico adotado nesta dissertação, por estar relacionado à forma de ensinar no contexto da matéria de ensino. Decidiu-se pesquisar em três revistas especializadas em Ensino de Física, que se encontram no site da Sociedade Brasileira de Física (Revista Brasileira de Ensino em Física e Física na Escola) no site da Universidade Federal de Santa Catarina (Caderno Brasileiro de Ensino em Física), trabalhos publicados sobre os temas que envolvem o ensino da Cinemática, especificamente os conceitos de velocidade instantânea, aceleração instantânea, e conteúdos afins. A revisão feita durante os últimos vinte e três anos nas três revistas citadas encontrou 14 artigos. Destes, 13 artigos abordaram conteúdos afins com a proposta da pesquisa e, apenas um especificamente abordava conteúdos sobre a velocidade média e instantânea no ensino médio. A seguir, encontram-se as revisões dos artigos selecionados.

## 2.1 SÍNTESE DOS ARTIGOS REVISADOS

Gaspar (1994) relata que o ensino da Cinemática nos cursos de Física do ensino médio tem recebido sérias restrições de alguns pesquisadores da área. Descreveu que um destes pesquisadores, durante a abertura do X SNEF (Simpósio Nacional de Ensino de Física) argumentou que a Cinemática tem pouco a ver com a Física e não exige a compreensão de seus princípios básicos. Para Gaspar, as restrições ao ensino da Cinemática no ensino médio se agravam pela má qualidade da abordagem que dela se faz em grande parte dos livros didáticos, sobretudo em relação ao seu caráter vetorial, que muitas vezes é visto com pouco rigor ou ensinado de forma incorreta para as grandezas posição, velocidade e aceleração; textos repletos de problemas repetitivos e irreais, abrangendo, frequentemente, todo o primeiro ano do ensino médio. Porém, destaca que há fortes razões que justificam o estudo da Cinemática, dentre elas: a história da Física que se inicia com o estudo dos movimentos e a ponte que a Cinemática estabelece com a matemática. Neste sentido, não se lembra de outro tópico que possa substituí-la de forma tão adequada e oportuna. Destaca também que o caráter vetorial da velocidade e aceleração instantâneas são fundamentais para que os seus significados físicos sejam compreensíveis e faz uma crítica às siglas, tão disseminadas, MU (movimento uniforme) e MUV (movimento uniformemente variado) por simbolizarem movimentos sem trajetória, já que o “r” de retilíneo tem sido suprimido dessas siglas. Conclui que seria bom despertar nos professores e alunos uma postura mais crítica em relação aos textos didáticos.

Silveira (2011), assistiu a um vídeo educativo produzido no Centro de Pesquisa de Acidentes da Universidade Monash, na Austrália, instituição dedicada à pesquisa e à prevenção de acidentes com veículos automotores. Este vídeo mostra dois carros idênticos, inicialmente, lado a lado, um a 60 km/h e o outro a 65 km/h, que nas mesmas condições de frenagem, colidem com um caminhão. Formulou um problema de Cinemática para perceber a diferença entre iniciar a frenagem, estando a velocidade de 60 km/h, ou estando a 65 km/h a fim de verificar o valor da velocidade de cada carro no momento da colisão. Repassou o vídeo, juntamente com o problema formulado para vários alunos, e os mesmos argumentaram que, intuitivamente, a diferença inicial entre as velocidades ( $65 \text{ km/h} - 60 \text{ km/h} = 5 \text{ km/h}$ ) deveria se manter até a colisão. Porém, o vídeo demonstrou que a diferença entre as velocidades dos

carros, no momento da colisão foi de 27 km/h. Concluiu que a Cinemática pode ser desenvolvida em contextos interessantes e desafiadores, conceitualmente ricos, evitando problemas maçantes e de mera aplicação de fórmulas, usualmente encontrados nos livros-texto.

Medeiros (2004) relata que um grande número de conceitos físicos, tais como, movimento retilíneo uniforme, aceleração, velocidade média, dentre outros, pode ser discutido de um modo agradável com os alunos envolvendo as mais diversas atividades esportivas, mesmo as menos conhecidas, como o rapel, e relata, como cerne de seu artigo, alguns equívocos físicos cometidos, muitas vezes, em tons professorais, nas mais variadas transmissões esportivas. Concluiu que pelo fato de a mídia esportiva ser um poderoso veículo formador de opinião, principalmente, para uma parcela relevante dos jovens, a discussão, com ética, sobre os fenômenos e conceitos físicos no imaginário dos profissionais da mídia esportiva apresenta um grande potencial de motivação que merece ser convenientemente explorado em nossas salas de aula.

Santiago e Martins (2009) descrevem o fascínio que os esportes exercem na maior parte dos jovens no mundo atual, seja na sua prática direta ou como torcedores e que por isso, há um grande potencial pedagógico a ser explorado a partir dos conceitos físicos envolvidos. Relatam que uma outra vantagem de trabalhar com a física dos esportes é a possibilidade de realização de projetos interdisciplinares nas escolas de ensino básico, principalmente, com o professor de educação física. Acrescentam que através de atividades esportivas, tais como a corrida, por exemplo, é possível contextualizar alguns conceitos físicos, como exemplo, distância percorrida, velocidade média e outros. Concluíram que a física pode ser vista, nas séries iniciais do ensino médio, com situações reais do cotidiano dos alunos, de uma forma diferente e, em certo aspecto, mais lúdica.

Oliveira (2006) argumenta que três atividades predominam no ensino da Física: aulas expositivas, resolução de exercícios e problemas e, com menor incidência, atividades experimentais de roteiro fechado, estilo receita de bolo. Acrescenta que inúmeros alunos não gostam e não têm motivação em aprender física por não entenderem, uma vez que são levados a decorar fórmulas e resolver repetidas vezes problemas deslocados da realidade. Analisou e discutiu cenas do filme Homem-Aranha com alunos do ensino médio para introduzir conceitos de física, dentre eles, alguns de cinemática, tais como, velocidade média, aceleração, movimento com

velocidade constante, queda livre, componentes vertical e horizontal de uma velocidade inclinada, ângulo de inclinação no momento do salto, lançamento oblíquo e, também, transformações de unidades de medida. Relata que esse tipo de aula culmina em resultados satisfatórios, onde a motivação, o grau de interesse e o nível de discussão dos estudantes do ensino médio são sempre muito elevados. Conclui que a utilização de filmes em sala de aula é uma eficiente ferramenta na prática pedagógica.

Oliveira (2009) descreve uma antiga brincadeira com papel quadriculado e canetas coloridas, chamada corrida de vetores, que simula uma corrida de automóveis, onde os conceitos vetoriais de velocidade e aceleração são bastante explorados. Relata que, nesta corrida vetorial, há outros conceitos presentes como repouso, vetor posição, direções: horizontal, vertical e a combinação das duas, módulo de um vetor, movimento com aceleração nula e sugere que além de jogar, os alunos podem construir, no papel quadriculado, a pista para o jogo.

Lima e Soares (2010) apresentam uma estratégia envolvendo o jogo e a Cinemática que pode ser empregada pelos professores para atrair os alunos para o aprendizado. Argumentam que o estudo da cinemática deve proporcionar ao aluno identificar e entender a evolução dos movimentos das pessoas, outros seres e objetos e que para isso, é importante a percepção das grandezas tempo, posição e a variação de uma grandeza em função da outra. Acrescentam que experimentos em Cinemática com a finalidade de quantificar a velocidade ou a aceleração dos móveis, tais como trilhos de ar ou fita termo sensível, são, em geral, caros e nem sempre fornecidos nas escolas de Ensino Médio. Propõem um jogo em que um móvel (pino) se desloca sobre um tabuleiro, onde cada casa é uma unidade de deslocamento e que, em cada jogada, um dado determina quantas unidades de tempo estão se passando. Pela experiência vivenciada em sala de aula, indicam aplicar atividades lúdicas que estimulam a curiosidade do aluno antes do desenvolvimento teórico. Conseguiram conceituar, através do jogo, posição, deslocamento, velocidade, aceleração, salientar o caráter vetorial da velocidade. Perceberam que os olhos de alguns alunos brilhavam quando eles conseguiram concretizar uma situação, interpretá-la e discuti-la.

Medina (2011) ao observar uma conversa entre dois alunos do 1º Ano do ensino médio, praticantes de surf, sobre o tamanho das ondas, propõe uma diferente aula de física para se aprender unidades de medida. Dialogou com os alunos que, historicamente, partes do corpo humano, como o pé, por exemplo, podem ajudar nas

medições e, assim, foi contando a história das medidas até a criação do Sistema Internacional de medidas, o SI. Apresentou aos alunos o padrão SI orientado pelo Inmetro e, a partir daí, propôs um trabalho de investigação, onde os estudantes deveriam catalogar com fotografias a partir de máquinas comuns, digitais ou até mesmo com celulares, ou ainda por recortes, unidades escritas erroneamente no comércio, nos jornais e revistas, nas placas de trânsito, outdoors, etc. Acrescentou que os discentes teriam um prazo de 15 dias para trazer 10 fotos por aluno e que poderiam entregar os recortes de jornais e propagandas colados em uma folha de papel, as fotos impressas em papel fotográfico ou por meio digital, como por exemplo, pelo e-mail ou facebook. Como avaliação, ele propôs para os alunos uma questão adaptada de um vestibular, na qual os estudantes deveriam identificar os erros nas unidades e reescrevê-las de forma correta. Para a sua surpresa, 73,8% dos alunos acertaram a questão integralmente e o único aluno que errou foi aquele que não realizou o trabalho. Relatou que os alunos passaram a corrigir cartazes e informes da secretaria e do grêmio escolar quando desobedecem quaisquer partes da regra. E que os próprios pais, que, na maior parte dos casos, não conhecem o assunto, acabam aprendendo com os filhos. Concluiu que essa pequena atividade desperta a curiosidade dos alunos e é capaz de envolver várias áreas do conhecimento, vários grupos de pessoas e desperta o interesse pela ciência viva no cotidiano.

Lima (2012) argumenta que a física presente nos livros didáticos, ou apostilamentos, no Ensino médio, é ensinada, geralmente, por meio de abstrações matemáticas, onde não se aprofundam os conceitos que levaram a essas formulações, isto é, é lecionada uma física pragmática, onde o importante parece ser o ato de decorar fórmulas. Acrescenta que o Brasil, de acordo com o ranking do Programa de Avaliação de Estudantes (PISA), em 2009, alcançou a 57ª colocação em matemática de uma lista de 65 países e que tal colocação pode ser um indício de que continuar tentando ensinar física somente através de fórmulas ou abstrações matemáticas é preocupante. Destaca, entre outros problemas, que o uso de mnemônicos para que os alunos do 1º ano do ensino médio achem graça ao decorar as equações do Movimento Retilíneo Uniforme (MRU) e Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV), no estudo da Cinemática, deve-se, em parte, a um mercado de vestibular que rege a forma como a física vem sendo ensinada no Brasil há décadas. Propõe o estudo inicial da cinemática, especificamente, o estudo do MRU mediante uma interdisciplinaridade entre a física e a literatura através da leitura de

trechos da 2ª Jornada dos Diálogos de Galileu Galilei, que trata do movimento dos corpos com a intenção de despertar o interesse pela disciplina ao aluno da 1ª série do Ensino Médio. Empregou dois métodos para o estudo do conceito de MRU, onde, um desses métodos, é baseado em modelos tradicionais de livros ou apostilamentos, o qual consiste em exercícios de repetição meramente matemáticos e o outro, que consistiu em realizar uma interdisciplinaridade entre a física e a literatura como foi descrito anteriormente. Constatou que os alunos apresentaram maior rendimento e maior compreensão no estudo sobre MRU quando o mesmo foi abordado mediante a aproximação entre a física e a literatura. E com essa estratégia, relatou que houve aproximação do ensino da física aos dizeres e saberes contidos nos PCN, promovendo um ensino mais humano e coerente, mediante uma proposta dialógica e problematizadora.

Longhini, Silvestre e Vieira (2010) propõem o emprego de um recurso didático, que mostra pontos cardeais e subcolaterais, para a sala de aula, de fácil utilização e relativa precisão, que pode ser pintado no pátio de uma escola, por exemplo, de acordo com uma metodologia de confecção: a Rosa dos Ventos. Sugerem algumas possibilidades para o uso da Rosa dos Ventos em várias áreas do conhecimento, contemplando assim, por exemplo, professores de Geometria, Arte, Astronomia, Informática Geografia e História.

Fernandes e Vianna (2011) argumentam que podemos utilizar os problemas que temos ao nosso redor, para aplicar os conceitos de ciências e resolver as situações difíceis de nosso dia a dia, ao invés de ficar resolvendo problemas hipotéticos com os nossos alunos. Descreveram que, em uma pesquisa, foi verificado que mais de 70% dos estudantes, ao terminarem o ensino Médio, não se lembravam de quase nada que estudaram nos anos anteriores, mostrando que há uma grande distância entre o que o professor ensina e o que o aluno aprende. Propuseram um roteiro através de uma atividade de ensino por investigação para alunos do 1º Ano do Ensino médio, usando como tema da física o Sistema Métrico Decimal, onde as variáveis exploradas, durante a investigação, serão: partes do corpo para realizar as medições, e dimensões da sala de aula e instrumentos que nela estão para serem medidos. Para motivar os alunos, os autores descrevem que serão utilizados textos, vídeos e projetos da construção da Arca de Noé e da nave Enterprise, do filme Star Trek, e um problema aberto que visa à comparação da dimensão de objetos será resolvido por alunos da 1ª Série do Ensino Médio. Afirmam que o ato de medir e

comparar faz sentido para o aluno, que passa por um processo no qual a discussão em grupo, tomada de dados, organização de tabelas e utilização de um pensamento científico contribuem para que o professor possa, finalmente, buscar o produto de todo esse processo que é o fazer ciência, onde o aluno deve ser privilegiado e valorizado no processo de ensino.

Macêdo (2010) relata que o conteúdo Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV), tem sido apontado pelos professores do Ensino Médio como um dos assuntos que mais oferece dificuldades para os alunos e realça que o ensino da física, por exemplo, da cinemática, tem privilegiado muito mais o algebrismo do que a parte conceitual no estudo dos fenômenos. Destaca que a principal fonte para o estudo dos alunos e preparação das aulas dos professores é o livro texto que, muitas vezes, não apresenta base histórica para justificar como aquele conceito foi construído. Enfatiza que a falta de formação continuada ou lacunas na graduação do professor pode levá-lo a ser apenas um repetidor daquilo que se encontra no livro texto. Neste sentido, ele entende que o uso da história da física pode ser uma estratégia valorosa, não apenas para dar sentido à construção do conteúdo ministrado, mas também, para dar melhores condições de preparo de aula para os professores.

Souza e Donangelo (2012) propõem uma abordagem alternativa à proposta na maioria dos livros didáticos para os conceitos da velocidade média e instantânea alicerçada no ensino por investigação e no construtivismo. Relatam que a Cinemática tem ocupado menos espaço no currículo de física do Ensino médio, pois, normalmente, seus conceitos são apresentados de forma exageradamente matematizada e distante da realidade. Por isso, enfatizam que os exageros matemáticos aliados ao abismo existente entre a realidade e o ensino da Física têm contribuído para a formação de uma imagem equivocada da Física, de que esta resume-se à memorização de fórmulas e aplicações em situações artificiais. Os autores destacam que a pouca valorização à Cinemática por parte de professores e alunos vai de encontro a sua importância para a Física, pois o estudo do movimento, segundo a história da ciência, é o germe da Física. Além disto, consideram que a Cinemática tem uma significativa função propedêutica para a compreensão de outras áreas da ciência e que, também, o estudo da Cinemática proporciona a familiarização dos estudantes com métodos que lhes serão úteis em muitas outras ocasiões e contextos, principalmente, na caracterização do papel da linguagem matemática no desenvolvimento e estudo das ciências físicas. Por exemplo, destacam a exaltação

da essência experimental da ciência que ocorre quando toda a estrutura conceitual da Cinemática se pauta a partir de duas grandezas que podem ser medidas, distância e tempo.

Ainda nesse contexto consideram a existência e persistência de concepções espontâneas sobre Física nos alunos e assim, tentam ensinar sobre o que sabem que os alunos têm uma maior dificuldade em aprender e entendem que o aluno deve ser protagonista de sua própria aprendizagem. Preocupam-se com o desenvolvimento de competências que possam ser úteis tanto na escola como fora dela e assim, consideram que os conceitos não devem ser definidos ou enunciados, mas construídos, onde o aluno é um construtor do seu próprio conhecimento. Para a construção do conceito de velocidade média, eles propuseram uma investigação de um problema concreto, onde o objetivo é que os alunos descubram uma forma de estimar a rapidez de um carrinho de brinquedo e, dentre outras observações, que discutam a confiabilidade de seu método. Para a construção do conceito de velocidade instantânea, eles utilizaram, novamente, um problema concreto que pede para os alunos compararem as velocidades dos carros durante uma manobra de ultrapassagem no instante em que os carros estão emparelhados. Para isto, eles mostraram aos alunos uma animação de computador chamada flash, onde uma ultrapassagem é apresentada, e um método que envolve o cálculo da média de altura de uma fileira de livros. Admitiram que o conceito de velocidade instantânea só pode ser completamente formulado por meio do cálculo diferencial e integral, mas que isso não justifica a exclusão desse tema do Ensino Médio.

Laburu e Carvalho (1993) descrevem concepções de alunos sobre o conceito cinemático de aceleração. Argumentam que a aceleração está associada a um conjunto de variáveis, velocidade, tempo, conceito de grandezas instantâneas, razão proporcional entre a variação de velocidade e a variação de tempo, que se não estiverem bem estruturadas e relacionadas entre si, dificultarão a percepção do conceito de aceleração. Utilizaram três experimentos, basicamente, um com uma fita, outro com as espirais de um caderno e outro com a observação de uma ultrapassagem entre dois carrinhos, nos quais os alunos participavam e respondiam a perguntas para se verificar suas concepções a respeito do conceito de aceleração. Após a análise das respostas dos alunos, eles perceberam várias concepções dos adolescentes que faziam associações entre aceleração e: variação de velocidade, aumento de velocidade, velocidade, velocidade final, aumento de velocidade por intervalo de

tempo ou intervalo de espaço, posição, força e ultrapassagem. Alertam sobre a negligência quanto ao intervalo de tempo para alunos que associam o conceito de aceleração apenas como um critério de variação de velocidade. Pretendem com esse estudo dirigir algumas concepções sobre o conceito de aceleração, concordantemente com pesquisas anteriormente realizadas, juntamente com algumas preocupações ao professor para auxiliar no ensino do referido conceito.

## 2.2 COMENTÁRIOS DO AUTOR SOBRE OS ARTIGOS REVISADOS

Os artigos aqui analisados, de um modo geral, tratam como a Cinemática tem ocupado menos espaço no currículo de Física do primeiro ano do Ensino médio, pois, frequentemente, seus conceitos são apresentados, em livros-texto, de forma exageradamente matematizada e distante da realidade do aluno, onde a decoreba de definições, fórmulas e a mera aplicação das mesmas têm sido o mais importante. Exploram a relevância da Cinemática para a Física e outras disciplinas, e relatam que o ensino da Velocidade média, Velocidade instantânea, Aceleração, Vetores, Sistema Métrico Decimal, transformação de unidades de medida, dentre outros tópicos, pode ser desenvolvido em contextos interessantes, desafiadores e conceitualmente ricos, tais como: em atividades esportivas, em comentários da mídia esportiva, em jogos de tabuleiro ou papel quadriculado, com o auxílio da Rosa dos Ventos, em laboratórios de informática, na interdisciplinaridade com a Educação física, Literatura, Geografia e Matemática, análises de placas de trânsito e recortes de jornal, em vídeos educativos e filmes.

Verificou-se que cinco desses artigos trazem propostas para o ensino da Cinemática nas séries iniciais do Ensino Médio, porém não foram aplicadas aos alunos. Já os demais, além de apresentar propostas pedagógicas sobre temas da Cinemática para os alunos, normalmente, do primeiro ano do Ensino Médio, aplicaram e demonstraram bons resultados.

Dentre os artigos revisados, apenas um fez uma abordagem específica sobre o ensino da velocidade instantânea para alunos do primeiro Ano do Ensino Médio. Para isso, foi usado o laboratório de informática. Entretanto, percebemos uma dificuldade: nem toda escola tem sala de informática.

Ensinar os conceitos velocidade e aceleração instantâneas nas perspectivas escalar e vetorial em movimentos retilíneos tomando como ponto de partida os

conhecimentos prévios dos alunos, ou seja, o que eles já sabem, é admitir que isso favorece a aprendizagem (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980). Para planejar, desenvolver e avaliar o ensino por meio de situações que facilitem esse processo deve-se levar em consideração o aluno, o professor, o conhecimento, o contexto e a avaliação que constituem os cinco elementos do evento educativo (NOVAK, 1981).

De acordo com a pergunta da investigação - Como se deu o processo de aprendizagem significativa sobre os conteúdos da Cinemática, especificamente, velocidade e aceleração instantâneas em uma perspectiva escalar e vetorial em movimentos retilíneos, com os alunos dos primeiros anos do Ensino Médio, do Instituto Federal de Alagoas, Campus Santana do Ipanema? - procurou-se, nessa revisão, averiguar como as pesquisas nessa área estão favorecendo a aprendizagem dos conceitos velocidade e aceleração instantâneas em uma perspectiva escalar e vetorial em movimentos retilíneos ao trabalhar com os alunos do primeiro ano do Ensino Médio.

Os artigos revisados servirão de base para a discussão dos resultados deste trabalho com a finalidade de auxiliar na melhoria da qualidade dos conceitos já destacados.

Este capítulo inicia com uma breve explanação das correntes filosóficas para então adentrar na teoria da aprendizagem significativa, principal marco teórico que fundamenta esta dissertação, mostrando as condições para que ocorra a aprendizagem significativa; o contínuo que existe entre aprendizagem significativa e aprendizagem mecânica; a organização do ensino para atender aos princípios programáticos; os mapas conceituais como estratégia facilitadora do ensino; e a aprendizagem significativa na visão crítica de Moreira.

### **3 AS CORRENTES FILOSÓFICAS**

As correntes filosóficas apresentadas ao longo do tempo são: a Comportamentalista (Behaviorismo), a Humanista e a Cognitivista (Construtivismo). É indispensável que os princípios válidos do ensino estejam baseados em princípios relevantes da aprendizagem, o que não é tarefa fácil de conseguir. A articulação desses princípios deve ser levada em consideração em qualquer processo educacional. As teorias de ensino e de aprendizagem dependem uma da outra, existem reciprocidades entre elas, ambas são necessárias para a ciência pedagógica, uma não substitui a outra, elas se completam (MENDONÇA, 2012, p. 97).

As evidências do Comportamentalismo estão em basear a aprendizagem nos comportamentos observáveis em que o estímulo favorece uma resposta sem levar em consideração os sentimentos, as emoções e o contexto do aluno. Nesse contexto, (MOREIRA, 1999, 2011a) relata que o papel do professor está em programar o ensino mediante as atividades que favoreçam o reforço das respostas esperadas para aumentar as chances de o aluno exibir uma resposta desejada induzindo, assim, à memorização. “Esse tipo de aprendizagem, bastante estimulado na escola, serve para passar nas avaliações, mas tem pouca retenção, não requer compreensão e não dá conta de situações novas” (MOREIRA, 2011a, p. 226).

A ênfase do Humanismo está em ver o ser que aprende não só como intelecto, mas como pessoa. E como pessoa, possui sentimentos, pensamentos e ações que integradamente levam ao engrandecimento humano. É a aprendizagem significativa que subjaz a integração construtiva do pensar sentir e agir. A aprendizagem sob essa ótica não é vista só como um aumento de conhecimento. A aprendizagem é intensa, visceral, e influi nas escolhas e atitudes da pessoa (MOREIRA, 1999).

Enquadrada na filosofia Construtivista-Cognitivista que proporciona uma importante contribuição para o professor na sua prática em sala de aula, está a Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de David Paul Ausubel. Para promover a melhoria do ensino e da aprendizagem, um novo olhar para o ato de ensinar e aprender, embasado em fundamentos teóricos desta teoria já estabelecidos e reconhecidos, que poderão dar suporte ao professor nesse processo de mediador do ensino/aprendizagem.

### 3.1 A TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA NA CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO

Ao aceitar, como marco teórico desta investigação a TAS de Ausubel, Novak e Hanesian (1980) foi que se almejou desenvolver a capacidade reflexiva sobre a própria prática. Diante disso, a pretensão foi dar voz aos alunos, motivando-os a tornarem-se ativos e participativos para aprender Física, a partir do que eles já sabem. Foi desse modo que fundamentou-se na TAS o planejamento, a construção e o desenvolvimento deste trabalho, no contexto do Ensino de Física, com alunos do 1º ano do Ensino Médio, do Instituto Federal de Alagoas (IFAL), Campus Santana do Ipanema.

Ausubel, Novak e Hanesian (1980) estabelecem que para promover a aprendizagem significativa, é preciso averiguar o conhecimento prévio, como a variável mais importante e em seguida ensinar de acordo. Para avaliar o conhecimento prévio do aluno em situação formal de sala de aula, o professor deve averiguar o que o aluno já sabe, o que ele tem em mente sobre determinado tema que se deseja ensinar. Esse conhecimento prévio constitui um amplo esquema para atribuir um novo significado, devendo ser mobilizado durante todo o processo de ensino/aprendizagem, pois a partir dele o indivíduo interpreta o mundo.

Indagar nos primeiros dias de aula os conhecimentos prévios, por meio de diversas atividades (mapa conceitual, diagrama Vê, vídeos, filmes educativos, jogos, aula experimental, aula de campo, pesquisa na internet), de alguns trabalhos em grupo, de perguntas, de situações de aprendizagem, de pré-teste para saber onde os alunos estão situados (MOREIRA, 2011b). Esse é o alicerce da teoria ausubeliana, o ensino centrado no aluno. E para ensinar de acordo com os conhecimentos prévios dos alunos o professor deve fazer uma análise desse conteúdo para verificar quais os

conceitos mais importantes, as leis mais importantes. Não é necessário saber apenas os conceitos estruturantes dos conteúdos. Não faz sentido o professor trazer inicialmente conhecimentos que não têm relação com aqueles conhecimentos prévios dos alunos, pois isso é um estímulo à aprendizagem mecânica. É importante saber o que deve ser ensinado ao aluno e o que ele vai levar para a sua vida no futuro.

A aprendizagem significativa é caracterizada pela interação cognitiva entre uma nova informação e o conhecimento prévio do aprendiz. Nesse processo, que é substantivo e não arbitrário, a nova informação adquire significados para o aprendiz e sua estrutura cognitiva fica mais rica, mais diferenciada e mais elaborada, ganhando assim, mais estabilidade (MOREIRA, 2010a). Nesse contexto, a chave da aprendizagem significativa consiste em relacionar o novo material com as ideias já existentes na estrutura cognitiva do aluno. A interação cognitiva não-arbitrária fica evidenciada pela relação entre o novo conhecimento e os conhecimentos prévios especificamente relevantes, os quais Ausubel denomina subsunçores. Portanto, os subsunçores (são conhecimentos que já existem na estrutura cognitiva do aluno e que podem se relacionar a um novo conteúdo) são os pontos de “ancoragem” de interação para os novos conhecimentos ganharem significados para o aprendiz. A substantividade significa que o que é incorporado à estrutura cognitiva é a essência do novo conhecimento, das novas ideias, não as palavras exatas para expressá-las; por isso que a interação cognitiva substantiva é chamada de interação não-literal, não é ao pé da letra (MOREIRA, 2010a).

Ainda enfatiza (GOWIN, 1981) que a aprendizagem significativa depende da captação de significados. A captação de significados é um processo que envolve a negociação de significados entre o professor e o aluno e pode ser longo. Confirmando o que disse Gowin, relata Moreira (2011b, p. 32-33) que a:

Aprendizagem significativa é progressiva, a construção de um subsunçor é um processo de captação, internalização, diferenciação e reconciliação de significados que não é imediato...é progressivo, com rupturas e continuidades e pode ser bastante longo[...] é uma ilusão pensar que uma boa explicação, uma boa aula “bem dada” e um aluno “aplicado” são condições suficientes para uma aprendizagem significativa. O significado é a

parte mais estável do sentido e este depende do domínio progressivo de situações-problema, situações de aprendizagem.

A não-arbitrariedade e substantividade são os alicerces da aprendizagem significativa e fica claro que na perspectiva ausubeliana, o conhecimento prévio é a variável isolada que mais influencia a aprendizagem.

Aprendizagem significativa não é sinônimo de aprendizagem correta. Por exemplo, Moreira (2011a, p. 178) comenta que:

Um aluno pode aprender de maneira significativa, no entanto 'errada', isto é, pode dar aos conceitos significados que, para ele, implicam aprendizagem significativa, mas que, para o professor, são errôneos porque não são compartilhados pela comunidade de usuários.

É muito comum o aprendiz ter em sua estrutura cognitiva subsunções "contextualmente errôneas" e relacioná-los de maneira substantiva e não-arbitrária com um novo conhecimento, por exemplo, no caso de Física, Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p. 41) reiterados por Moreira (2006a, p. 21) explicam que:

Um estudante pode aprender a lei de Ohm, a qual indica que, em um circuito, a corrente é diretamente proporcional à voltagem. Entretanto, essa proposição não será aprendida de maneira significativa a menos que o estudante já tenha adquirido, previamente, os significados dos conceitos de corrente, voltagem, resistência, proporcionalidade direta e inversa (satisfeitas estas condições, a proposição é potencialmente significativa, pois o significado lógico é evidente) e, a menos que tente relacionar estes significados como estão indicados na lei de Ohm.

Houve aprendizagem significativa, pois houve substantividade e não-arbitrariedade mesmo que os significados internalizados sejam incorretos do ponto de vista da Física. Naturalmente, o professor deve interagir, trocar significados com seus alunos à espera que incorporem cognitivamente os significados cientificamente aceitos ou compartilhados no contexto de sua matéria (MOREIRA, 2011a).

Quais são as condições para que ocorra a aprendizagem significativa?

Segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980) é que o material de aprendizagem seja potencialmente significativo e que o aprendiz apresente conhecimentos prévios e uma predisposição para aprender. Caso apresente essa predisposição para aprender, o material pode se tornar significativo para o aprendiz, pois é ele quem vai dar significado a esse material. Cabe ao professor criar ou trabalhar com material

potencialmente significativo. Um material de aprendizagem é dito potencialmente significativo, quando o mesmo pode ser incorporado à estrutura cognitiva do aprendiz, de maneira substantiva e não-arbitrária desde que ele tenha os subsunçores adequados para aprender e considerar assim, o material instrucional como significativo (MOREIRA, 2011a).

Como identificar quando a aprendizagem é significativa e quando a aprendizagem é mecânica?

A identificação consiste em relacionar o novo conhecimento à estrutura cognitiva do aprendiz de forma não arbitrária e substantiva para a aprendizagem significativa e arbitrária e não substantiva para a aprendizagem mecânica. Nessa última, o conhecimento adquirido fica arbitrariamente distribuído na estrutura cognitiva, sem “ancorar-se” em subsunçores específicos. Trata-se de uma aprendizagem puramente memorística, sem compreensão, sem significado, sem a capacidade de explicar. Não se trata de uma relação dicotômica entre esses dois tipos de aprendizagem e sim de um contínuo que existe, no qual elas ocupam os extremos desse contínuo. Entre esses contínuos existe o que chamamos de “zona cinza” onde acontece a progressividade, a captação de significados, a aprendizagem pelo erro, a recursividade que podem chegar a A.S., cuja incorporação do novo conhecimento se dá de forma substantiva, não arbitrária, não literal, com significados, com compreensão, com capacidade de transferência, explicação e descrição para enfrentar situações novas (MOREIRA, 2011b).

E o que fazer quando os subsunçores específicos, isto é, conhecimentos prévios, não existem na estrutura cognitiva?

Um dos caminhos seria o uso dos organizadores prévios. Os organizadores prévios são “pontes cognitivas”, ou seja, são estratégias facilitadoras através de materiais introdutórios apresentados antes do material de aprendizagem em si mesmo. A principal função do organizador prévio, segundo Ausubel, é a de servir de ponte entre o conhecimento prévio do aprendiz e o que ele deve saber para que o material instrucional seja potencialmente significativo (MOREIRA, 2010a). O organizador prévio ou organizador avançado é um recurso instrucional que tenta suprir essa deficiência entre o conhecimento prévio e o que o aluno deveria saber. Ele pode ser utilizado quando o aluno não tem conhecimentos necessários.

É importante destacar que o organizador prévio não é qualquer material, como por exemplo, uma visão geral, um sumário, um resumo do tema a ser aprendido. O

organizador prévio é um recurso instrucional apresentado em um nível mais alto de abstração. Pode ser um enunciado, uma pergunta, uma situação-problema, uma demonstração, um filme, uma leitura introdutória, uma simulação, uma aula que precede um conjunto de outras aulas. São muitas as possibilidades, o mais importante e tem como condição, que anteceda a apresentação do material de aprendizagem e que seja mais abrangente mais geral e mais inclusivo (Moreira, 2011b).

Como organizar o ensino de acordo com a TAS para atender aos princípios programáticos?

Para organizar o ensino de acordo com a TAS, o professor deve primeiramente identificar os conceitos centrais, básicos da matéria de ensino e como eles estão estruturados. Resolvido esse problema organizacional, a atenção deve ser dirigida na apresentação e na organização sequencial das unidades componentes (Paulo; Souza, 2011). Aplicados em qualquer área de conhecimento, Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p. 159) apresentam os princípios da diferenciação progressiva, da reconciliação integrativa, a organização sequencial e a consolidação que tornam a programação do conteúdo eficiente.

A Diferenciação progressiva, em termos instrucionais, é um princípio programático que visa a uma abordagem, sobre determinado conteúdo, na qual o que é mais relevante deve ser introduzido desde o início e, logo em seguida, trabalhado através de situações, exemplos, exercícios, ou seja, é começar “do geral para o particular”. Cognitivamente, quando um novo conhecimento é ancorado em um subsunçor específico e relevante, este se modifica, ficando mais elaborado; a ocorrência desse processo leva à diferenciação progressiva do conceito subsunçor (MOREIRA, 2010a).

Ideias estabelecidas na estrutura cognitiva do aprendiz podem, no curso de novos conhecimentos, ser relacionadas, reorganizadas e assim, adquirir novos significados. É nisso que consiste a Reconciliação integrativa como um princípio programático de uma aprendizagem significativa. Trata-se de um processo que resulta no explícito delineamento de diferenças e similaridades entre ideias relacionadas. Notamos que a Reconciliação Integrativa é uma diferenciação progressiva, não de um conceito subsunçor específico, mas de toda a estrutura cognitiva e, conseqüentemente, esse princípio programático é a dicotomia à prática de muitos livros de texto em separar ideias e tópicos em capítulos. Instrucionalmente, é proposto começar pelo “geral” e, progressivamente, chegar ao “específico”, em determinado

conteúdo, mas deve-se fazer constantes referências ao “geral” para não perder a visão do todo e para elaborar cada vez mais o “geral”; assim, promover-se-á, concomitantemente, a derivação progressiva e a reconciliação integrativa (MOREIRA; BUCHWEITZ, 1987).

A organização sequencial com fins instrucionais é um princípio que consiste em sequenciar os tópicos de estudo, coerentemente, respeitando a diferenciação progressiva e reconciliação integrativa, com as dependências sequenciais naturais existentes na disciplina e do fato de que a compreensão de um dado tópico, normalmente, pressupõe o entendimento prévio de algum tópico relacionado (MOREIRA, 2010a).

A consolidação, considerando a progressividade da aprendizagem significativa, é o princípio programático que insiste na proficiência ou domínio do que está sendo estudado, antes de se introduzir novas informações. É uma decorrência natural de que o conhecimento prévio é a variável crucial para a aprendizagem significativa (MOREIRA, 2010a).

### 3.2 OS MAPAS CONCEITUAIS COMO ESTRATÉGIA FACILITADORA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Os mapas conceituais têm sido úteis na facilitação da aprendizagem significativa. Como argumento para usar mapas conceituais no ensino de qualquer área do conhecimento, é que os mapas focalizam a aprendizagem de conceitos e estes estão na base da construção e da compreensão desse campo (MOREIRA, 2010a).

Mapas conceituais são diagramas hierárquicos que procuram refletir as relações, organizações e diferenciações conceituais de uma fonte ou área de conhecimento qualquer. Construí-los, apresentá-los, refazê-los são processos estratégicos bastante favorecedores de aprendizagens significativas (MOREIRA; BUCHWEITZ, 1987; MASINI; MOREIRA, 2008; MOREIRA, 2006a, 2010a).

É no curso da Aprendizagem Significativa que o significado lógico do material de aprendizagem se transforma em significado psicológico para o aprendiz, ou seja, a aprendizagem passa a ter significado, compreensão, sentido e capacidade de transferência, em que o conhecimento prévio, a predisposição para o aprendido e o uso de materiais potencialmente significativos são os alicerces da aprendizagem

significativa. Desse modo, a aprendizagem de conceitos é fundamental para o desenvolvimento cognitivo do aprendiz e os mapas conceituais podem ajudar muito nesse processo (MENDONÇA, 2012).

Apresentam Novak e Gowin (1984) critérios de análise quantitativos e qualitativos para entender como os mapas conceituais podem ajudar no processo da aprendizagem significativa. Na análise quantitativa de um mapa conceitual, Novak e Gowin (1984, 1999) e Novak e Cañas (2010) recomendam avaliar: o número de proposições válidas, as hierarquias conceituais, as ligações cruzadas e/ou horizontais, e os exemplos. Além destas, a análise pode conter também critérios estabelecidos pelo professor no contexto de sua matéria de ensino, como por exemplo, nos aspectos: conceitual, ao serem priorizados os principais conceitos da matéria de ensino; no procedimental, foram consideradas as atribuições relacionadas às atividades de elaboração dos mapas conceituais e no atitudinal, ao verificar como os alunos compartilham e negociam significados ao apresentarem seus mapas conceituais.

Enfatiza Moreira (2010a) que os mapas conceituais não devem ser confundidos com redes semânticas, ou quadros sinópticos, ou organogramas de fluxo e mapas mentais, pois os mapas conceituais buscam relacionar e hierarquizar os conceitos, diferentemente dos outros tipos de diagramas.

### 3.3 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA CRÍTICA NA ÓTICA DE MOREIRA

Moreira (2005, p. 5) ao propor a Teoria da Aprendizagem Significativa Crítica (TASC) observa que:

Nossa educação fundamental acaba com a capacidade natural que as crianças têm de perguntar e as transforma em memorizadoras de respostas corretas para coisas que elas não perguntam. Nossa educação média é ainda transmissiva, comportamentalista, empirista-indutivista e totalmente distorcida pelo exame de ingresso à universidade. Nem é educação é treinamento. Nossa educação superior é eminentemente voltada para a aprendizagem mecânica. Formamos aplicadores, não geradores, de conhecimentos. [...] A escola que promove essa educação deve mudar. A facilitação de uma aprendizagem significativa crítica implica uma escola diferente.

Nesse contexto, ele resgata o significado de aprendizagem significativa, porém argumenta que isso não basta; é preciso que seja significativa e crítica. Os princípios

facilitadores (MOREIRA, 2005, 2010c, 2011a) os quais devem ser considerados pelo professor ao elaborar a sua proposta de ensino com objetivo de promover a aprendizagem significativa crítica são apresentadas em onze princípios facilitadores:

### 1. Princípio do conhecimento prévio.

Aprendemos a partir do que já sabemos. A aprendizagem significativa, no sentido de captar e internalizar significados socialmente construídos e contextualmente aceitos é o primeiro passo para a aprendizagem significativa crítica (MOREIRA, 2010c, p. 8).

Moreira enfatiza que para o sujeito ser crítico de algum conhecimento, conceito ou enunciado, primeiro ele deve aprendê-lo com significado, e nesse caso a variável mais importante é o seu conhecimento prévio.

### 2. Princípio da interação social e do questionamento.

Um ensino baseado em respostas transmitidas primeiro do professor para o aluno nas aulas e, depois, do aluno para o professor nas provas, não é crítico e tende a gerar aprendizagem não crítica, em geral mecânica (MOREIRA, 2011a, p. 228).

O professor deve estimular e trocar perguntas com os alunos, pois ao se formular frequentemente perguntas relevantes e apropriadas, utiliza-se o conhecimento prévio de maneira não arbitrária e não literal. Isso é evidência de aprendizagem significativa crítica. Porém, este princípio não implica invalidar momentos explicativos em que o professor expõe um assunto. Ensinar/aprender a perguntar são fundamentais para uma aprendizagem significativa crítica.

### 3. Princípio da não centralidade no livro de texto.

O livro de texto simboliza aquela autoridade de onde “emana” o conhecimento. Professores e alunos se apoiam em demasia no livro de texto. Parece, como diziam Postman e Weingartner, que o conhecimento está ali à espera de que o aluno venha a aprendê-lo, sem questionamento (MOREIRA, 2011a, p. 229).

Os livros de texto não podem ser o único recurso instrucional existente, pois assim evidenciaria uma aprendizagem isolada que, em geral, é mecânica. Há vários materiais instrucionais, tais como: artigos científicos, contos, poesias, crônicas,

relatos, obras de arte que podem ser usados para facilitar uma aprendizagem significativa crítica. Não se trata de extinguir o livro de texto, mas de ele ser um dentre vários materiais instrucionais existentes.

#### 4. Princípio do Aprendiz como perceptor/representador.

Em termos de ensino, isso significa que o professor estará sempre lidando com as percepções dos alunos em um dado momento. Mais ainda, como as percepções dos alunos vêm de suas percepções prévias, as quais são únicas, cada um deles perceberá de maneira única o que lhe for ensinado (MOREIRA, 2011a, p. 231).

O aluno não é um receptor inesgotável de informações. É um aprendiz que percebe o mundo e o representa. O professor é um perceptor das falas dos alunos e os alunos são perceptores da fala do professor e através dessas trocas de percepções, aliadas à predisposição do aluno em aprender, proporcionar-se-á uma aprendizagem significativa crítica.

#### 5. Princípio do conhecimento como linguagem.

Ensinar Biologia, Matemática, História, Física, Literatura ou qualquer outra 'matéria' é, em última análise, ensinar uma linguagem, um jeito de falar e, conseqüentemente, um modo de ver o mundo... a linguagem é a mediadora de toda a percepção humana. O que se percebe é inseparável de como se fala sobre o que se abstrai (MOREIRA, 2011a, p. 232).

Por exemplo, a Física é um idioma que estuda e descreve a natureza. Aprender Física de maneira significativa é, principalmente, aprender suas palavras, signos, instrumentos e procedimentos de maneira substantiva e não arbitrária. O professor de Física facilita a aprendizagem desse idioma pela negociação de significados com os alunos que é feita através da linguagem humana.

#### 6. Princípio da consciência semântica.

O significado está nas pessoas, não nas palavras [...] no ensino, o que se busca, ou o que se consegue, é compartilhar significados denotativos a respeito da matéria de ensino, mas a aprendizagem significativa tem como condição a atribuição de significados conotativos, idiossincráticos (MOREIRA, 2011a, p. 234).

Os materiais educativos que o professor adota devem ser potencialmente significativos, pois o significado do conhecimento está nas pessoas. As palavras significam os objetos de estudo em distintos níveis de abstração. Por exemplo, em Física existe um assunto chamado “Trabalho”; O princípio da consciência semântica é fundamental para explorar a palavra “trabalho”, dentro e fora da Física, e assim, facilitar o processo de ensino e aprendizagem. O desenvolvimento de uma consciência semântica abre um leque de criticidade na estrutura cognitiva do aluno e assim, a aprendizagem poderá ser significativa e crítica.

#### 7. Princípio da aprendizagem pelo erro.

Segundo Moreira (2011a, p. 234-235) “Não há nada errado em errar. Errado é pensar que a certeza existe, que a verdade é absoluta, que o conhecimento é permanente”[...]“A escola, no entanto, pune o erro e busca promover a aprendizagem de fatos, leis, conceitos, teorias, como verdades duradouras”.

O físico William Thomson (Lord Kelvin) disse que a Física já tinha descoberto tudo. Após um certo tempo dessa ousada afirmação, surgiu a Física moderna com descrições e explicações de novos fenômenos, ou seja, a Física clássica, tão destacada por Lord Kelvin, estava errada para certos experimentos e fenômenos. Os livros de texto, na grande maioria, mostram uma ciência duradora, verdadeira e sem falhas, onde, durante a evolução científica, houve, naturalmente, muitos erros para a elaboração de explicações e teorias. O erro é natural e segundo a ideia de aprendizagem significativa crítica, deve-se buscar sistematicamente o erro. Como? Rejeitando verdades absolutas e aprendendo pela superação do erro e não pela sua punição. Professores e alunos devem ser detectores dos erros para, a partir deles, ser promovida uma aprendizagem significativa crítica.

#### 8. Princípio da desaprendizagem.

Para aprender de maneira significativa, é fundamental que se perceba a relação entre o conhecimento prévio e o novo conhecimento. Porém, na medida em que o conhecimento prévio impede de captar os significados do novo conhecimento, se está diante de um caso no qual é necessária uma desaprendizagem (MOREIRA, 2011a, p. 236).

Todos os subsunçores (conhecimentos prévios) de um aluno são significativos para esse aluno, mas alguns desses subsunçores prejudicam seu aprendizado e sua sobrevivência em um mundo cercado de transformações. Por isso, é importante ser feito um esquecimento seletivo para facilitar uma aprendizagem significativa crítica. Por exemplo, certos conceitos da Física clássica atrapalham o entendimento da Física Quântica, portanto os alunos devem desaprender, ou seja, esquecer, seletivamente, certos conceitos clássicos para poder compreender significativamente a Física Quântica.

#### 9. Princípio da incerteza do conhecimento.

O princípio da incerteza do conhecimento nos chama atenção que nossa visão de mundo é construída primordialmente com as definições que criamos, com as perguntas que formulamos e com as metáforas que utilizamos (MOREIRA, 2011a, p. 238).

A partir de uma pergunta, pode-se perceber uma nova visão de mundo e assim, elaborar-se uma nova teoria. As perguntas são excelentes instrumentos intelectuais que mostram a volatilidade do conhecimento, caracterizando-o, nesse contexto, como incerto. As definições, são instrumentos que fora do contexto em que foram criadas não têm validade. As definições são criadas para determinada finalidade, mas outras definições, talvez mais completas, poderiam também descrever uma mesma realidade. Portanto, o conhecimento expresso por definições, nesse contexto, é incerto. Muitas das palavras que falamos são expressas por metáforas. Por exemplo, em física, o conceito de energia é extremamente metafórico, pois compramos, vendemos, utilizamos e gastamos energia, mas a Física não sabe, exatamente o que é energia. A metáfora não diz, exatamente, o que é algo, mas representa algo. Muitos modelos científicos, tais como os modelos atômicos, são expressos por metáforas para facilitar o entendimento. Definições e metáforas são instrumentos criados pelo homem para pensar e não para serem aceitos de maneira imutável. Assim, facilita-se uma aprendizagem significativa crítica.

#### 10. Princípio da não utilização do quadro de giz.

É difícil imaginar ensino mais antiaprendizagem significativa, e muito menos crítica, do que esse: o professor escreve no quadro, os alunos copiam,

decoram e reproduzem. É a apologia da aprendizagem mecânica, mas, ainda assim, predomina na escola (MOREIRA, 2011a, p. 239).

Este princípio é complementar ao terceiro.

#### 11. Princípio do abandono da narrativa.

Deixar o aluno falar. Deixar que o aluno interprete o que está nos livros e externalize sua interpretação aos colegas e professores. As interpretações e as negociações de significados ocorrerão entre os alunos e o professor quando for apropriado fará sua intervenção trazendo à discussão os significados aceitos no contexto da matéria de ensino, deixando claro que poderão mudar e que também pode haver interpretações alternativas, ou contraditórias para determinados conhecimentos. O importante é não transmitir a ilusão de certeza, sem cair na diferença relativista, no tudo vale (MOREIRA, 2010c).

Não se trata do abandono do quadro de giz (atualmente, em muitas escolas, é o quadro branco), ou da não centralidade do livro texto ou mesmo do abandono da narrativa que são princípios que se complementam, mas do uso, também, de outras estratégias instrucionais que promovam mais interação entre professor e aluno, tais como: atividades colaborativas, seminários, projetos, pesquisas, discussões, painéis, gravação de vídeos, uso pedagógico do celular. Não se pode focar em uma única estratégia instrucional, como por exemplo, limitar a aula a passar slides do power point, pois o uso de uma única estratégia instrucional, em geral, promove uma aprendizagem mecânica.

Durante a palestra da Professora Doutora Stefanie Merker Moreira (ERAS NORDESTE, 2015), foi dito algo para gerar reflexão: *“Um aluno está fazendo uma prova e, de repente, ele faz uma pergunta. Muitos professores não responderiam tal pergunta na hora da prova, mas talvez, este seja o único momento em que o aluno demonstrou interesse e, nesse caso, o professor não poderia perder essa oportunidade de promover, mesmo que rapidamente, um ensino dialógico e significativo”*.

Neste capítulo será descrita a metodologia, que tem como finalidade a análise de como se deu o processo de aprendizagem com a intenção de melhorar a qualidade do conhecimento dos alunos, ao ministrar conteúdos da Cinemática, especificamente, velocidade e aceleração instantâneas em uma perspectiva escalar e vetorial em movimentos retilíneos trabalhados com base na Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de Ausubel, Novak e Hanesian (1980). O ensino contou com 19 encontros, empregando diversos registros de dados descritos neste capítulo.

#### 4 METODOLOGIA

Este trabalho tem como objetivo geral analisar como se deu o processo de aprendizagem dos conteúdos de velocidade e aceleração instantâneas em uma perspectiva escalar e vetorial em movimentos retilíneos, como meio de favorecer a aprendizagem significativa. De acordo com a finalidade desta pesquisa, a metodologia usada foi a de uma investigação qualitativa. Com este intuito foram realizados 19 encontros, nos quais foram utilizadas várias estratégias e instrumentos pedagógicos no contexto do ensino. Antes do início dos encontros, o autor deste trabalho foi aos primeiros anos A e B apresentar a proposta do curso e entregar aos alunos uma ficha de inscrição que além de conter perguntas sobre dados pessoais, trazia outra: *Por que você quer fazer esse curso de Física?* O resultado a esta pergunta será descrito antes da apresentação do primeiro encontro nos resultados e discussão. A pesquisa foi desenvolvida no ano de 2015, a partir do seguinte questionamento: Como se deu o processo de aprendizagem significativa sobre os conteúdos da Cinemática, especificamente, velocidade e aceleração instantâneas em uma perspectiva escalar e vetorial em movimentos retilíneos, com os alunos dos primeiros anos do Ensino Médio, do Instituto Federal de Alagoas, Campus Santana do Ipanema?

Para responder o questionamento da investigação, formulou-se o seguinte objetivo geral:

Analisar como se deu o processo de aprendizagem dos conteúdos de velocidade e aceleração instantâneas em uma perspectiva escalar e vetorial em movimentos retilíneos com os alunos dos primeiros anos do Ensino Médio, do Instituto Federal de Alagoas, Campus Santana do Ipanema.

E como objetivos específicos:

- Descrever os conteúdos que alicerçam o ensino da Cinemática, especificamente, velocidade e aceleração instantâneas em uma perspectiva escalar e vetorial em movimentos retilíneos;
- Indicar com base nos resultados obtidos do processo de aprendizagem realizado, as possibilidades criadas para facilitar a aprendizagem significativa dos conteúdos de velocidade e aceleração instantâneas em uma perspectiva escalar e vetorial em movimentos retilíneos, na disciplina de Física;
- Propor a construção de mapas conceituais;
- Analisar por meio das entrevistas a visão dos alunos sobre o curso e os conteúdos estudados.

#### 4.1 A PESQUISA QUALITATIVA COMO REFERENCIAL METODOLÓGICO NO ENSINO

Este estudo tem uma abordagem descritiva e interpretativa, que tem como referencial metodológico a pesquisa qualitativa. Essa abordagem de pesquisa, explica Moreira (1990, 2011c) está preocupada com a compreensão do fenômeno social, conforme a perspectiva dos atores, através de participação na vida desses atores. Esse tipo de pesquisa mostra não ter a preocupação de fazer inferências estatísticas, seu enfoque é descritivo e interpretativo, do ponto de vista de significados, tanto do pesquisador quanto dos sujeitos.

O objetivo fundamental desse tipo de estudo é compreender o significado de uma experiência e tentar entender como funcionam todas as partes, que se juntam para formar um todo. A pesquisa qualitativa busca a profundidade dos fatos, parte do subjetivo, a amostra é não casualista, trabalha com valores, crenças, opiniões e atitudes. Todas as variáveis são importantes. Este tipo de pesquisa trabalha com pressupostos, para tentar atingir o seu objetivo (MENDONÇA, 2012, p. 93).

O interesse central dessa pesquisa está em interpretar os significados atribuídos pelos sujeitos à suas ações em uma realidade socialmente construída, através de observação participativa, ou seja, o pesquisador fica imerso no fenômeno de interesse. Os dados obtidos por meio dessa

participação ativa são de natureza qualitativa e analisados de forma correspondente (MOREIRA, 2011c, p. 76).

Os métodos qualitativos são humanistas, usados para estudar as pessoas, de acordo com Taylor e Bogdan (1986). E se estudamos as pessoas qualitativamente, chegamos a conhecê-las no seu pessoal e a experimentar o que elas sentem na sua vida cotidiana na sociedade. De acordo com Moreira (1990, 2003), a análise dos dados assume grande importância para o pesquisador interpretativo quando narra o que fez. Desse modo o pesquisador irá:

enriquecer sua narrativa com trechos de entrevistas, observações de suas anotações, vinhetas, exemplos de trabalhos de alunos, entremeados de comentários interpretativos, procurando persuadir o leitor, buscando apresentar evidências que suportem sua interpretação e, ao mesmo tempo, permitam ao leitor fazer julgamentos de modo a concordar ou não com as interpretações dadas pelo pesquisador (MOREIRA, 1990, p. 35).

Esta pesquisa inclui a produção de índices numéricos (porcentagens) a partir dos registros das respostas categorizadas dos alunos, de modo que se possam fazer comparações descritivas: das entrevistas inicial e final, dos pré-testes e da prova final. A intenção de obter esses índices numéricos foi para dar um enfoque descritivo e comparativo sobre a visão do autor/pesquisador para cada um deles.

#### 4.2 A ESCOLHA DO LOCAL DE REALIZAÇÃO DA PESQUISA

A escolha do IFAL, Campus Santana do Ipanema, como local para desenvolver esta pesquisa, foi motivada pelo fato de o pesquisador possuir vínculo profissional nesta instituição de ensino como professor de Física, do Ensino Médio Técnico e Tecnológico. O trabalho realizado está no contexto de um curso extracurricular que tem como produto final a produção de um livreto contendo estratégias específicas do conteúdo de Cinemática (*velocidade e aceleração instantâneas nas perspectivas escalar e vetorial em movimentos retilíneos*) para que o profissional, mestrando, minimize as dificuldades de ensino e aprendizagem dos seus alunos no contexto de ensino apresentado, e de quem almeje fazer uso desse material com esse fim.

### 4.3 O PÚBLICO, O CONTEXTO

Esta pesquisa se deu através de um curso extracurricular proposto pelo autor, com a devida autorização do departamento acadêmico da Instituição. As aulas no curso foram ministradas no contraturno - que é o turno no qual o aluno não está em suas aulas regulares - no início do ano letivo de 2015, para alunos do Ensino Médio, dos primeiros anos das turmas A e B do curso Integrado de Agropecuária do Instituto Federal de Alagoas (IFAL), Campus Santana do Ipanema.

Inicialmente, o professor foi aos primeiros anos A e B, explicar a proposta do curso e levou consigo as fichas de inscrição que além de conterem perguntas sobre os dados pessoais, traziam outra: ***Por que você quer fazer esse curso de Física?*** A análise das respostas escritas e os motivos que levaram os alunos a se inscreverem no curso extracurricular serão apresentados nos resultados, antes da descrição do primeiro encontro. Inscreveram-se, voluntariamente, trinta e três alunos, dos quais 22 eram do 1ºA e 11 do 1ºB. Desses, participaram do início ao fim do trabalho 10 alunos (das duas turmas), na faixa etária entre 13 e 17 anos. O motivo foi que depois de algumas aulas, houve uma greve na escola e a evasão no curso se deu, principalmente, por causa da dificuldade no transporte escolar. Foram realizados 19 encontros, cada um com duração média de uma hora e trinta minutos, perfazendo um total de 28 h e 30 min. Os alunos das duas turmas (A e B) foram identificados por letras e número no decorrer da investigação (A1, A2, A3...A22; B1, B2, B3...B11). Devido à evasão pelos motivos já citados, os alunos foram agrupados em um único grupo. Dos trinta e três inscritos, dez participantes (A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, B1, B2 e B3) foram do início até o final do curso. Destes, nove eram recém-chegados do 9º ano do Ensino Fundamental e apenas um aluno estava repetindo o primeiro ano do Ensino Médio.

### 4.4 INSTRUMENTOS UTILIZADOS PARA A COLETA DOS DADOS

Os dados utilizados foram coletados no decorrer dos 19 encontros a seguir: uma pergunta inicial intitulada *Por que você quer fazer esse curso de Física?*; 4 *pré-testes* sobre: os conceitos de unidade de medidas, Grandezas Físicas, Sistema Internacional de Unidades (SI), Transformações de Unidades com 07 questões (apêndice A); Binômio de Newton e Infinitésimos com 4 perguntas (apêndice B); duas

situações de aprendizagem em grupo para iniciar o conteúdo velocidade instantânea, envolvendo o conceito e aplicações de velocidade, e sobre as vantagens e as desvantagens da alta velocidade (apêndice C); Aceleração e Inércia com 6 questionamentos (apêndice D) e Vetores contendo 4 questões (apêndice E); fotos de diversas atividades de aprendizagem (apêndice F); fotografias de placas de trânsito; mapas conceituais após o conteúdo sobre Binômio de Newton, Aceleração e Vetores como forma de avaliar o entendimento dos alunos sobre esses conceitos; atividade avaliativa com consulta (apêndice G); textos elaborados pelos alunos para a identificação de fragilidades conceituais na física (apêndice H); vídeo elaborado pelo aluno A3 descrito no décimo sétimo encontro sobre transformação de unidades de medidas; painéis e quadros informativos elaborados pelos alunos; embalagens de diversos produtos para o estudo das unidades de medida; atividades lúdicas feitas pelos alunos para explicar os conteúdos de velocidade e aceleração instantâneas; prova final individual sem consulta (apêndice I); entrevista escrita composta por 9 perguntas sobre o curso e sobre os conteúdos trabalhados, descrita no décimo nono encontro; diário de bordo, dos acontecimentos mais relevantes que aconteceram durante a intervenção; e o produto final (apêndice J).

Sobre os mapas conceituais, Moreira (2006a, p. 55) explica que:

se entendermos a estrutura cognitiva de um indivíduo em uma certa área de conhecimento, como o conteúdo e organização conceitual de suas ideias nessa área, mapas conceituais podem ser usados como instrumentos para representar a estrutura cognitiva do aprendiz. Assim sendo, os mapas conceituais serão úteis não só como auxiliares na determinação do conhecimento prévio do aluno (ou seja, antes da instrução), mas também para investigar mudanças em sua estrutura cognitiva durante a instrução. Dessa forma se obtém, até mesmo, informações que podem servir de realimentação para a instrução e para o currículo.

Os mapas conceituais aplicados neste trabalho serão analisados pelo autor não com o objetivo de testar o conhecimento e de dar uma nota aos seus alunos, mas no sentido de obter informações sobre o tipo de estrutura que os alunos veem para um dado conjunto de conceitos. A análise principal será para avaliar o que os alunos sabem em termos conceituais da matéria de ensino. O mapa conceitual será encarado como um instrumento didático para negociar significados, a fim de facilitar a aprendizagem significativa. Os mapas não são autoexplicativos. Ao explicar seu mapa conceitual para o grande grupo, ou para o professor, o aluno explicita os significados

que percebeu a respeito do conteúdo abordado na matéria de ensino (MOREIRA, 2006b, 2010a); não são definitivos, pois, eles mudam à medida que ocorre a aprendizagem significativa. Os mapas são instrumentos que representam a estrutura conceitual de um corpo organizado de conhecimento, no momento em que ele foi elaborado. Nesse contexto, não existe mapa conceitual certo ou errado, visto que, o que se verifica na análise do mapa é se os alunos estão percebendo os significados conceituais da matéria de ensino.

Corroboramos com Moreira (2011b) no sentido de que a aprendizagem significativa implica atribuição de significados idiossincráticos. Os mapas traçados por professores ou alunos refletem tais significados. Ao avaliar um mapa conceitual feito pelo aluno que foi apresentado oralmente ou descrito, o importante não é se esse mapa está certo ou não, mas sim se o mapa dá evidências de aprendizagem significativa.

Segundo Novak e Gowin (1999), Novak (2000) e Moreira (2006b), os mapas conceituais, entendidos como diagramas bidimensionais, que mostram relações hierárquicas significativas entre conceitos de uma matéria de ensino, devem apresentar: a identificação dos conceitos gerais e específicos da matéria de ensino; a hierarquização dos conceitos, começando do mais geral e inclusivo no topo e progressivamente agregando os mais específicos, com base nos princípios da diferenciação progressiva; a ligação dos conceitos com linhas, acompanhadas de palavras de ligação que explicitem a relação existente entre os conceitos formando proposições (dois conceitos unidos por uma palavra de ligação formam uma proposição), evitando palavras que indiquem ligações triviais, ingênuas; o estabelecimento de relações horizontais e/ou cruzadas, de tal forma que se “baixe e suba” nas hierarquias conceituais à medida que a nova informação é apresentada, revelando assim, reconciliação integrativa entre os conceitos em distintos locais do mapa; e o fornecimento de exemplos, colocando-os embaixo dos conceitos correspondentes que em geral ficam na parte inferior do mapa. Enfatiza Mendonça (2012, p. 99) que:

As ligações cruzadas representam a existência de relação entre conceitos pertencentes a segmentos distintos do mapa, assim, a presença de duas ligações cruzadas pode indicar capacidade criativa de quem o elaborou. O número de níveis hierárquicos, de acordo com o modelo apresentado por Novak e Gowin, pode ser analisado juntamente com o tipo de estrutura do mapa, pois ambos evidenciam a atenção dada à hierarquia entre os

conceitos, Quanto maior for o respeito à hierarquia, melhor organizado estará o mapa de conceitos.

Os mapas conceituais foram feitos pelos alunos, manualmente, sem a utilização de recurso computacional. Dessa forma, os mapas apresentados neste trabalho, para efeito de uma melhor visualização, foram elaborados com o recurso do software Cmap Tools (NOVAK; CAÑAS, 2007), desenvolvido pelo Institute for Human Machine Cognition (IHMC) da University of West Florida, transcritos dos mapas originais dos alunos.

#### 4.5 AS CATEGORIAS DE ANÁLISES

O conteúdo dos registros dos dados coletados das respostas dadas pelos alunos nas entrevistas, pré-testes, situações de aprendizagem e prova final, foram categorizados visando facilitar a análise dos conhecimentos sobre os conceitos propostos, para o conteúdo da matéria de ensino, referente a cada aluno avaliado. Na interpretação dos dados, foi feito um recorte no conteúdo das respostas e dispostos em categorias, com a finalidade de agrupar os conteúdos de respostas em função do significado atribuído pelos alunos. As informações selecionadas formaram unidades de análise ou categorização, porque, foi permitido em algumas categorias mais de uma palavra ou conceito (LAVILLE; DIONNE, 1999; BARDIN, 2011).

Os registros dos dados foram transcritos, analisados, comparados, descritos e avaliados com base na análise de conteúdo, com a finalidade de perceber a evolução do conhecimento dos alunos sobre os conceitos de velocidade e aceleração instantâneas, nas perspectivas escalar e vetorial, em movimentos retilíneos incluídos nessa investigação. A análise de conteúdo, para Bardin (2011, p. 44), caracteriza-se por:

[...] um conjunto de técnicas de análise das comunicações que utiliza procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens ... cuja intenção é a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção (...de recepção), inferência esta que recorre a indicadores quantitativos ou não.

Nesse contexto, a análise de conteúdo será realizada com base nas verificações dos significados encontradas nas informações escritas, orais, nas anotações feitas pelo professor, em seu diário de bordo registrado durante a intervenção. As categorias formadas representaram o significado que o grupo de

alunos atribuiu aos conceitos e a categorização ocorreu a partir do uso do conceito científico e da sua relação com a matéria de ensino (LAVILLE; DIONNE, 1999). Serão apresentados na forma de 19 encontros descritos, analisados e interpretados, indicando como caracterizou o processo de aprendizagem, quais os aspectos dos conteúdos tratados que foram mais fáceis ou difíceis de serem aprendidos, de acordo com os objetivos específicos mencionados, e se teve algum fator que influenciou na melhoria ou não desse resultado.

#### 4.6 A ESCOLHA DOS CONTEÚDOS VELOCIDADE E ACELERAÇÃO INSTANTÂNEAS

A escolha dessa temática se deu por uma situação vivenciada quando o autor deste texto ainda era estudante do ensino médio. O professor de Física do autor desta dissertação questionou sobre o conteúdo velocidade instantânea, que segundo ele, estava muito superficial e confuso, “um chute”, nas palavras dele. Devido à inquietação desse professor sobre esse questionamento, ele ignorou o conteúdo e passou para outro tópico. Quanto à experiência do pesquisador na prática docente de quinze anos em sala de aula, no ensino de Física, nas várias escolas da rede pública e particular, observamos que os livros e apostilas sobre Cinemática, abordavam os conceitos específicos já citados, com ênfase na memorização de uma definição, nos cálculos e fórmulas sem a interação com o cotidiano do aluno. A partir dessas afirmações, com base no referencial teórico deste trabalho, foram elaboradas estratégias de ensino e aprendizagem sobre os conteúdos de velocidade e aceleração instantâneas, sem o uso da expressão matemática que envolve a notação de Limite, ou sem a definição formal de Limite de funções, ou sem a memorização de regras de derivação, ou apenas pela explicação da função de um velocímetro. O conceito de Limite está presente nas estratégias de ensino da velocidade e aceleração instantâneas, apresentadas nesta dissertação, porém sem o formalismo usual. Nesse contexto, debruçou-se a elaborar o produto educacional que compõe esta dissertação de modo a oferecer tanto para professores quanto para alunos do primeiro ano do Ensino Médio um material potencialmente significativo.

Ainda nesse contexto, ao assistir a uma palestra proferida pelo professor M. A. Moreira, 2015, no Encontro Regional de Aprendizagem Significativa (ERAS-NORDESTE, 2015), as expectativas se confirmaram na fala dele ao dizer que “a

Cinemática é altamente abstrata e cabe ao professor ensinar levando em conta a aprendizagem significativa”, ou seja, fazendo a interação com o conhecimento prévio, levando o aluno a lidar com essa abstração.

#### 4.7 O SIGNIFICADO DO PRODUTO EDUCACIONAL DESENVOLVIDO

Escolheu-se desenvolver um livreto, que se encontra no apêndice J desta dissertação, contendo estratégias facilitadoras de ensino e aprendizagem que levem os alunos dos primeiros anos do Ensino Médio a aprender com significado os conceitos de velocidade e aceleração instantâneas nas perspectivas escalar e vetorial em movimentos retilíneos. Esta decisão foi motivada não só pelo fato de os alunos terem demonstrado interesse em estudar esses conceitos, por apresentarem dificuldades ou para melhorar o seu conhecimento em Física, o que foi fruto da pergunta primeira que consta na ficha de inscrição, mas também para ratificar que esses conteúdos, apresentados por vários autores, já citados no item 4.6, podem ser ensinados de outra forma que tenha significado para o aluno do primeiro ano do Ensino Médio.

#### 4.8 A IMPORTÂNCIA DE APRENDER VELOCIDADE E ACELERAÇÃO INSTANTÂNEAS

Os conceitos de velocidade e aceleração instantâneas são os alicerces da Cinemática. Com o aprendizado da velocidade e aceleração instantâneas nas perspectiva escalar e vetorial em movimentos retilíneos, o aluno do primeiro ano do Ensino médio poderá identificar se um movimento retilíneo é uniforme (MRU) ou variado (MRV); compreender que um Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV) é um caso particular do MRV; iniciar um estudo sobre o conceito de Inércia; descrever com detalhes um MRU e um MRV a partir da expressão horária da posição ou do vetor posição em qualquer instante de tempo. O aluno poderá responder às perguntas sobre: onde o móvel está (expressão do vetor posição) em determinado instante, em relação a uma origem? Para onde o móvel vai, ou seja, qual o sentido do movimento (expressão do vetor velocidade instantânea) em determinado instante? E como o móvel vai, ou seja, como o móvel se desloca (de modo retardado, acelerado ou sem variar a velocidade) a partir das expressões dos vetores velocidade

instantânea e aceleração instantânea em determinado instante. Este é o grande objetivo do ensino da Cinemática: a descrição dos movimentos de modo que tenha significado para o aluno. E ainda, o aluno do primeiro ano do Ensino Médio poderá perceber que os conceitos compartilhados sobre velocidade e aceleração instantâneas da Cinemática são abstratos, mas podem se tornar reais a partir do conteúdo Binômio de Newton e das estratégias usadas com as placas de trânsito, lombadas eletrônicas e físicas, velocímetros, radares, embalagens, anúncios, WhatsApp. Assim, espera-se a quebra do paradigma para estes alunos de que a Cinemática é uma mera abstração e decoreba de fórmulas.

Neste capítulo será descrito como se deu a intervenção, a análise qualitativa dos resultados e a discussão dos dezenove encontros, com base no referencial teórico e na revisão da literatura. Foram utilizados os dados indicativos das análises dos instrumentos empregados em cada encontro verificado nos pré-testes, situações de aprendizagem, mapas conceituais, avaliação final e entrevistas. No próximo capítulo, serão feitas as considerações finais com sugestões para trabalhos futuros.

## 5. DESCRIÇÃO DAS ENTREVISTAS, DOS ENCONTROS, ANÁLISE QUALITATIVA E DISCUSSÃO DOS DADOS

As descrições dos encontros neste capítulo buscam evidências de aprendizagem significativa a partir da verificação da evolução nas atividades propostas durante a análise, interpretação e discussão de cada encontro, sob a luz da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, Novak e Hanesian (1980). Para tornar a sequência dos encontros compreensível, será feita também a análise interpretativa e a discussão dos dados com base nas pesquisas em Ensino da Cinemática já citadas.

Antes de acontecer o primeiro encontro, o professor foi aos primeiros anos das turmas A e B apresentar a proposta do curso extracurricular e entregar aos alunos uma ficha de inscrição que, além de conter perguntas sobre dados pessoais, indagava sobre: *Por que você quer fazer esse curso de Física?* A categorização da justificativa dos trinta e três alunos inscritos no curso encontra-se na tabela 1.

**Tabela 1** – Categorização das respostas: *Por que você quer fazer esse curso de Física?*

Nº	CATEGORIAS	ALUNOS	%
1	Conhecimento/Aprendizado	A1, A2, A3, A4, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A18, A19, A20, A21, A22, B2, B4, B6, B8 e B9	70,0
2	Dificuldades em Física	A3, A4, A5, A9, A13, A14, A15, A18, A21, B1, B2, B3, B5, B6, B7, B10 e B11	52,0
3	Curso/Física/Universidade	A6 e A8	6,0
4	Enriquecer o currículo	A12 e A17	6,0
5	Em Branco	A16	3,0

### Discussão da tabela 1:

Nas respostas fornecidas à pergunta inicial, tabela 1, percebe-se que, dos trinta e três alunos que se inscreveram para fazer o curso, 70% querem adquirir novos conhecimentos e ampliar o aprendizado. Um exemplo disso está na fala do aluno: “... *obter novos conhecimentos... facilitar a minha aprendizagem*” (A1). Confirmando o que dizem as pesquisas feitas na revisão da literatura, 52% dos estudantes querem fazer o curso por sentirem dificuldades no conteúdo da Física. Como exemplo nas palavras do aluno: “... *queria adquirir mais conhecimento, aula como essa é de grande ajuda. Tenho dificuldades em Física...*” (A4). Dois alunos, A6 e A8, disseram se interessar em fazer o curso, pois seria uma oportunidade não só para aprimorar os conhecimentos, como também para ingressar em uma futura faculdade em Física. Com o pensamento de “*enriquecer o currículo*” por meio desse curso, estão os alunos (A12 e A17). Apenas um aluno não respondeu à pergunta inicial.

### Primeiro Encontro - (16-06-2015)

A aula teve início com a aplicação do primeiro pré-teste, tabelas 2, 3, 4, 5 (a, b), 6, 7 (a, b) e 8 com 7 perguntas para o levantamento dos conhecimentos prévios sobre grandezas físicas, unidades de medida, relação entre unidades de medida de uma mesma grandeza, a sigla SI, o significado da multiplicação pelo número 1, transformação de unidades entre m/s e km/h. Depois, houve uma leitura dinâmica dos pré-testes. Nessa leitura, foram verificados os conhecimentos dos alunos que poderão ser usados no aprendizado da Física, os conceitos comuns para o cotidiano do aluno, mas não aceitos cientificamente e, em alguns casos, a ausência de conceitos para determinado conteúdo de Física, bem como a verificação sobre como está a base matemática dos alunos. Em seguida, iniciou-se a aula, dialogando sobre Grandeza física, unidades de medida, grandezas da Cinemática, sobre a sigla SI e um método (potencialmente significativo) que utiliza frações unitárias para a transformação de unidades de medida.

Sobre esse método, o professor mostrou alguns exemplos de transformação de unidades, para as grandezas tempo, convertendo as unidades minuto em segundo e, segundo em minuto; e deslocamento, convertendo a unidade quilômetro em metro. Em cada um desses exemplos, foi explicado que o aluno deveria encontrar, e não

decorar, uma fração unitária de conversão que cancelasse a unidade indesejada. Durante as explicações sobre o significado da fração unitária de conversão, Capítulo 1 do produto educacional, dois alunos disseram:

*“Realmente, a Física é linda, pois estou compreendendo, e não memorizando, as transformações de unidades” (Aluno B4).*

*“Verdade, sempre aprendi Física de maneira muito objetiva, sem evidenciar os porquês dos conteúdos” (Aluno A7).*

Diante dos comentários finais, foi pedido para que cada um deles escrevesse uma cartinha do que estavam vivenciando sobre o aprendizado do conteúdo naquele momento. Serão transcritos dois exemplos de alguns trechos das cartinhas.

*“... nunca aprendi a transformar unidades de medidas, mas quando ele [o professor] explicou de uma maneira extremamente simples e fácil, quando realmente consegui compreender, fiquei tão impressionada...” (Aluno B4).*

*“... no nono ano do ensino fundamental, tive muita dificuldade... a introdução da Física é muito importante... pois você entende a base e o porquê do assunto estudado... a partir do curso, passei a ver a Física com outros olhos...” (Aluno A7).*

Os trechos descritos acima mostram o quanto esses alunos têm dificuldades em Física, desde os anos anteriores. Segundo os relatos de A7 e B4, essas dificuldades podem ser decorrentes do fato de memorizarem tabelas, fatores de conversão ou na objetividade, conforme o estudo de Lima (2012), de apenas decorar e empregar uma fórmula. Por outro lado, essas descrições deixam claro que a compreensão dos conteúdos, proporcionando uma aprendizagem significativa, pode gerar felicidade. Nesse contexto, percebe-se que as explicações centradas no aluno geram aprendizado e motivação.

Dando continuidade, para encontrar as frações unitárias que fazem as conversões entre as unidades metro e quilômetro, segundo e minuto, que são bastante utilizadas na Cinemática, é necessário que os alunos se lembrem das relações entre essas unidades.

Assim, foi perguntado aos alunos: Quantos metros cabiam em 1 quilômetro? A maioria acertou, respondendo 1000 metros.

Em seguida, o professor perguntou também: Quantos segundos cabem em 1 minuto? A maioria respondeu, acertadamente, 60 segundos.

Após serem lembrados das relações entre essas unidades, foi pedido que os alunos fizessem outros exemplos sobre as transformações de unidades para as grandezas tempo e deslocamento. Os alunos responderam aos exemplos, e as dúvidas surgidas eram trocadas entre eles e o professor. Em seguida, de cada exemplo sobre as transformações de unidades através da multiplicação por 1, o professor solicitava aos alunos para que eles escrevessem o significado do resultado encontrado. Concluiu-se daí que houve indícios de aprendizagem significativa, pois os alunos de modo geral responderam:

.... “2 km valem 2000 m, pois como 2 km foi multiplicado por uma fração unitária, que representa 1 (elemento neutro da multiplicação), e foi obtido 2000 m, realmente verifica-se que 2 km é igual a 2000 m”.

Os alunos passaram a dar significado às transformações de unidades a partir do elemento neutro da multiplicação, conhecimento que eles possuíam, normalmente, desde as primeiras séries do ensino fundamental, confirmando que o conhecimento prévio é o primeiro passo para a aprendizagem significativa crítica, Moreira (2010b, 2011a).

Serão apresentadas as respostas dos alunos ao primeiro pré-teste, que foram agrupadas em categorias e analisadas nas tabelas a seguir.

**Tabela 2** – Categorização das respostas do 1º pré-teste: *O que é unidade de medida?*

Nº	CATEGORIAS	ALUNO	%
01	São modos que ajudam a medir valores. São exemplos: metro, litro, quilos.	A3	50,0
02	Unidade de medida é usada para diferenciar e facilitar a vida de muitas pessoas. Como comerciantes. Ajuda em tudo, Unidade de medida: kg, g, etc.	A4	
03	Unidade usada para medir, km/h ou m/s.	A6	
04	É a forma que você especifica o resultado que você chegou em uma unidade (de massa, força, etc.)	A7	
05	Não sei.	A1, A5, B1 e B3	50,0

### Discussão da tabela 2:

Os conhecimentos prévios dos alunos sobre o que é *unidade de medida* deixaram claro que dos 8 alunos, quatro (A3, A4, A6 e A7) possuem subsunçores relevantes para um bom entendimento sobre esse conteúdo. O aluno A3 deu bons exemplos sobre unidades de medida (metro e litro), mas quando escreveu “quilo”, sem acompanhar outra palavra, corroborou com o senso comum. No contexto do cotidiano, “quilo” não pode ser considerado incorreto, no entanto, no contexto da matéria de ensino, esperava-se que a resposta fosse quilograma ou quilômetro, por exemplo, pois “quilo” é um prefixo que só terá significado físico se anteceder a uma unidade. A resposta de A4 foi pertinente, pois mostrou a relevância de algumas unidades de medida para o comércio. O aluno A6 respondeu satisfatoriamente através de dois exemplos relevantes de unidades de medida, embora a unidade “segundo” de acordo com o SI é escrita apenas com um “s”. Mostrou um sinal de insegurança ao escrever: “... não tenho certeza”. O aluno A7 mostrou a essência do significado das unidades de medida ao dizer que “*cada grandeza física tem a sua unidade de medida específica*”. Já os alunos A1, A5, B1 e B3 demonstraram que ainda não possuem conhecimentos prévios sobre o conteúdo *unidade de medida*. Ao longo do processo de ensino e aprendizagem, situações de aprendizagem serão criadas para que esses alunos possam adquirir conhecimentos sobre *unidade de medida*, o que irá permitir ao sujeito que aprende dar significado a novos conhecimentos (AUSUBEL, 2002).

**Tabela 3** – Categorização das respostas do 1º pré-teste: *O que é uma grandeza física?*

Nº	CATEGORIAS	ALUNO	%
01	São os valores que podem ser medidos, exemplo: peso, altura, capacidade...	A3	50,0
02	Peso ou massa ... não tenho certeza.	A6	
03	Tudo que se pode medir fisicamente	A7	
04	Grandeza Física para mim, seria a parte em que o resultado é aceitável. Grandeza = mg	A4	
05	Não sei.	A1, A5, B1 e B3	50,0

### Discussão da tabela 3:

Os conhecimentos prévios dos alunos sobre o que é uma *grandeza física* deixaram evidentes que A3, A4, A6 e A7 apresentavam subsunçores relevantes sobre

esse conteúdo. O aluno A3, além de ter uma boa noção sobre o significado de uma grandeza física, deu exemplos. O aluno A6 deu dois exemplos corretos de grandezas físicas, mas mostrou insegurança quando disse: “Não tenho certeza”. O aluno A7 deu uma resposta parcialmente aceita sobre o significado de uma *grandeza física*, de acordo com a matéria de ensino, pois tudo aquilo que pode ser medido é que é considerado como uma grandeza física. O aluno A4, na essência de sua resposta, escreveu a palavra “resultado” para definir uma *grandeza física* e foi pertinente, já que o resultado de uma medida, cientificamente aceito, é o que caracteriza uma grandeza física. Nas respostas de A1, A5, B1 e B3, verificou-se que ainda não possuem conhecimentos prévios sobre o conteúdo *grandeza física*.

**Tabela 4** – Categorização das respostas do 1º pré-teste: *O que significa a sigla SI?*

Nº	CATEGORIAS	ALUNO	%
01	Sistema Internacional de Unidades	A7	12,5
02	Sistema de Unidades	A4 e A6	75,0
03	Sistema Internacional	A3	
04	Sistema Internacional de Medidas	A1, A5 e B1	
05	Não sei	B3	12,5

#### **Discussão da tabela 4:**

Os conhecimentos prévios dos alunos sobre o significado da sigla *SI* mostraram que A1, A3, A4, A5, A6, A7 e B1 têm conhecimentos relevantes sobre essa sigla. O aluno A7 escreveu a resposta cientificamente aceita. Os alunos A4 e A6 deram uma resposta aceitável, já que *SI* é um sistema de unidades, mas não escreveram o significado aceito pela Física da sigla *SI*, que é Sistema Internacional de Unidades. A resposta de A3 é aceitável, porém, de acordo com o conhecimento científico, *SI* significa Sistema Internacional de Unidades. Os alunos A1, A5 e B1 deram uma resposta cabível, mas o conhecimento aceito da matéria de ensino é Sistema Internacional de Unidades. Verificou-se que B3 ainda não possui conhecimento prévio a respeito do significado da sigla *SI*.

**Tabela 5(a)** – Categorização das respostas do 1º pré-teste: *Ocorre alteração em um valor original quando o multiplicamos por 1?*

Nº	CATEGORIAS	ALUNO	%
01	Não	A1, A3, A4, A5 e B1	62,5
02	Em matemática não, em física, eu não sei.	A6	12,5
03	Sim	A7	12,5
04	Não sei	B3	12,5

#### Discussão da tabela 5(a):

Os conhecimentos prévios dos alunos sobre se ocorre alteração em um valor original quando ele é multiplicado por 1 mostraram que A1, A3, A4, A5 e B1 responderam de forma correta. O aluno A7 ainda não tem um entendimento satisfatório, pois ele respondeu que havia alteração em um valor original. Já A6 demonstra entendimento quando disse que, em matemática, a multiplicação por 1 não altera, mas não tem certeza, ainda, se esse conhecimento matemático pode ser usado em Física. A incerteza a respeito dos conhecimentos prévios tem sido uma constante para A6. Este fato comprova que o professor deve ter uma atenção especial com esse aluno. Percebe-se que B3 ainda não possui conhecimento prévio sobre esse conteúdo.

**Tabela 5(b)** – Categorização das respostas do 1º pré-teste: *Por que de não se alterar um valor quando o multiplicamos por 1?*

Nº	CATEGORIAS	ALUNO	%
01	Ele só é multiplicado apenas uma vez. Não ocorre mudança no valor, como haveria se multiplicássemos por um número maior que 1.	A3	50,0
02	Porque tudo que é multiplicado por 1 retorna ao valor inicial.	A4	
03	Porque todo número multiplicado por um dá igual a ele mesmo.	A5 e B1	
04	Resposta fora de contexto.	A1 e A7	25,0
05	Não sei.	A6 e B3	25,0

#### Discussão da tabela 5(b):

Os conhecimentos prévios dos alunos sobre essa deixaram claro que os alunos A3, A4, A5 e B1 possuem entendimento sobre esse conteúdo. O aluno A3 explicou bem e foi além ao dizer que “se multiplicarmos um valor por um número maior do que

1, esse valor sofreria mudança”. O aluno A4 está ciente de que o número 1 é o elemento neutro da multiplicação. Os alunos A5 e B1 responderam corretamente através de uma frase que é trazida pela maioria dos livros didáticos de matemática. Percebe-se nas respostas de A5 e B1 um aprendizado mecânico, mas que pode se tornar significativo. Os alunos A1 e A7 deram respostas fora do contexto, e os alunos A6 e B3 ainda não possuem conhecimento prévio sobre esse conteúdo.

**Tabela 6** – Categorização das respostas do 1º pré-teste: *Cite duas relações entre unidades de medida que você conhece.*

Nº	CATEGORIAS	ALUNO	%
01	km/h e m/s.	A1, A3, A5 e B1	75,0
02	Metro (m), hora (h). Velocidades, espaço, tempo. km.	A4	
03	km/h (não tenho certeza)	A7	
04	Não sei.	A6 e B3	25,0

#### Discussão da tabela 6:

Os conhecimentos prévios dos alunos relativos a essa questão mostraram que houve uma fragilidade no modo como foi feita a pergunta a esse questionamento, pois A1, A3, A4, A5, A7 e B1 escreveram duas unidades através de símbolos ou por extenso, mas não escreveram se havia alguma “relação” entre essas unidades. Teria sido mais adequado, para atender às expectativas do professor, se a questão fosse elaborada assim: “Escreva a relação entre duas unidades de comprimento, ou entre duas unidades de tempo, ou entre duas unidades de massa que você conhece”. Desta forma, considera-se que ficaria mais claro para o aluno compreender que estavam sendo pedidas duas relações entre unidades de uma mesma grandeza. Os alunos A6 e B3 não apresentaram conhecimentos prévios sobre relações entre unidades de medida, talvez pela fragilidade na elaboração dessa pergunta. Haverá uma avaliação final, na qual o professor tomará os devidos cuidados para os questionamentos serem consistentes.

**Tabela 7(a)** – Categorização das respostas do 1º pré-teste: *Você sabe transformar 36 km/h em m/s?*

Nº	CATEGORIAS	ALUNO	%
01	Sim (implicitamente)	A1, A7	25
02	Mais ou menos. Me confundo.	A3	25,0

03	Não lembro.	B1	
04	Não sei	A6, B3	25,0
05	Não respondeu	A4, A5	25,0

### Discussão da tabela 7(a):

Para a questão 7(a), o professor esperava que os alunos respondessem sim ou não. Desse modo, ele considerou que A1 e A7 responderam “sim”, implicitamente, de acordo com os cálculos corretos que fizeram na questão 7(b). O aluno A3 respondeu “mais ou menos, me confundo”; O aluno B1 disse “não lembro”, ou seja, considerou-se que ele pode saber responder em outro momento. Os alunos A6 e B3 responderam “não”. Os alunos A4 e A5 não responderam a essa questão, pois considera-se não ter ficado claro para eles que a questão 7 se dividia nas etapas 7(a) e 7(b).

**Tabela 7(b)** – Categorização das respostas do 1º pré-teste: *O método utilizado pelo aluno para transformar km/h em m/s.*

Nº	CATEGORIAS	ALUNO	%
01	$36 : 3,6 = 10 \text{ m/s}$	A1, A7	25,0
02	Divide por 3,6 nesse caso...me confundo	A3	12,5
03	1 km = 1000 m, logo 36 km serão 36000 m. 36000 m/s	A4	25,0
04	$36 \cdot 3,6 = 1296 \text{ m/s}$	A5	
05	Não realizou a transformação	A6, B1, B3	37,5

### Discussão da tabela 7(b):

Os alunos A1 e A7 usaram a divisão por 3,6 e, assim, escreveram a resposta 10 m/s, porém, houve uma incoerência nas unidades de medidas, pois 36 km/h dividido por 3,6 ( $36 \text{ km/h} : 3,6$ ) dá 10 km/h, ou  $36 : 3,6$  é igual a 10 e não 10 m/s. Um dos objetivos do professor, com os alunos, é de sanar essa falta de rigor com as unidades de medida. O aluno A3 disse que “dividi por 3,6, nesse caso”, mas não fez o cálculo. O professor considera que a confusão desse aluno se deve ao fato de ele não saber se é para dividir ou multiplicar por 3,6. O aluno A4 sabia a relação entre as unidades de comprimento para transformar de quilômetro em metro, mas não escreveu a relação entre as unidades de tempo, hora e segundo. Este fato o impediu de transformar 36 km/h em m/s. O aluno A5 multiplicou 36 km/h por 3,6 e não obteve o

resultado correto. A forma mecânica como esse aluno aprendeu a converter unidades de velocidade gerou uma confusão nos conceitos de transformação de unidades. Os alunos A6, B1 e B3 não realizaram a transformação, pois, de acordo com a tabela 7(a), A6 e B3 não possuem conhecimento prévio sobre transformação de unidades, e B1 argumentou que não se lembrava de como transformar 36 km/h em m/s.

**Tabela 8** – Categorização das respostas do 1º pré-teste: *Dificuldades encontradas no aprendizado da Física em anos anteriores?*

Nº	CATEGORIAS	ALUNO	%
01	Minha pessoa e o professor!	A1	12,5
02	Pois é uma matéria com muitas fórmulas e dificulta a aprendizagem.	A3 e A5	25,5
03	A maneira que alguns professores ensinam. E alguns cálculos que complicam	A4	12,5
04	...Física é como as outras matérias, se o professor souber dar aula, o aluno irá entender e aprender, se ele não souber o aluno nunca entenderá nada. Física é tipo matemática, é só se concentrar e o professor saber dar aula.	A6	12,5
05	A proximidade dos assuntos algumas vezes dificulta a forma de ensino, a falta de incentivo, aulas monótonas, etc.	A7	12,5
06	A minha maior dificuldade é na interpretação, quando é para tirar as informações da questão e montar o cálculo.	B1	12,5
07	A minha maior dificuldade no aprendizado com a Física é a complicação dos cálculos.	B3	12,5

### Discussão da tabela 8:

O aluno A1 divide a responsabilidade quanto à dificuldade da aprendizagem da Física entre ele o professor. Tal opinião mostra uma consciência de que o ensino da Física deve ser compartilhado, de acordo com o princípio do aprendiz como perceptor/representador da aprendizagem significativa crítica (MOREIRA, 2010b, 2011a), e não centralizado no professor. Os alunos A3 e A5 atribuem as dificuldades às fórmulas. O problema das fórmulas não está, na quantidade, mas na qualidade de entendimento de cada uma delas. Em muitas aulas de Física, é exigida a mera decoreba das fórmulas sem a preocupação com o significado das mesmas, compartilhado pela matéria de ensino e a interação com o cotidiano dos estudantes. Isso faz muitos alunos formarem uma imagem equivocada da Física, confirmando as

observações de Souza e Donangelo (2012), e, em muitos casos, repudiarem a Física. O aluno A4 relaciona a sua dificuldade à maneira como alguns professores ensinam e alguns cálculos que complicam. Nas atividades de Física, depois que se entende e se aplica a fórmula correta, o aluno precisa de uma base matemática para desenvolver os cálculos. Consideramos que algumas dificuldades quanto a esse desenvolvimento poderiam ser minimizadas se os alunos interagissem mais com seus professores, perguntando mais durante a aula ou fora de sala. Contudo, o professor deve se mostrar disponível, dando voz aos alunos, segundo o princípio de Moreira (2010b, 2011a) do abandono da narrativa, para esclarecer as dúvidas.

O aluno A6, em grande parte de seu relato, diz que a dificuldade de aprendizado se deve, unicamente, ao professor. Entretanto, se o aluno não estiver predisposto a aprender, não há como compreender os conteúdos da aula (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980). O ensino deve ser compartilhado entre professor e aluno. A dificuldade de A7 está no ensino de muitos assuntos, sem o devido tempo de maturação, além de aulas monótonas. Se o professor visa apenas transmitir o conteúdo de todo o livro de texto e utilizando, por exemplo, só o quadro branco, sem outras estratégias educacionais, a qualidade da aula tende a diminuir, tornando a Física monótona e pouco atrativa (MOREIRA, 2011a). Para B1, a dificuldade está em coletar as informações relativas ao fenômeno físico de uma questão. Considera-se que este aluno deve ter uma boa base em matemática. Já, a dificuldade de B3 está nos cálculos. Considera-se que este aluno deve compreender os fenômenos físicos, mas deve faltar base matemática para o desenvolvimento dos cálculos. Dos dez alunos que foram até o final do projeto, oito participaram desse primeiro pré-teste. Faltaram os alunos A2 e B2.

### **Segundo Encontro (17-06-2015)**

Foi realizada uma breve retomada dos assuntos anteriores, enfatizando as relações entre as unidades de medida bastante usadas na Cinemática que não são do SI (quilômetro, minuto e hora) com as unidades de medida que são do SI (metro e segundo). A participação dos alunos se deu através de perguntas feitas para a turma. A partir das respostas, certas ou erradas, foram feitas observações, complementações e assim foi construído um quadro que teve a participação dos alunos sobre as

principais relações entre as unidades bastante usadas na Cinemática para o entendimento deles. Sabendo que 1 h tem 60 min e que 1min tem 60 s, aconteceu o seguinte diálogo:

**Professor:** *Quantos segundos cabiam em 1 h? Eles pensaram e alguns concluíram, acertadamente, que em uma hora cabem 3600 s.*

**Aluno (A5):** *“Professor em uma hora cabem sessenta ao quadrado segundos”.*

**Professor:** *Certíssimo, pois 3600 é equivalente a  $60^2$ .*

A resposta de A5 foi pertinente, pois percebeu que 3600 é equivalente a sessenta ao quadrado ( $60^2$ ) e destacou a base sessenta, muito usada nas relações entre as unidades de tempo. Como A5 atribuiu significado ao número 3600, dificilmente ele esquecerá a relação entre as unidades hora e segundo.

A partir do diálogo anterior sobre as relações entre as unidades, hora, segundo, quilômetro e metro, o professor lançou a seguinte situação de aprendizagem: Como vocês transformariam a medida de velocidade 72 km/h em m/s? Houve as seguintes respostas:

*“ Não tenho ideia de como fazer” (Aluno B2).*

*“Usa o 3,6, mas não me lembro como” (Aluno A2).*

Essas respostas confirmaram ao professor juntamente, com seus 15 anos de docência, que o uso do fator 3,6 para transformar as unidades km/h em m/s, gera uma grande confusão para a maioria dos alunos. Percebeu-se, a partir do primeiro pré-teste e também pelas falas dos alunos, que a conversão entre as unidades km/h e m/s foi aprendida mecanicamente em anos anteriores, confirmando um ensino pragmático da Física, de acordo com os estudos de Lima (2012), em que o importante parece ser o ato de decorar fórmulas.

A partir do método que utiliza a multiplicação por 1 (fração unitária para transformar unidades), foi-se percebendo, através de exemplos, que duas frações unitárias (para transformar quilômetro em metro e hora em segundo) poderiam ser usadas para obter a transformação desejada entre as unidades de velocidade. Após essa explicação, houve o seguinte comentário dos alunos:

*“Agora entendi de onde vem o 3,6” (Alunos A2, A3, A5 e B1).*

Constatou-se que não é preciso decorar se é para multiplicar por 3,6 ou dividir por 3,6 para converter entre si as unidades de velocidade km/h e m/s. Há vários métodos para se transformar unidades, e todos são importantes, principalmente, quando o aluno compreende o que está fazendo. Relatam Fernandes e Vianna (2011) “*o aluno deve ser privilegiado e valorizado no processo de ensino*”. Em seguida, foi pedido para os alunos converterem as unidades de velocidade: m/s em km/h e km/h em m/s através do método que utiliza as frações unitárias de conversão. Enquanto eles faziam, o professor percebeu algumas dificuldades sobre simplificação de frações e, por isso, foi ao quadro para revisar esse conteúdo para toda a turma. Em uma próxima turma, antes de ministrar o conteúdo transformações de unidades, será colocado, no pré-teste, uma pergunta sobre simplificação de frações para saber como os alunos estão nesse conteúdo e assim pensar em estratégias potencialmente significativas para ensiná-lo.

### **Terceiro Encontro (23-06-2015)**

A aula foi iniciada retomando-se o método que transforma as unidades de medida através da multiplicação por 1, mostrando sua grande aplicabilidade a partir de exemplos que pedem a transformação de outras unidades de velocidade, tais como: quilômetro/dia, metro/dia, metro/minuto, metro/semana e, também, através das unidades monetárias Real e centavo de real. Para o aluno perceber mais o significado das unidades de velocidade km/h (tão usada nas placas de trânsito, velocímetros e lombadas eletrônicas) e m/s, foi pedido para eles refletirem e responderem sobre a seguinte situação de aprendizagem: Quem é maior 1 m/s ou 1 km/h? Houve a seguinte resposta:

*“1 km/h é maior, pois 1 km é maior do que 1 m” (Alunos A1, A4 e B3).*

De fato, 1 km é maior do que 1 m, porém eles não perceberam que as unidades envolvidas, na pergunta, foram quilômetro por hora (km/h) e metro por segundo (m/s) e não apenas quilômetro (km) e metro (m). Dialogamos que para o entendimento dessa pergunta, é necessário relacionar as unidades de deslocamento, quilômetro e metro, com as unidades de tempo, segundo e hora. Assim, gradativamente, eles foram percebendo que 1 m/s corresponde a 3600 m/3600 s, ou seja, considerando que a

velocidade não varia, 1 m/s significa percorrer 3600 m durante 1 h. E 1 km/h significa percorrer 1 km durante 1 h. Quando professor e alunos estavam concluindo esse raciocínio, os estudantes disseram:

*“Professor, 1 m/s é maior, pois percorre-se uma distância maior” (Alunos A2, A3 e A7).*

Concordando com os alunos, foi explicado que, ao manter uma velocidade de 1 m/s, percorre-se 3600 m em uma hora, enquanto com 1 km/h, percorre-se 1000 m na mesma 1 h. Foi gratificante ver o sorriso deles após esse entendimento. Enfatizou-se que para um melhor entendimento da Física, é fundamental “sentir” as unidades e os alunos concordaram. Em seguida, pediu-se: Transformem 1 m/s em km/h.

A maioria respondeu a essa situação de aprendizagem de forma correta, utilizando o método da multiplicação por 1 (as frações unitárias). Após finalizarem essa questão, os alunos concluíram que 1 m/s corresponde a 3,6 km/h e foi-se percebendo que, a cada encontro, o número 3,6, na Cinemática, ganhava mais significados para os alunos. Após a conclusão da situação de aprendizagem de que 1 m/s é igual a 3,6 km/h, ou seja, que 1 m/s é um pouco mais que o triplo de 1 km/h, os alunos puderam confirmar que 1 m/s, de fato, é maior. Dois alunos comentaram:

*“Professor, quando se explica o porquê das coisas, o tempo passa mais rápido” (Alunos A3 e A7).*

Esse comentário confirma o aprendizado e a motivação dos alunos durante a aula e que o tempo passa rápido não apenas quando se explicam os porquês, mas, principalmente, quando há entendimento dos porquês, dando significado ao que foi compartilhado segundo a matéria de ensino (AUSUBEL, 2002).

O conhecimento sobre as unidades de medida na Cinemática será uma importante ferramenta para a distinção conceitual entre as grandezas velocidade e aceleração instantâneas. Nos 30 minutos finais do terceiro encontro, foi feito um pré-teste, tabelas 9, 10(a, b), 11 e 12 contendo quatro perguntas para averiguar os conhecimentos prévios sobre os conteúdos Binômio de Newton e o conceito de infinitésimo. Estes conteúdos são pré-requisitos para o aluno do 1º Ano compreender e desenvolver as expressões matemáticas da velocidade e aceleração instantâneas

em uma perspectiva escalar e vetorial em movimentos retilíneos, a partir de funções horárias polinomiais, sem precisar recorrer à definição formal de Limite ou apenas memorizar as regras de derivação. Ao recolher o segundo pré-teste, foi feita uma leitura dinâmica. Durante essa leitura, foram percebidas as fragilidades dos alunos, principalmente, em relação a alguns produtos notáveis que são ferramentas matemáticas relevantes para o aprendizado da Física.

Serão apresentadas as respostas dos alunos ao segundo pré-teste, que foram agrupadas em categorias e analisadas nas tabelas a seguir:

**Tabela 9** – Categorização das respostas do 2º pré-teste: *O que é um binômio?*

Nº	CATEGORIAS	ALUNO	%
01	Acho que seja uma coisa com dois nomes.	A2 e A7	22,0
02	Não lembro	A4	11,0
03	Não sei.	A1, A3, A5, B1, B2 e B3	67,0

#### Discussão da tabela 9:

Os conhecimentos prévios dos alunos sobre o que é um binômio mostraram que A2 e A7 tinham uma razoável ideia sobre o significado de um binômio. O aluno A7 captou a essência do significado de um binômio ao escrever que a palavra “binômio” tem a ver com dois nomes. O aluno A2 se lembrou de que binômio é um polinômio com dois termos. Resposta parcialmente aceita, pois, matematicamente, estes dois termos não podem ser redutíveis a um só. A resposta do aluno A4 leva-nos a considerar que ele, em algum momento, já estudou o assunto, mas no momento deste pré-teste, ele não se lembrou. Esse fato, talvez, deixe claro uma aprendizagem mecânica sobre os binômios para o aluno A4. Percebeu-se que A1, A3, A5, B1, B2 e B3 ainda não possuem conhecimento prévio a respeito do significado de um binômio. O conhecimento prévio representa a variável mais importante para a aprendizagem significativa, de acordo com (Ausubel, Novak e Hanesian, 1980).

**Tabela 10(a)** – Categorização das respostas, do 2º pré-teste: *Sabem desenvolver as expressões  $(x + 3)^2$  ou  $(x + 5)^3$ ?*

Nº	CATEGORIAS	ALUNO	%
01	Sim (implicitamente)	A1, A2 e A4	44,0
02	Não (implicitamente)	A5	
03	Acho que sim.	A3, A7 e B1	33,0
04	Não sei	B1 e B3	23,0

### Discussão da tabela 10(a):

Em relação à questão 10(a), o professor gostaria de que o aluno respondesse sim ou não. Para os alunos A1, A2, A4 e A5, o desenvolvimento dos cálculos já mostra o “sim” ou o “não” que o professor espera. De certa forma, e especificamente nesta questão, eles estão corretos. Os alunos A3, A7 e B1 denotam insegurança pelas suas respostas. Os alunos B1 e B3 responderam explicitamente que não sabem desenvolver as expressões  $(x + 3)^2$  ou  $(x + 5)^3$ , ou seja, ainda não possuem conhecimentos prévios sobre essas expressões.

**Tabela 10(b)** – Categorização das respostas, do 2º pré-teste: *Desenvolvimento das expressões  $(x + 3)^2$  ou  $(x + 5)^3$ .*

Nº	CATEGORIAS	ALUNO	%
01	$(x + 3)^2 = (x + 3) \cdot (x + 3) = x^2 + 3x + 3x + 9 = x^2 + 6x + 9$	A1, A2, A3 e A4	45,0
02	$(x + 3)^2 = x^2 + 6$	A7 e B1	22,0
03	16x, 216x	A5	11,0
04	Não sei	B2 e B3	22,0

### Discussão da tabela 10(b):

Os alunos A1, A2, A3 e A4 desenvolveram a expressão  $(x + 3)^2$  e não se limitaram à regra que fornece o resultado dessa expressão. O aluno A3 respondeu, na letra a, que estava inseguro quanto ao desenvolvimento das expressões, mas foi o único que além de desenvolver  $(x + 3)^2$ , desenvolveu, passo a passo, a expressão  $(x + 5)^3$ . O aluno A5 deu uma resposta fora do contexto. Os alunos A7 e B1 não desenvolveram as expressões, mas escreveram respostas que se assemelham às respostas certas. Considera-se que A7 e B1 tenham tentado se lembrar das regras que fornecem mecanicamente as respostas, mas não tiveram êxito. Os alunos B2 e B3 ainda não possuem conhecimentos prévios sobre as expressões  $(x + 3)^2$  ou  $(x + 5)^3$ .

**Tabela 11** – Categorização das respostas do 2º pré-teste: *O que é um Binômio de Newton?*

Nº	CATEGORIAS	ALUNO	%
01	Não lembro	A2	11,0
02	Não sei	A1, A3, A4, A5, B1, B2 e B3	89,0

### Discussão da tabela 11:

Apenas o aluno A2 leva a considerar que, em algum momento, ele tomou conhecimento desse conteúdo, mas, no momento deste pré-teste, ele não se lembrou. O nome binômio de Newton não é tão familiar aos alunos, principalmente, do 1º ano do ensino médio, mas o estudo deste conteúdo está inserido, de forma geral, em um conteúdo do ensino fundamental chamado produtos notáveis. Considera-se que, por isso, o restante dos alunos A1, A3, A4, A5, B1, B2 e B3 responderam não saber o que é um binômio de Newton.

**Tabela 12** – Categorização das respostas do 2º pré-teste: *Significado da palavra infinitesimal?*

Nº	CATEGORIAS	ALUNO	%
01	Um decimal infinito.	A2, A3 e A5	55,0
02	É um decimal que se repete várias vezes. Como se fosse uma dízima periódica.	A4 e B1	
03	Não sei.	A1, A7, B2 e B3	45,0

### Discussão da tabela 12:

Os alunos A2, A3 e A5 responderam “Um decimal infinito”. Considera-se que esta resposta foi dada, pois esses alunos podem achar que a escrita da palavra “infinitesimal” é uma espécie de junção das palavras “infinito” e “decimal”. Consideramos que as respostas dos alunos A4 e B1 podem ter sido originadas a partir de um conteúdo visto por eles no ensino fundamental chamado dízima infinita periódica, onde há um número, chamado período, que se repete infinitas vezes. É pertinente os alunos procurarem conteúdos que têm a ver com a palavra infinito, mas os conceitos de infinito e infinitesimal são distintos. Os alunos A1, A7, B2 e B3 ainda não têm conhecimento prévio sobre o que significa um infinitesimal. Dos dez alunos que foram até o final do projeto, nove participaram desse segundo pré-teste. O aluno A6 faltou.

### Quarto Encontro (01-07-2015)

Foram apresentadas, no quadro, aos alunos as cinco primeiras linhas de uma estrutura numérica, que tem infinitas linhas horizontais, uma embaixo da outra,

chamada Triângulo de Pascal. Foi pedido para os alunos observassem, atentamente, os números que formavam essas linhas e perguntado a eles: Vocês estão observando algum padrão numérico para formar essas linhas horizontais? Eles ficaram pensando e, após algumas dicas do professor, os alunos concluíram de modo geral:

*“As linhas do Triângulo de Pascal, a partir da segunda, começam por 1 e terminam com 1, e os outros números são obtidos através de uma soma” (Alunos, A5, A7, B1, B2 e B3).*

Em seguida, as linhas foram apagadas do quadro e foi pedido para que eles dissessem, em voz alta, linha por linha até a quinta linha. À medida que eles falavam linha por linha, foi sendo construído, no quadro, o Triângulo de Pascal. Continuando, pediu-se a realização de uma atividade de aprendizagem realizada individualmente que foi: Construir a sexta e a sétima linha do Triângulo de Pascal. À medida que acabavam de fazer essa atividade, percebiam-se indícios de aprendizagem significativa, pois a maioria havia captado o significado do que foi ensinado sobre o triângulo de Pascal. Ainda nesse encontro durante o estudo do Binômio de Newton, foi dito o porquê de se estudar o Triângulo de Pascal. Após, houve o seguinte diálogo para a introdução do Binômio de Newton:

**Professor:** *Vocês sabem como se desenvolve a expressão  $(A + B)^2$ ?*

**Aluno (A2):** *“É só usar a regra”.*

**Professor:** *Beleza, mas alguém sabe qual é a regra? Eles não souberam responder.*

De fato, na análise do segundo pré-teste, na tabela 10(b) do terceiro encontro, percebeu-se que alguns alunos desenvolveram essa expressão, de forma correta, porém nenhum deles utilizou a regra do quadrado da soma que, normalmente, é apresentada no ensino fundamental. Em seguida, foi argumentado para os alunos que o desenvolvimento da expressão  $(A + B)^2$  representa, para o conteúdo da Biologia no contexto da Genética, o somatório das possibilidades do nascimento de dois filhos, pois o expoente da expressão acima é 2, onde A representa o menino e B, a menina. Houve o seguinte diálogo:

**Professor:** *Um casal quer ter dois filhos, quais as possibilidades de nascimento, em termos de menino e menina?*

**Aluno (B1):** *Como assim?*

**Professor:** *É simples! Dentre as possibilidades do nascimento de dois filhos, um caso é de nascerem dois meninos. Sacou?*

**Aluno (B1):** *Fez um sinal positivo.*

**Professor:** *E os outros casos, quais são?*

**Alunos (B1 e B2):** *Duas meninas.*

**Professor:** *Certo. Tem mais algum?*

**Alunos (A1, B1, B2 e B3):** *Um menino e uma menina.*

**Professor:** *Perfeito, mas no caso de nascerem um menino e uma menina, ou o menino é mais velho ou?*

**Aluno (B1):** *a menina é mais velha!*

**Professor:** *Excelente! Agora, filhos, podemos montar o desenvolvimento da expressão  $(A + B)^2$ , reunindo essas possibilidades de nascimento, ou seja, um caso com dois meninos (AA), dois casos com um menino e uma menina, dependendo de quem nasce primeiro (2AB) e um caso com duas meninas (BB), por isso  $(A + B)^2 = AA + 2AB + BB = A^2 + 2AB + B^2$ . Compreenderam? Diante da explicação a maioria respondeu que sim.*

Dando continuidade, foi escrito no quadro a expressão  $(A + B)^3$ . Perguntou-se:

**Professor:** *O que significa a expressão  $(A + B)^3$ ?*

**Aluno (A1):** *Nascimento de três filhos.*

**Professor:** *Porque três filhos?*

**Alunos (A1 e A4):** *Porque o expoente é três!*

**Professor:** *Certíssimo! Quais são as possibilidades de nascimento nesse caso?*

**Aluno (A4 e B3):** *três meninos, dois meninos e uma menina, um menino e duas meninas, e três meninas.*

**Professor:** *Parabéns, filho! Mas, no caso, do nascimento ser de um menino e duas meninas, o menino pode ser o filho mais velho, certo?*

**Aluno (A1):** *Certo! Também o menino pode ser o mais novo!*

**Professor:** *E, também, o filho do meio! Portanto, temos 3 possibilidades: o menino mais velho (ABB), o menino mais novo (BBA) e o menino como o filho do meio (BAB). Percebem que essa mesma lógica pode ser usada para o caso de o nascimento ser*

de uma menina e dois meninos, BAA, ABA e AAB, que resulta, também, em três possibilidades, certo?

**Alunos (A1, A2, A4, A7 e B2):** Entendi.

**Professor:** Portanto, queridos, a expressão  $(A + B)^3$  é a reunião de todas as possibilidades de nascimento de três filhos, ou seja:

$$(A + B)^3 = AAA + 3AAB + 3ABB + BBB = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3.$$

Ao finalizar-se esse diálogo, foi dito aos alunos que expressões do tipo  $(A + B)^N$ , onde N é representado por um número natural, são chamadas de Binômio de Newton. Os alunos A2 e B1 chamaram o professor, em suas bancas, mostraram o desenvolvimento, em seus cadernos, do Binômio  $(A + B)^4$  antes de ter sido solicitado, mostrando interesse pela captação do significado, predisposição para a matéria de ensino, possibilitando uma aprendizagem significativa (Ausubel, 2002, Moreira, 2011b). Em seguida, foi pedido aos demais alunos que desenvolvessem o Binômio  $(A + B)^4$  já desenvolvido anteriormente por A2 e B1. Durante essa atividade, o aluno A1 falou:

*“Professor, é fácil encontrar as possibilidades de nascimento que são: quatro meninos (AAAA), três meninos e uma menina (AAAB), dois meninos e duas meninas (AABB), um menino e três meninas (ABBB), e quatro meninas (BBBB), mas para achar a quantidade dessas possibilidades dá muito trabalho!” (Aluno A1).*

Essa fala propiciou que fosse lembrado o conteúdo sobre o Triângulo de Pascal. Foi argumentado que o significado das linhas desse conteúdo é o de informar as quantidades dessas possibilidades, que, corroborando com A1, dão trabalho. Foi dito que, se o expoente do Binômio for 2, a terceira linha representa as quantidades das possibilidades que são: 1, 2 e 1. Se o expoente do Binômio for 3, a quarta linha representa as quantidades das possibilidades que são: 1, 3, 3 e 1. Imediatamente, pediu-se para que os alunos observassem os desenvolvimentos já realizados de  $(A + B)^2$  e  $(A + B)^3$  e eles confirmaram o que estava sendo dito. Em seguida, aconteceu o diálogo:

**Professor:** Se o expoente do Binômio for 4, quais são as quantidades de possibilidades?

**Alunos (A1, A2, B1 e B3):** *vai para a quinta linha do Triângulo.*

**Professor:** *Certíssimo! Entendeu, filho, para que serve o conhecimento das linhas do Triângulo de Pascal para o nosso contexto?*

**Alunos (A1e A5):** *Sim, professor.*

**Professor:** *E se o expoente for  $N$ , vamos para qual linha?*

**Aluno (A3):**  *$N$  mais 1, professor!*

**Professor:** *Perfeito!*

Em seguida, foi solicitado aos alunos que desenvolvessem o Binômio de Newton  $(A + B)^5$ . Enquanto os alunos tentavam fazer, o professor caminhava pela sala, observando e aclarando as dúvidas. A maioria dos alunos conseguiu desenvolver binômios com expoentes maiores que 3. Dois alunos disseram:

*“Professor, estou gostando do assunto. Passe tarefa de casa para desenvolvermos mais Binômios” (Aluno A2).*

*“Se eu tivesse aprendido o Binômio de Newton, no ensino fundamental, teria ajudado muito em matemática” (Aluno A7).*

Devido a esses relatos e da motivação dos alunos para fazer as questões propostas, percebeu-se que houve indícios de aprendizagem significativa. A maioria concluiu que o Binômio de Newton  $(A + B)^N$  representa o somatório das possibilidades do nascimento de  $N$  filhos, onde  $A$  é o menino e  $B$ , a menina. Para a proposta deste trabalho, precisava-se que os alunos soubessem desenvolver Binômios de Newton, pois, com esse alicerce, eles obteriam, com significado, as expressões das velocidade e aceleração instantâneas em movimentos retilíneos, a partir de equações horárias polinomiais, sem precisar recorrer à definição formal de Limite ou regras de derivação.

Para entender o novo conceito de variação infinitesimal (infinitésimo) que dará compreensão à palavra “instantânea” das grandezas velocidade e aceleração instantâneas, perguntou-se aos alunos:

Qual a diferença entre o intervalo de tempo que se gasta para fazer uma caminhada e o intervalo de tempo para uma piscada involuntária de olho?

Essa pergunta gerou discussões, e assim os alunos perceberam que o intervalo de tempo de uma piscada involuntária pode representar o conceito de

infinitésimo de tempo, pois é extremamente menor do que o intervalo de tempo para se fazer uma caminhada qualquer, chamado de intervalo de tempo médio. Mostrou-se aos alunos que uma variação infinitesimal de tempo, de acordo com a matéria de ensino, é simbolizada por  $dt$  e que um intervalo de tempo médio é representado por  $\Delta t$ . A discussão entre os conceitos de infinito e infinitésimo foi pré-requisito para eles aprenderem, primeiramente, que, embora as palavras infinito e infinitésimo sejam parecidas, elas não têm o mesmo conceito. A semelhança entre essas palavras está no fato de um infinitésimo ser uma variação infinitamente pequena. Em segundo, para compreenderem, no momento oportuno, como uma grandeza média, por exemplo, a velocidade média, pode tender (se transformar) a uma grandeza instantânea, a velocidade instantânea. Em terceiro, para eles entenderem uma aproximação com o Binômio de Newton potencialmente significativa para desenvolver as expressões das velocidades e aceleração instantâneas, em movimentos retilíneos, a partir de funções horárias polinomiais.

Com a participação dos alunos, o professor desenvolveu, no quadro, o binômio  $(t + dt)^2$  que continha o infinitésimo de tempo  $dt$  e, assim, encontrou-se:  $(t + dt)^2 = tt + 2tdt + dt^2 = t^2 + 2tdt + dt^2$ . Para os alunos compreenderem que o infinitésimo  $dt$  elevado ao quadrado é desprezível, ou seja, que pode ser retirado do desenvolvimento, foi utilizada uma analogia através de uma potência de 10 com expoente negativo para representar um número muito pequeno. Na explicação, foi-se elevando, gradativamente, essa potência de 10 a expoentes maiores, e eles foram percebendo que os resultados ficavam cada vez menores, ou seja, cada vez mais próximos de zero. Os alunos concluíram que infinitésimos elevados a expoentes inteiros cada vez maiores são tão pequenos, tão próximos de zero que podem ser desprezados do desenvolvimento. Logo o binômio:  $(t + dt)^2$  poderia ser escrito assim:  $(t + dt)^2 = t^2 + 2tdt$ . Em seguida, foi pedido para os alunos desenvolverem o binômio  $(t + dt)^3$ . A maioria conseguiu desenvolver os quatro termos  $(t^3 + 3t^2dt + 3tdt^2 + dt^3)$  mas em relação ao termo  $3tdt^2$ , a maioria deles, de forma equivocada, só desprezou o  $dt^2$  e deixou o  $3t$ . Diante desse fato, o professor esclareceu que os alunos não estavam considerando a multiplicação. Esse foi o equívoco, e eles concluíram que  $(t + dt)^3$  tem o seguinte desenvolvimento:  $(t + dt)^3 = t^3 + 3t^2dt$ . Houve os seguintes comentários:

*“Professor, esses binômios com o infinitesimal  $dt$ , sempre resultam em dois termos!”*  
**(Aluno A2).**

*“Professor, esse curso vai fazer falta” (Aluno B1).*

O comentário de A2 foi pertinente, pois essa é uma das propriedades que será enfatizada nas aulas do sexto encontro sobre velocidade escalar instantânea. E o que B1 disse emocionou o professor, confirmando que o ensino centralizado no aluno com estratégias potencialmente significativas é bastante estimulante para discentes e docentes. O aprendizado do desenvolvimento do Binômio de Newton com o infinitesimal  $dt$  será importante para alunos do primeiro ano do Ensino Médio entenderem os conceitos e as expressões da velocidade e aceleração instantânea nas perspectivas escalar e vetorial.

#### **Quinto Encontro (07-07-2015)**

A aula foi iniciada com a solicitação aos alunos que formassem grupos para responderem a duas situações de aprendizagem. A primeira tem o intuito de averiguar os conhecimentos prévios para se iniciar o conteúdo sobre velocidade instantânea em uma perspectiva escalar. A segunda para alertar sobre os perigos de estar a uma velocidade alta. Em seguida, os grupos se deslocaram da sala de aula para o pátio, estacionamento da escola e BR para observar as informações disponíveis que respondessem às duas situações de aprendizagem. Ao retornarem à sala de aula, houve debates, nos grupos, sobre os velocímetros das motos, dos carros, a lombada eletrônica, etc. Foi importante a discussão entre os grupos sobre os velocímetros, pois eles indicam o valor da velocidade em cada instante e é essa a principal característica para o conteúdo velocidade escalar instantânea. Comentaram, também, sobre uma placa de trânsito que informava a velocidade máxima permitida. Houve um momento em que choveu e, um aluno disse:

*“Professor, os pingos de chuva têm velocidade, pois estão caindo” (Aluno A3).*

O comentário de A3 foi pertinente para a Física, pois a queda dos pingos da chuva simboliza um movimento e é o movimento, em relação a algo ou alguém, que caracteriza o conceito de velocidade. Em relação à segunda situação de aprendizagem, que se refere ao status de estar a uma alta velocidade, os grupos enfatizaram mais aspectos negativos do que positivos. O objetivo principal dessas atividades foi para os alunos observarem e discutirem aplicações sobre a velocidade

escalar instantânea e, a partir da análise dessas situações, ensinar-lhes de acordo. Percebeu-se que, da forma como foi aplicada às duas situações de aprendizagem, corroborando com o princípio de Moreira (2010b, 2011a) “da não utilização do quadro de giz”, a abstração da Cinemática, em relação à velocidade escalar instantânea, foi ganhando significado para os alunos e despertando neles conscientização sobre multas e acidentes no trânsito. Desta maneira, houve aproximação do ensino da Física aos dizeres e saberes contidos nos PCN, promovendo um ensino mais humano e coerente, de acordo com Lima (2012). Não se trata do abandono do quadro de giz ou da não centralidade do livro-texto ou mesmo do abandono da narrativa, que são princípios que se complementam, mas do uso, também, de outras estratégias instrucionais que promovam mais interação entre professor e aluno. Em seguida, iniciou-se um diálogo com os alunos sobre o conceito de velocidade escalar média (fundamental para a compreensão da velocidade escalar instantânea) e sua expressão, através da seguinte pergunta:

*O que significa uma velocidade escalar média de 60 km/h?* Houve a seguinte resposta:

*“Significa que se percorrem 60 km em cada hora” (Aluno A7).*

Foi discutida com os alunos no quadro a situação de aprendizagem:

Dois trechos retilíneos, com velocidades médias diferentes de 60 km/h em cada trecho, e mesmo assim, a velocidade escalar média total resultava em 60 km/h.

A partir dessa discussão, eles começaram a perceber que uma velocidade escalar média não dava informações precisas a respeito dos movimentos. Em seguida, foi pedido para que os alunos, individualmente, criassem uma situação, através de trechos retilíneos, na qual a velocidade escalar média total de um carro resultasse em 20 km/h.

Alguns alunos (**A3, A7, B1, B2 e B3**) elaboraram situações em que os trechos retilíneos foram percorridos com a mesma velocidade escalar média, de 20 km/h. Assim, a velocidade escalar média total resultou em 20 km/h.

A elaboração desses alunos está cientificamente correta, porém, foi lembrado que, mesmo com velocidades médias distintas nos trechos retilíneos, poder-se-ia encontrar, também, a mesma velocidade escalar média total de 20 km/h. Foi sugerido

para que os alunos considerassem, em cada trecho retilíneo, um intervalo de tempo de 1 hora. Após essa sugestão, a maioria conseguiu obter a velocidade escalar média total de 20 km/h mesmo com velocidades médias distintas em cada trecho. Foi muito gratificante perceber que os alunos atribuíam significado ao conceito de velocidade escalar média. A partir desses exemplos, houve o seguinte diálogo:

**Aluno (A7):** *Professor, quando a velocidade média é padrão, em cada trecho, temos um Movimento Retilíneo Uniforme!*

**Professor:** *Perfeito! E quando a velocidade média é diferente, em cada trecho, temos um movimento retilíneo variado.*

O aluno A7 apresentou uma definição aceita pela matéria de ensino e diferente da maioria dos livros-textos de Cinemática. Foi criado um grupo no WhatsApp, denominado Mecânica não mecânica, administrado pelo professor para as diversas situações: justificativas de faltas e avisos, mas, principalmente, com o objetivo de compartilhar significados com os alunos sobre os conteúdos e atividades da Cinemática abordada no curso e esclarecimento de dúvidas. A Cinemática faz parte da Mecânica e, desde o início do curso, ficou claro, através de muitos diálogos e pelas respostas à sétima questão do primeiro pré-teste, tabela 8, que o ensino mecânico da Mecânica, apenas, decorando e empregando fórmulas em situações fora da realidade, por exemplo, é ultrapassado, dispendioso, ineficaz, sem significado e desmotivante para aprender, de acordo com Oliveira (2006). Por isso, o grupo do WhatsApp foi nomeado pela expressão “Mecânica não mecânica”. Essa expressão é um estímulo à busca pela aprendizagem significativa, que tem como foco o ensino centrado no aluno. Como atividade de casa, pediu-se para os alunos fotografassem, através do celular, dispositivos que indicassem velocidade e postassem no grupo do WhatsApp. As fotos foram postadas para serem discutidas. Serão apresentadas as respostas dos grupos 1, 2, 3 e 4 de alunos às duas situações de aprendizagem apresentadas a seguir que foram analisadas (primeira situação de aprendizagem com as respostas agrupadas em categorias, tabela 13, e uma discussão sobre a segunda situação de aprendizagem):

**Tabela 13** – Categorização das respostas sobre: *Onde encontrar aplicações ou situações do conceito de velocidade?*

Nº	CATEGORIAS	ALUNO	%
01	Placas de trânsito, lombada eletrônica, velocímetro, velocidade da chuva, velocidade da luz e do som, velocidades dos automóveis;	A1, A2, A4 A5 e A6; A3 e A7	78,0
02	Encontramos velocidade no movimento das pessoas, na pista, em carros, em motos.	B2 e B3	22,0

### Discussão da tabela 13:

O grupo 1, formado pelos alunos A1, A2, A4, A5 e A6, e o grupo 2, formado pelos alunos A3 e A7, perceberam ou já tinham a noção de que velocidade é um conceito atrelado ao movimento em relação a algo ou alguém, pois eles descreveram que há velocidade no voo de uma mosca, do vento, na queda da chuva (inclusive, no momento em que eles faziam as observações, no pátio da escola, estava chovendo um pouco), no movimento dos automóveis, da luz e do som. Foi pertinente o fato de os alunos do grupo 1 relatarem que a luz tem velocidade, pois, no momento oportuno, em um futuro encontro, o professor utilizará a enorme velocidade da luz no vácuo como um exemplo potencialmente significativo para o entendimento do conceito de aceleração. Os grupos 1 e 2, também, foram corretos, na perspectiva da física, quando citaram que o velocímetro, lombada eletrônica e algumas placas de trânsito estão vinculados ao conceito de velocidade, principalmente, porque o velocímetro registra o valor da velocidade em cada instante do movimento, isto é, o velocímetro registra a velocidade escalar instantânea. O velocímetro de um carro e a placa de trânsito que indica a máxima velocidade escalar instantânea permitida são ótimos exemplos para o aluno perceber o conceito de velocidade instantânea que é um dos temas centrais deste trabalho e será o conteúdo dialogado após as situações de aprendizagem desse encontro. O grupo 3, formado pelos alunos B2 e B3, percebeu o conceito de velocidade no movimento das pessoas, dos carros e das motos. Para esse grupo faltaram relatos sobre outras situações ou aplicações do conceito de velocidade, tais como: velocímetros, algumas placas de trânsito e lombadas eletrônicas. Mas a partir de seus subsunçores e do diálogo sobre o conteúdo velocidade escalar instantânea, considera-se que as situações ou aplicações que o grupo 3 não percebeu serão compreendidos.

### **Análise das respostas dos alunos sobre a segunda situação de aprendizagem: *O que o status de ter uma “alta velocidade” pode gerar?***

Discussão da segunda situação de aprendizagem:

O objetivo principal dessa situação de aprendizagem foi o de gerar nos alunos uma reflexão sobre as possíveis consequências, principalmente, as negativas, das altas velocidades. Além desse objetivo ter sido atingido, os alunos surpreenderam o professor com exemplos nos quais o excesso de velocidade, muitas vezes, é fundamental. O grupo 2, formado pelos alunos A3 e A7, e o grupo 1, formado pelos alunos A1, A2, A4, A5 e A6, responderam com as suas palavras que o excesso de velocidade é necessário para as ambulâncias socorrerem pessoas e para os carros dos bombeiros e policiais chegarem aos seus destinos e, assim, cumprirem os seus trabalhos. Respostas pertinentes. Os grupos 1 e 2, também, escreveram, acertadamente, que altas velocidades em alguns esportes é fundamental. Todos os grupos responderam muito bem sobre os aspectos negativos de altas velocidades e o grupo 3, formado pelos alunos B2 e B3, enfatizou que a alta velocidade, independente de uma competição esportiva, está no sangue de pessoas que gostam de sentir a adrenalina. Todas essas descrições são potencialmente significativas para atrair a atenção do aluno para os conteúdos iniciais da Cinemática, especificamente, velocidade escalar instantânea, promovendo um ensino mais humano e coerente, mediante uma proposta dialógica e problematizadora, confirmando o que disse Lima (2012). Todas essas discussões foram potencialmente significativas para o aluno compreender que, se ultrapassar os valores máximos de velocidades instantâneas estabelecidos por lombadas ou placas de trânsito, as consequências podem ser drásticas, tanto no bolso quanto na vida. Dos dez alunos que foram até o final do projeto, nove participaram dessas situações de aprendizagem. O aluno B1 faltou.

### **Sexto Encontro (08-07-2015)**

Dando continuidade às atividades da aula passada, foram postadas, no WhatsApp, fotos de velocímetros, que serviram de gancho para informar aos alunos que, no cotidiano, o conceito de velocidade escalar instantânea, principalmente, através da marcação de um velocímetro, indica o valor da velocidade em cada instante do movimento. Nesse contexto, os alunos perceberam que o conhecimento do valor

da velocidade escalar instantânea, em cada instante de tempo é importante para fazer curvas com mais segurança, evitar acidentes e multas de trânsito. Em seguida, foram lembrados o conceito e a expressão matemática da velocidade escalar média, pois este conteúdo é potencialmente significativo para se obter a expressão matemática da velocidade escalar instantânea. O professor lançou inicialmente a situação de aprendizagem:

*Como se obtém uma velocidade, em determinado instante, a partir da velocidade escalar média que para ser obtida precisa de dois instantes, um inicial e um final?*

Para responder a esta pergunta, foi feito um “teatro” pedagógico entre o professor e um aluno. Pediu-se para que A1 levantasse uma das mãos e o professor, também, levantou uma de suas mãos. As mãos estavam aproximadamente a 1 m de distância. Foi dito que a mão de A1 representava a posição inicial de um objeto imaginário; e a mão do professor, a posição final que o objeto atingiria após ele se deslocar de uma mão à outra. Perguntou-se para o grande grupo:

Como podemos, a partir dessa (encenação) situação de aprendizagem, calcular a velocidade escalar média do corpo imaginário entre as posições inicial e final? Dois deles responderam:

***“É só pegar a distância entre as mãos e dividir pelo tempo gasto de uma mão à outra”***  
**(Alunos A2 e A3).**

A resposta de A2 e A3 está de acordo com a Cinemática. Foi enfatizado que, para calcular a velocidade escalar média, precisa-se de duas posições (que foram representadas, na encenação, pelas mãos de A1 e do professor em dois instantes. Já a velocidade escalar instantânea é calculada em uma única posição em um determinado instante. A pergunta inicial foi reformulada para os alunos para que se facilitasse ainda mais o entendimento:

Como dois instantes poderiam se transformar, ou melhor, tender a um único instante para a obtenção da expressão matemática da velocidade escalar instantânea?

Os alunos estavam atentos e, vagarosamente, o professor foi aproximando a sua mão (representante da posição final) da mão de A1 (representante da posição inicial). À medida que a posição final se aproximava da inicial, foi informado que a distância entre as posições, para o corpo imaginário percorrer, deveria ser praticamente zero, pois as duas posições, praticamente, seriam uma só. Houve a seguinte fala:

*“A distância entre as mãos deve ser um infinitésimo” (Alunos A2, A3 e A7).*

Essa fala é cientificamente aceita. Os alunos começaram a entender que o conceito da velocidade escalar instantânea está atrelado às variações infinitesimais. Em seguida, foi perguntado aos alunos: Por que a distância entre as mãos tem de ser praticamente zero, ou seja, porque as mãos não podem se tocar?

**Aluno (A3):** *Se as mãos se tocarem, não haverá distância para ser percorrida.*

**Professor:** *Certíssimo! De fato, se a distância percorrida for zero, não há variação de posição e sem mudança de posição, não há movimento, e sem movimento não há velocidade escalar instantânea!*

Após essas discussões, os alunos concluíram que a aproximação entre os tempos inicial e final deve ser tamanha a ponto desses instantes serem considerados como um único instante. Assim, poderiam calcular a velocidade escalar instantânea. Houve o seguinte diálogo:

**Aluno (A2):** *Professor, não há instrumento para se medir um infinitésimo, né?*

**Professor:** *Parabéns, filho! Você está certíssimo, pois o infinitésimo é uma variação tão pequena que tende a zero. Não há dispositivos que meçam essa abstração! Mas não se esqueçam de que tender a zero não significa ser zero, mesmo sendo infinitamente pequeno.*

A respeito das discussões e diálogos anteriores, foi escrita, no quadro, a expressão da velocidade escalar média e perguntou-se: Para encontrarmos a velocidade escalar instantânea de um corpo, ele deve percorrer quanto de distância em quanto de tempo? Alguns alunos responderam:

*“Um infinitésimo de distância e um infinitésimo de tempo” (Alunos: A2, A3 e B1).*

Após essa resposta correta, foi enfatizado que a velocidade escalar instantânea é uma velocidade escalar média especial, cuja distância percorrida (variação de posição) vale um infinitésimo  $dS$  e o intervalo de tempo gasto (variação de tempo) vale um infinitésimo  $dt$ . Assim, perceberam que a expressão matemática da velocidade escalar instantânea é a expressão da velocidade escalar média com infinitésimos:  $v = dS/dt$ .

Para consolidar o conceito de infinitésimos, foi perguntado: Qual o conteúdo visto, em aulas passadas, que abordou os infinitésimos?

*“O desenvolvimento do Binômio de Newton com infinitésimo” (Alunos, A1, A2, A3, A7, B1 e B3).*

Esse desenvolvimento é fundamental para facilitar a aprendizagem significativa referente a como encontrar a expressão da velocidade escalar instantânea. Dando continuidade, foram escritos no quadro dois exemplos sobre Binômios com infinitésimos,  $(t + dt)^2$  e  $(t + dt)^3$ , já discutidos no quarto encontro. A maioria se lembrou do desenvolvimento desses Binômios. Foi pedido então para que eles desenvolvessem, individualmente, outros dois Binômios com maiores expoentes que os anteriores:  $(t + dt)^6$  e  $(t + dt)^{200}$ . A maioria acertou o exemplo  $(t + dt)^6$ . No entanto, percebeu-se um “susto” dos alunos quando se depararam com o expoente 200, em  $(t + dt)^{200}$ . Houve um diálogo no quarto encontro sobre haver uma relação entre o expoente do Binômio e a quantidade de termos do seu desenvolvimento, ou seja, se o expoente é 200, eles compreenderam que haveria 201 termos. Nesse momento, perguntou-se aos alunos:

*No desenvolvimento de um Binômio de Newton que contém um infinitesimal, a partir de que termo o infinitesimal  $dt$  ficava elevado a um expoente maior do que 1?*

Foi retomada a interpretação da Genética dada ao desenvolvimento de um Binômio de Newton e observaram-se os exemplos respondidos:  $(t + dt)^2$ ,  $(t + dt)^3$  e  $(t + dt)^6$ . Percebemos que, a partir do terceiro termo, o infinitesimal  $dt$  ficava elevado a expoentes inteiros maiores do que 1. Relembrou-se de que, no desenvolvimento de um Binômio, infinitesimais elevados a expoentes maiores do que 1 são desprezíveis! A maioria estava entendendo, mas um aluno perguntou:

*“Professor, como posso elevar o infinitesimal  $dt$  a um expoente e o resultado ser menor ainda?” (Aluno A1).*

É comum achar que, para expoentes maiores, os resultados serão sempre maiores! Mas esse não é um raciocínio cientificamente aceito, pois o problema está no “sempre!” A matemática com significado é poderosa para auxiliar no entendimento da Cinemática! Para esclarecer a dúvida de A1, o professor elevou um número decimal bem próximo de zero ( $10^{-5}$ ) a expoentes cada vez maiores e, gradativamente, foi perguntando aos alunos quanto dava os resultados e juntos, íamos respondendo. Um aluno falou em voz alta:

*“Professor, quanto maior o expoente, mais zeros dá no resultado e, assim, menor é o número” (Aluno A5).*

A turma concordou com ele; então, o professor pôde perceber que houve compreensão, ou seja, eles concluíram que, no desenvolvimento de um binômio com um infinitésimo, do terceiro termo em diante, todos os termos são desprezíveis! Dos 201 termos do desenvolvimento do Binômio  $(t + dt)^{200}$ , 199 poderiam ser desprezados! Assim, concluiu-se que, no desenvolvimento de qualquer Binômio que contém um infinitesimal, só haverá dois termos! O aluno A2 teve esse entendimento no quarto encontro. São corriqueiras, em Cinemática, questões literais para darem mais significado às abstrações. Após os alunos terem desenvolvido os binômios:  $(t + dt)^2$  e  $(t + dt)^3$ ,  $(t + dt)^6$  e  $(t + dt)^{200}$ , foi lançado o desafio:

Você saberia desenvolver o Binômio que tem o expoente representado por uma letra,  $(t + dt)^N$ ? Esperou-se um tempo e um aluno chamou o professor, em particular, dizendo:

*“Professor, de acordo com os outros Binômios já feitos, percebi uma lógica e achei esse resultado  $(t + dt)^N = t^N + nt^{N-1}dt$ . Está certo? (Aluno A3).*

Apenas A3 conseguiu fazer e foi elogiado. Esse aluno pediu o pincel, foi ao quadro e começou a explicar à turma o desenvolvimento que ele havia feito. Os alunos prestaram muita atenção à explicação. O professor fez complementos, pedindo a participação dos alunos. Pela interação, percebeu-se que houve entendimento. O

desenvolvimento dos Binômios com infinitésimo é potencialmente significativo para os alunos do primeiro ano do Ensino Médio compreenderem as expressões da velocidade e aceleração instantâneas em movimentos retilíneos, nas perspectivas escalar e vetorial, a partir de equações horárias polinomiais.

### **Sétimo Encontro (21-07-2015)**

Iniciamos a aula, dialogando sobre o que significa uma equação horária da posição e relembramos a diferença conceitual entre a posição e a variação de posição (deslocamento). Estes conceitos são fundamentais para os alunos perceberem como se obtém a expressão matemática da velocidade escalar instantânea, a partir de equações horárias polinomiais da posição. Os polinômios são estudados, no ensino fundamental. Portanto, utilizar esse conhecimento é uma ótima estratégia para a obtenção da expressão matemática da velocidade escalar instantânea. Foram feitas três perguntas:

Primeira: Sabendo que a equação horária da posição que rege um movimento retilíneo é  $S = t^2$ , em unidades do SI, qual o valor da velocidade no instante 3 s? Houve um diálogo para responder a essa questão:

**Professor:** *Pedir a velocidade em um instante significa pedir que velocidade?*

**Alunos (A1, A2, A5, A7, B1 e B2):** *A velocidade instantânea!*

**Professor:** *Ótimo! Portanto, concluímos que este, realmente, é um exemplo que aborda a velocidade escalar instantânea. Para encontrarmos a expressão dessa velocidade, é preciso deslocar um infinitésimo de distância  $dS$  durante um infinitésimo de tempo  $dt$ . Estão compreendendo?*

**Alunos (A5, A6, A7, B1 e B2):** *Sim, professor!*

**Professor:** *Ok! Portanto, vamos acrescentar  $dS$ , no primeiro membro, e  $dt$ , no segundo membro, da equação horária da posição  $S = t^2$  e obter  $S + dS = (t + dt)^2$ .*

**Aluno (A2):** *Professor, apareceu o binômio com infinitésimo!*

**Professor:** *Exatamente, por isso, estudamos os desenvolvimentos desses binômios!*

Voltou-se à equação  $S + dS = (t + dt)^2$ , e - com a participação deles - chegou-se à igualdade  $S + dS = t^2 + 2tdt$ , e foi feita uma analogia, dizendo que uma igualdade representava uma balança de pratos equilibrada, onde o lado esquerdo da igualdade

representa um prato e o lado direito, o outro. Essa analogia visa atribuir significado ao sinal de igualdade, ou seja, se retirarem-se as mesmas quantidades dos dois lados da igualdade, a balança continua equilibrada (mantém-se a igualdade), então se retirar-se “S” do lado esquerdo da igualdade, é necessário retirar “ $t^2$ ” do lado direito, pois  $S = t^2$ . Como foi gratificante perceber o entendimento dos alunos por meio de analogias que privilegiam o ensino centrado nos alunos, como argumentam Fernandes e Vianna (2011) e Ausubel (2002). Portanto, a igualdade  $S + dS = t^2 + 2tdt$  ficou assim:  $dS = 2tdt$ . Logo:  $dS/dt = 2t$ .

Perguntou-se aos alunos: *O que representa a expressão  $dS/dt$ ?* Foi lembrada que a expressão  $dS/dt$  representa a velocidade escalar instantânea, logo os alunos concluíram que  $v = 2t$ . Encontrou-se, após a interação, a expressão da velocidade escalar para qualquer instante de tempo ( $v = 2t$ ), mas o enunciado acima pediu a velocidade no instante 3 s. O professor substituiu o instante de tempo  $t = 3$  s nas equações  $S = t^2$ , encontrou-se  $S = 9$  m, e  $v = 2t$ , obtendo  $v = 6$  m/s, tendo sido lembradas as unidades do SI para os alunos diferenciarem as Grandezas Físicas que estão trabalhando. Foi compreendido que a resposta é  $v = 6$  m/s. Gradativamente, os alunos do primeiro ano do Ensino Médio foram percebendo o conceito matemático da velocidade escalar instantânea, sem recorrer à definição formal de Limite ou regras de derivação.

Em seguida, foram feitas a segunda e a terceira perguntas respectivamente:

Dada a equação horária da posição  $S = t^3$ , em unidades do SI, qual o valor da velocidade no instante 4 s?

Dada a equação horária da posição  $S = t^4 + t^7$  (SI), qual o valor da velocidade no instante 1 s?

Os alunos responderam a segunda pergunta, mas na terceira pergunta, houve bastante dificuldade na resolução quando apareceu a igualdade  $dS = 4t^3dt + 7t^6dt$ , pois os alunos não sabiam como proceder com dois infinitesimais de tempo  $dt$ . Até então, só haviam sido discutidas perguntas com apenas um infinitesimal do tempo. Revisou-se a fatoração por evidência, normalmente, apresentada no ensino fundamental, para justificar como dois infinitesimais  $dt$  se transformam em um só. Após a revisão, os alunos mostraram entendimento. Foi importante e útil revisar a fatoração por evidência, mas, depois, o professor atentou que poderiam ter dividido, ambos os membros da igualdade  $dS = 4t^3dt + 7t^6dt$  pelo infinitésimo  $dt$ . Considera-se que seria uma outra explicação, igualmente ou mais eficaz. Os conceitos de posição,

deslocamento e equação horária da posição são fundamentais para a aquisição conceitual da velocidade escalar instantânea e, principalmente, para a obtenção com significado de sua expressão matemática.

### **Oitavo Encontro (22-07-2015)**

A aula foi iniciada com uma revisão da aula passada sobre a aproximação obtida a partir da expressão  $(t + dt)^N$  que representa uma etapa para a obtenção da expressão matemática da velocidade escalar instantânea. Para isso, foram escritos, no quadro, os Binômios  $(t + dt)^{10}$ ,  $(t + dt)^N$  e, passo a passo, questionando aos alunos, foram realizados os desenvolvimentos dos Binômios. Em seguida, foi solicitada uma atividade constituída de três exemplos, em duplas:

Obter a expressão da velocidade escalar instantânea em um instante  $t$  qualquer, a partir das três equações horárias da posição:  $S = 6t$ ,  $S = 4t^7$  e  $S = 3t^2$ .

Foi uma satisfação ver os alunos respondendo à atividade através da troca de informações entre eles. Percebeu-se que atividades colaborativas, também, são importantes na prática pedagógica, mediante o décimo primeiro princípio da aprendizagem significativa crítica, o princípio do abandono da narrativa (MOREIRA 2010b, 2011a). Durante a execução das atividades, o professor esclarecia as possíveis dúvidas. Para os alunos encontrarem a expressão da velocidade escalar instantânea, é necessário variar um infinitésimo de posição durante um infinitésimo de tempo. Portanto, acrescenta-se o infinitésimo  $dS$  à posição  $S$  e o infinitésimo  $dt$ , ao tempo  $t$ . Assim, a igualdade, por exemplo,  $S = 6t$  passou a ser  $S + dS = 6(t + dt)$ . A maioria não lembrou ou não sabia que entre o 6 e o parêntesis  $(t + dt)$  há um sinal de multiplicação implícito. Dialogou-se que entre um número e um parêntesis, quando não há sinal, é convencionalizado pela matemática que o sinal é de multiplicação. Portanto, eles precisariam multiplicar o 6 pelos termos  $t$  e depois,  $dt$  que estavam dentro do parêntesis. Assim, os alunos resolveram o exemplo que era regido pela equação horária  $S = 6t$ . Para os outros dois exemplos, surgiram dúvidas, durante as resoluções, nas igualdades  $S + dS = 4(t + dt)^7$  e  $S + dS = 3(t + dt)^2$ . Eles não sabiam a ordem das operações matemáticas, por exemplo, se era para multiplicar o número 4 pelos termos dentro do parêntesis,  $t$  e  $dt$ , e depois, desenvolver o binômio de newton com o expoente 7 ou se era para, primeiramente, desenvolver o Binômio com o expoente 7 para depois, multiplicar o resultado por 4.

Revisou-se que, na Matemática, há uma hierarquia de resolução: primeiro, devem-se resolver os parêntesis com o expoente para depois multiplicar-se pelo número de fora. Em uma próxima turma, será elaborada, no pré-teste, uma questão sobre a ordem de resolução das operações matemáticas para saber qual a base dos alunos e, em seguida, ensinar de acordo. Após essa revisão, houve entendimento e eles continuaram resolvendo os exemplos regidos pelas equações horárias  $S = 4t^7$  e  $S = 3t^2$ . Os alunos que terminaram primeiro as atividades foram orientados a ajudar os colegas. A partir das expressões matemáticas da velocidade escalar instantânea encontrada pelos alunos, para  $S = 6t$ , foi  $v = 6 \text{ m/s}$ ; para  $S = 4t^7$ , foi  $v = 28t^6$  e para  $S = 3t^2$ , foi  $v = 6t$ , o professor perguntou:

Quais as expressões da velocidade escalar instantânea que dependiam do tempo e quais expressões não dependiam do tempo? Um aluno concluiu:

*“Professor, a expressão  $v = 6 \text{ m/s}$  representa um MRU!” (Aluno B1).*

A associação feita por B1 está cientificamente correta entre o significado de um MRU e a expressão da velocidade escalar instantânea que independe do tempo. O diálogo com a turma foi sobre essa conclusão cientificamente aceita de B1, pois quando a expressão da velocidade escalar instantânea depende do tempo, isto é, quando pode ser escrita em função da variável  $t$ , por exemplo,  $v = 28t^6$  ou  $v = 6t$ , o movimento é variado. Foram atribuídos, aleatoriamente, instantes de tempo e substituídos nas equações  $v = 28t^6$  ou  $v = 6t$  e à medida que as substituições foram feitas, valores diferentes foram encontrados para as velocidades. Desse modo, foi percebido o significado da palavra “variado”, na classificação de um movimento retilíneo. Os alunos concluíram que um movimento retilíneo é variado (MRV) quando o valor da velocidade varia para cada instante de tempo e assim, adquiriram significado de como classificar o movimento retilíneo, a partir da expressão da velocidade escalar instantânea.

Para compartilhar, trocar e negociar significados, o professor introduziu a técnica dos mapas conceituais com os alunos, a partir de temas que não pertencem à matéria de ensino com o objetivo de se familiarizar com esse recurso didático (MOREIRA, 2010a). Foi enfatizado o caráter idiossincrático de um mapa conceitual, pois não existe o mapa conceitual e sim um mapa conceitual. Os alunos foram informados de que um mapa conceitual feito hoje é diferente de um mapa conceitual

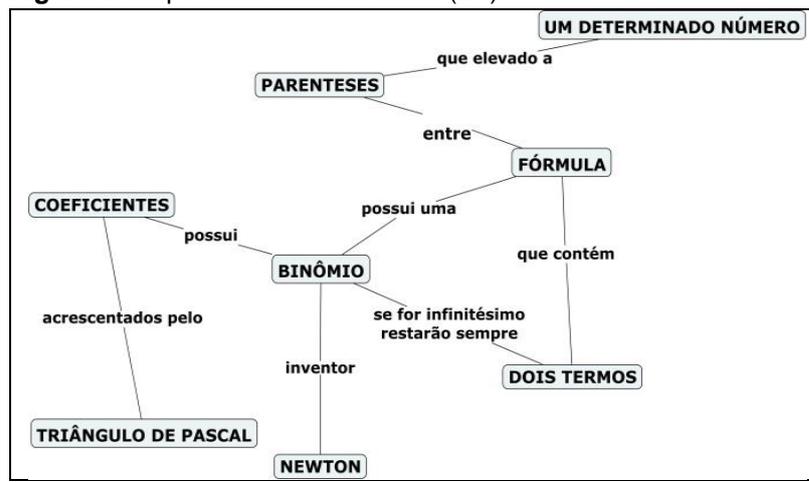
feito amanhã, principalmente, porque os alunos adquirem novos significados para os conceitos compartilhados pela matéria de ensino. Os mapas conceituais ao serem introduzidos no estudo de um tema ou conceito, relatam Novak e Gowin (1999, p. 40), que é a melhor forma de facilitar a aprendizagem significativa dos alunos e ajudá-los claramente a verem a natureza e o papel dos conceitos, bem como as relações entre eles, tal como existem nas suas mentes. Quando foi dito que usaríamos mapas conceituais para os temas do nosso curso, eles ficaram empolgados! Em seguida, foi pedido para construírem, individualmente, em duplas ou trios, mapas conceituais, após o término do conteúdo Binômio de Newton. À medida que os mapas conceituais foram apresentados pelos alunos, o professor fazia observações e complementos. A seguir será feita a análise interpretativa do professor sobre os mapas conceituais, figuras 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8, elaborados no oitavo encontro pelos alunos (B1; B5; A1 e A4; A6 e B6; A8 e A9; A4 e A7; A2, A3 e B8) após o estudo sobre o conteúdo Binômio de Newton.

### **Interpretação do Mapa Conceitual figura 1 – Aluno (B1)**

Os conceitos apresentados e as proposições formadas no mapa da figura 1 são relevantes e válidos para a matéria de ensino. O aluno B1 apresentou um mapa bem estruturado, revelando indícios de aprendizagem significativa. De certa forma, os conceitos estão bem integrados, possuem uma hierarquia do conceito mais geral para o mais específico, com três níveis hierárquicos e traz “Binômio” como o conceito mais inclusor. Na aplicação do pré-teste sobre Binômio de Newton, de modo geral, esse aluno demonstrou não possuir subsunções sobre esse conteúdo. Os subsunções, Moreira, (2011b, p. 28) seriam, “conhecimentos prévios especificamente relevantes para a aprendizagem de outros conhecimentos”. Durante o ensino do tema Binômio de Newton, esse aluno se destacou e conseguiu desenvolver binômios com expoentes maiores antes mesmo de o professor solicitar, demonstrando aquisição de significados da matéria de ensino. Ao apresentar o mapa para o professor, o aluno (B1) já explicava com segurança relacionando os conceitos. Esse mapa apresenta diferenciação progressiva de conceitos, por exemplo, ao dizer que os “coeficientes” do desenvolvimento do binômio estão ligados ao “Triângulo de Pascal” e a reconciliação integrativa ao fazer referência que “um determinado número” acima de um “parêntese” gera uma “fórmula” chamada de “Binômio de Newton”. Nesse caso, o

que aconteceu foi que o sujeito que aprende deve se predispor a relacionar, diferenciando e integrando, interativamente os novos conhecimentos dando-lhes significado (MOREIRA, 2011b). Houve também uma relação horizontal entre os conceitos “dois termos” e “fórmula”, evidenciando a criatividade de quem o elaborou. As respostas da prova final desse aluno sobre esse conteúdo confirmaram sua evolução e a aquisição de conhecimento.

**Figura 1:** Mapa Conceitual do aluno (B1)



### Interpretação do Mapa Conceitual figura 2 (B5) e figura 3 (A1 e B4)

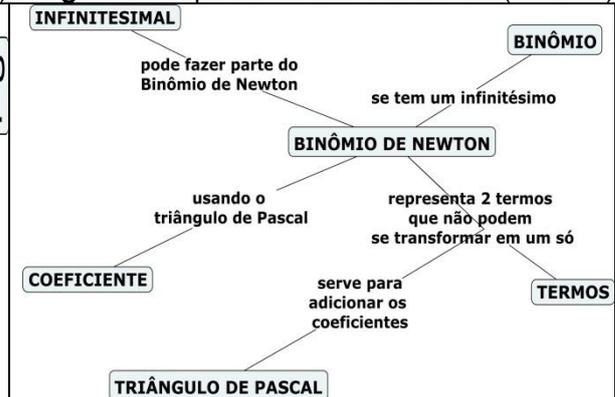
Os conceitos apresentados e as proposições formadas nos mapas das figuras 2 e 3 são relevantes e compartilhados pela matéria de ensino. O aluno B5, figura 2, apresentou um mapa com conceitos básicos, possui apenas um nível hierárquico revelando conhecimento em construção. Os alunos A1 e B4, figura 3, trazem também conceitos relevantes. As proposições formadas possuem frases longas. Isso mostra a dificuldade da dupla em elaborar palavras de ligação usando pequenas expressões. Esse mapa possui dois níveis hierárquicos. Traz “Binômio de Newton” como o conceito mais inclusor. Percebeu-se no pré-teste que aluno A1 possuía alguns subsunçores sobre esse conteúdo. Durante o ensino do tema Binômio de Newton, por exemplo, o aluno A1 sempre participava interagindo no processo de desenvolvimento de um Binômio de Newton a partir da interpretação no contexto da Biologia, especificamente, da Genética. A apresentação do mapa dessa dupla (A1 e B4) chamou a atenção do professor pelo fato de terem sido os únicos que explicaram que o binômio é a soma de dois termos que não podem ser reduzidos a um único termo. Esse fato nos leva a

confirmar as ideias de Novak e Gowin (1999, p. 31) de que o mapa conceitual torna claro tanto para o professor quanto para o aluno, o pequeno número de ideias chave em que eles devem focar para uma tarefa de aprendizagem específica. A maioria das respostas da prova final do aluno A1 sobre esse conteúdo confirma o seu excelente desempenho durante as aulas.

**Figura 2:** MC após o estudo de Binômio aluno (B5)



**Figura 3:** Mapa Conceitual dos alunos (A1 e B4)

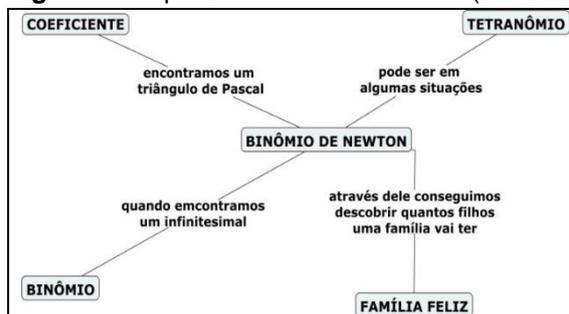


### Interpretação do Mapa Conceitual das figuras 4 (A6 e B6) e figura 5 (A8 e A9)

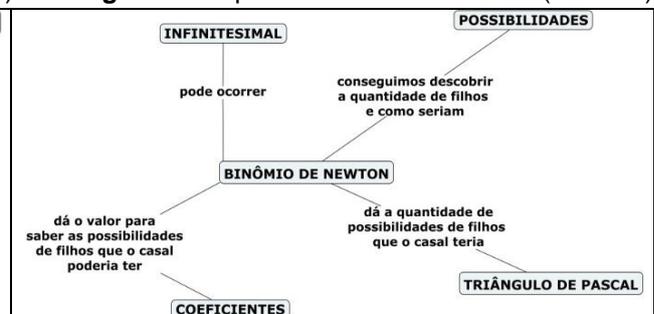
Os conceitos apresentados nos mapas das figuras 4 e 5, em sua maioria, são relevantes e podem ser compartilhados pela matéria de ensino. Ambas as figuras possuem apenas um nível hierárquico. As proposições formadas nas mesmas figuras 4 e 5 possuem frases longas que contêm conceitos relevantes no local inadequado. Essa mesma dificuldade foi encontrada também nos mapas das figuras 2 e 3. Corroborando com Moreira (2006, p. 94) “não é fácil achar uma palavra-chave que expresse uma relação significativa entre dois conceitos”. Durante o ensino do tema Binômio de Newton, por exemplo, aluno A6 participou pouco. Ao apresentar o mapa para o professor, os alunos, da dupla (A6 e B6), figura 4, trouxeram uma informação relevante sobre a quantidade de termos no desenvolvimento de um Binômio de Newton com ou sem um infinitésimo, ao unir os conceitos “Binômio”, Binômio de Newton” e “Tetranômio”. A proposição formada por “Binômio de Newton” através dele conseguiu-se descobrir quantos filhos uma família vai ter “Família feliz” é inválida, pois cientificamente “família feliz” não constitui um conceito da física. Dessa forma, o professor entendeu que os conceitos que apareceram nas frases de ligação no mapa, na explicação verbal foram compreendidos, e que o aluno diferenciou e reconciliou os

conceitos da matéria de ensino. As respostas da prova final, por exemplo, do aluno A6 sobre esse conteúdo confirmaram a aquisição de conhecimento.

**Figura 4:** Mapa Conceitual dos alunos (A6 e B6)



**Figura 5:** Mapa Conceitual dos alunos (A8 e A9)



### Interpretação do Mapa Conceitual das figuras 6 (A4 e A7) e figura 7 (A2, A3 e B6)

Os conceitos apresentados nos mapas das figuras 6 e 7 são relevantes e compartilhados pela matéria de ensino. As proposições formadas na figura 6 de modo geral são válidas, mas na figura 7 existem frases longas que contêm conceitos relevantes no local inadequado. A mesma dificuldade já citada para as figuras 2, 3, 4, 5 e 7. Ambas as figuras possuem dois níveis na hierarquia conceitual. No pré-teste, os alunos A3, A4 e A7 apresentaram alguns conhecimentos prévios para esse conteúdo. Já o aluno A2 possuía subsunçores relevantes para o contexto da matéria.

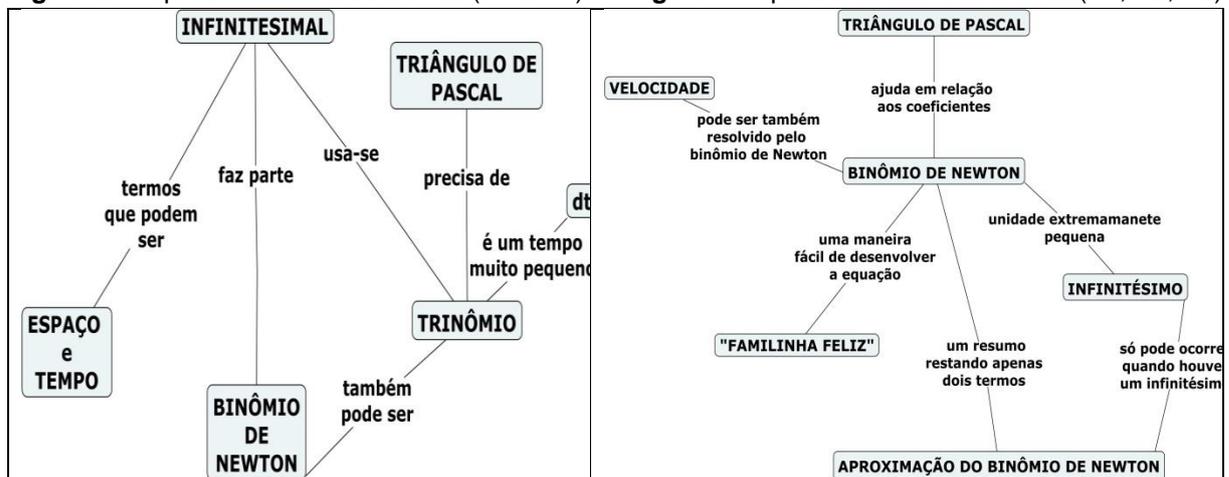
Durante o ensino do tema Binômio de Newton, por exemplo, o aluno (A7) comentou:

*“Se eu tivesse aprendido o desenvolvimento do Binômio de Newton, no ensino fundamental, teria facilitado minha vida em matemática” (Aluno A7).*

Dando continuidade, por exemplo, A2 concluiu que um Binômio com um infinitésimo sempre resultará em dois termos, independentemente do expoente. No mapa da dupla (A4 e A7), figura 6, percebeu-se uma fragilidade ao apresentar o mapa para o professor. Eles explicaram que “um binômio com um infinitesimal usa-se trinômio”, entretanto, de acordo com a matéria de ensino um binômio com um infinitesimal gera um outro binômio e não um trinômio. Os equívocos foram explicados pelo professor. As respostas da prova final, por exemplo, do aluno A7 sobre esse conteúdo confirmaram a predisposição para aprender apresentada nas aulas e a aquisição de conhecimento. Já na apresentação do mapa dos alunos A2 e A3, foi

destacado que o desenvolvimento da velocidade escalar instantânea pode ser realizado através de um Binômio com infinitésimo. O que foi dito de forma coerente e significativa pelos alunos. Ainda no mapa da figura 7, os alunos A2, A3 e B6 trouxeram, por exemplo, como conceito “Família feliz”, como se fosse um conceito científico. Diante desse fato, também ocorrido na figura 4, ficou demonstrado que a assimilação conceitual não foi completamente incorporada pelos alunos. Para que isso aconteça, Ausubel (2002) diz que, na aprendizagem conceitual, à medida que o vocabulário aumenta, os novos conceitos são adquiridos por meio de assimilação conceitual disponíveis na estrutura cognitiva.

**Figura 6:** Mapa Conceitual dos alunos (A4 e A7). **Figura 7:** Mapa Conceitual dos alunos (A2, A3, B6)



### **Análise geral dos mapas conceituais sobre Binômio de Newton**

Fazendo um comentário geral dos mapas conceituais elaborados pelos alunos e de suas apresentações sobre Binômio de Newton, conclui-se que a construção de novos significados sobre um determinado conceito, referente ao conteúdo da matéria de ensino, não é uma tarefa simples. Depende muito dos conhecimentos que o aluno já traz consigo de tal conceito. Novak (2000) enfatiza isso muito bem quando diz que, para compreender o aprendizado da matéria de ensino, estão envolvidos nesse processo o aluno, o conteúdo e o instrumento utilizado potencialmente significativo de ensino, que - quando apresenta significado para o aluno - pode contribuir com a evolução conceitual durante o processo de aprendizagem. Na estruturação dos mapas sobre Binômio de Newton, verificaram-se as dificuldades dos alunos em formular as

palavras de conexão entre os conceitos, uma vez que a maior parte dos mapas se caracterizaram em pequenas e longas frases.

Sobre esse acontecido, Novak e Gowin (1999) comentam que, na elaboração dos primeiros mapas na tentativa de o aluno tornar clara a palavra de ligação, é esperado que isso aconteça. Comenta Mendonça (2012) a importância das ligações cruzadas em um mapa representa uma relação entre dois conceitos em distintas partes do mapa, indicando capacidade criativa de quem o elaborou. Defende Novak (2000), que o mapa conceitual deve trazer os conceitos mais gerais e inclusivos na parte superior do mapa e posteriormente os menos inclusivos satisfazendo assim uma hierarquia. Já Moreira (2006a, b) defende que um mapa conceitual não necessariamente possua esse tipo de hierarquia, e que o importante é que o mapa evidencie os significados atribuídos aos conceitos relacionados entre eles. E para ocorrer a aprendizagem a partir da diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa, a natureza da relação entre dois conceitos formada pelo aluno deve ser explicitada no sentido de formar uma proposição aceita.

Ainda nesse contexto, Mendonça (2012) comenta que, de acordo com o modelo apresentado por Novak e Gowin (1999), podemos analisar o número de níveis hierárquicos junto com o tipo de estrutura. Desse modo, ambos evidenciam a atenção dada à hierarquia entre os conceitos. Quanto maior for o respeito à hierarquia, melhor organizado estará o mapa conceitual. O que torna clara essa evidência é o fato de os autores dos mapas apresentarem e negociarem os significados atribuídos em seus mapas para o professor. Ainda sob esse enfoque, Moreira (2006b) recomenda que os mapas sejam refeitos. Concorda-se com Moreira e deixa-se aqui um comentário sobre a importância para o aprendizado do aluno que o mesmo se predisponha a tentar melhorar o seu mapa.

### **Nono Encontro (28-07-2015)**

Iniciou-se com a aplicação do terceiro pré-teste, tabelas 14, 15, 16, 17 e 18, constando de 06 perguntas para levantamento dos conhecimentos prévios sobre os conceitos de Aceleração e Inércia, que auxiliarão no aprendizado dos conceitos e expressões matemáticas das acelerações média e instantânea, em uma perspectiva escalar.

A sexta pergunta deste terceiro pré-teste foi para cada aluno elaborar uma pergunta sobre aceleração. Após uma leitura dinâmica deste pré-teste, percebeu-se que a maioria dos alunos acredita que aceleração é sinônimo de velocidade alta, confirmando as pesquisas de Laburu e Carvalho (1993). Este é um conceito comum de aceleração para muitos alunos, mas, na Física, velocidade e aceleração têm conceitos distintos. A aceleração se relaciona com a variação de velocidade em certo intervalo de tempo e não com a velocidade. Foi percebido que alguns alunos não sabiam diferenciar os conceitos de velocidade constante e de aceleração constante, o que foi ratificado pela pesquisa de Laburu e Carvalho (1993). Consideramos que a dificuldade para interpretar a expressão “variação de velocidade” é o motivo que gera muita confusão entre os conceitos de velocidade e aceleração.

Foi perguntado aos alunos: *Quantos pedais de aceleração têm um carro, sabendo que um pedal é o acelerador, o outro, freio e o terceiro é a embreagem?*

**“Um professor! O acelerador!” (Alunos A7, B2 e B3).**

A maioria dos alunos concordou com A7, B2 e B3, mas foi feita outra pergunta aos estudantes: *Quando pisamos no pedal do freio, normalmente, o carro aumenta ou diminui a velocidade?*

**“Diminui!” (Alunos: A4, B2 e B1).**

De acordo com essa resposta, foi enfatizado que uma variação no valor significa aumentar ou diminuir! E que o conceito de aceleração, compartilhado pela matéria de ensino, está atrelado a uma variação de velocidade, não importa se para mais ou para menos, em certo intervalo de tempo. Assim, os alunos concluíram dizendo que “o pedal do freio também pode ser um pedal de aceleração”.

Em seguida, foi feita outra pergunta aos alunos: *Existe alguma placa de trânsito que indica aceleração?*

Conversou-se que - embora não haja explicitamente a palavra “aceleração”, escrita nas placas de trânsito – percebe-se que as placas com indicativos de: “PARE”, “DIMINUA A VELOCIDADE”, “LOMBADAS” e “SONORIZADORES” transmitem o conceito de aceleração, pois sugerem para o motorista, variação de velocidade e onde há variação de velocidade, o conceito de aceleração está presente.

Um aluno comentou:

*“Professor, sempre que eu observar uma placa de trânsito, lembrarei do nosso curso”*  
**(Aluno A7).**

O professor ficou feliz e comprovou que as placas de trânsito são potencialmente significativas para se ensinar os conceitos da Cinemática. Após essas discussões com a turma, o professor leu as perguntas elaboradas pelos alunos (A1, A4, A6, A7, B1, B2 e B3) em voz alta, sem revelar o nome deles e, assim, evitar possíveis constrangimentos:

*“Um carro, na lua, tem aceleração?”* **(Aluno A1).**

*“A velocidade da luz que é 300000 km/s pode variar?”* **(Aluno A4).**

*“Existe aceleração negativa?”* **(Aluno A6).**

*“Velocidade e aceleração são a mesma coisa?”* **(Aluno A7).**

*“Em uma viagem, onde o meio de transporte é um ônibus, o que significa o termo aceleração?”* **(Aluno B1).**

*“Quando um foguete vai à lua, quanto ele gasta de aceleração?”* **(Aluno B2).**

*“A velocidade em que vivemos na Terra é uma velocidade rápida que dá muito movimento. A gente pode fazer esse movimento na lua?”* **(Aluno B3).**

Em seguida, conversou-se, pautando-se nas perguntas elaboradas pelos alunos, sobre a estratégia utilizada com base no princípio da aprendizagem significativa crítica de Moreira (2010b, 2011a) da interação social e do questionamento. Conversou-se também sobre a aceleração da gravidade na Terra, na Lua. E para despertar ainda mais a curiosidade dos alunos, dialogou-se que a atuação da gravidade na pele e nos músculos pode denunciar a idade das pessoas. Nesse contexto, confirmou-se a dificuldade da maioria em diferenciar os conceitos de velocidade e aceleração.

Debateu-se sobre a constância da velocidade da luz no vácuo, pois embora essa velocidade seja extremamente alta, a aceleração da luz no vácuo é zero, já que, em determinado meio, o valor da velocidade da luz não varia. Durante este diálogo, o aluno A1 sugeriu ao professor e aos colegas assistirem ao seriado “The Flash”, pois, segundo A1, havia um fenômeno chamado “Paradoxo temporal” atrelado a altas

velocidades. O autor desta dissertação ao assistir ao filme “The Flash”, percebeu que não abordava o Paradoxo Temporal, conforme dito por A1. Porém, ao assistir a esse filme, o professor percebeu que poderá usá-lo, em uma próxima turma, pois tem partes pertinentes para discussões de Cinemática sobre velocidade e aceleração. Esse tipo de aula, relata Oliveira (2006), culmina em resultados satisfatórios, em que a motivação, o grau de interesse e o nível de discussão dos estudantes do ensino médio são sempre elevados. Como é importante dar voz aos alunos.

Para dialogar sobre o conceito de Inércia, na classe, foi colocada em cima da mesa uma folha de papel e sobre esta folha, uma moeda. Perguntou-se aos alunos o que aconteceu com a moeda quando, rapidamente, puxou-se o papel. Eles viram, vibraram e disseram que a moeda permaneceu no mesmo lugar, paradinha. Depois dessa resposta, foi dito aos alunos que esta tendência da moeda, bem observada por eles, em permanecer parada, representa a Inércia de repouso.

Em seguida, pediu-se que os alunos observassem um livro parado em relação a eles e foi perguntado: *O que acontece com o livro se eu não fizer força nele?*

**“Fica parado” (Alunos A4, B2 e B3).**

A partir desta resposta, enfatizou-se que a tendência de um corpo em permanecer parado representa, mais uma vez, a sua inércia de repouso. Dando continuidade, foram apresentadas aos alunos duas experiências de pensamento para ser introduzido o conceito de Inércia de movimento.

Na primeira, imaginou-se um ônibus lotado em movimento e, de repente, o motorista freia. Perguntou-se aos alunos: *Qual a tendência dos passageiros no momento do freio?*

**“Ir para frente” (Alunos A4, A7 e B3).**

Dialogou-se que, se no momento do freio, a velocidade do ônibus é de, por exemplo, 20 km/h, a tendência dos passageiros é de continuar, no instante do freio, com a velocidade de 20 km/h. Essa tendência de permanecer com a mesma velocidade do ônibus, em relação à Terra, em movimento retilíneo e uniforme, no instante do freio, é a Inércia de movimento.

Na segunda, foi pedido para que os alunos imaginassem um besouro parado no antebraço do professor e, em seguida, foi perguntado: *Se o antebraço se movimentar e, bruscamente, parar, o que pode acontecer com o besouro?*

Discutiu-se o caso, e os alunos concluíram que essa situação é análoga à situação do ônibus descrita anteriormente. Logo, o besouro tende a permanecer em movimento com a velocidade do antebraço no instante que se inicia a parada brusca. Após os debates sobre os exemplos práticos e de pensamentos que mostravam a Inércia de repouso e a Inércia de movimento, concluiu-se que a Inércia significa a permanência da velocidade.

Foi feita uma última pergunta aos alunos: *Há alguma relação entre os conceitos de Inércia e aceleração?*

Os alunos concluíram que a aceleração é inimiga da Inércia, pois, conceitualmente, a aceleração é caracterizada pela variação de velocidade, enquanto que a Inércia é caracterizada pela permanência da velocidade. Assim, percebeu-se que a Cinemática é potencialmente significativa para se introduzir o conceito de Inércia.

Depois da aula, o aluno A6 postou uma foto, no WhatsApp do curso, em que um jovem estava deitado e dizia: “estou estudando Inércia, mãe!” Essa postagem mostrou que A6 se interessou e compreendeu o conceito de Inércia de repouso.

Na aula seguinte, A6 foi elogiado pelo significado adquirido ao estudar sobre a Inércia e conversou-se mais sobre este conceito. O conceito de Inércia representa uma das Leis de Newton, mas o estudo dessas Leis é feito na Dinâmica e não na Cinemática. Um dos objetivos do curso é mostrar que pode-se aprender noções sobre o conceito de Inércia a partir de conceitos da Cinemática.

Como atividade de casa, solicitou-se que eles fotografassem placas que sugerem o conceito de aceleração, legendar com alguma explicação e postarem em nosso grupo do WhatsApp, Mecânica não mecânica, para discussões futuras. Serão apresentadas as respostas dos alunos ao terceiro pré-teste, que foram agrupadas em categorias e analisadas nas tabelas a seguir:

**Tabela 14** – Categorização das respostas do 3º pré-teste: *O que é acelerar?*

Nº	CATEGORIAS	ALUNO	%
01	É variar a velocidade.	A4	14,0
02	Aumentar a velocidade com que você, ou alguma coisa, se movimenta.	A1, A6, A7, B1, B2 e B3	86,0

**Discussão da tabela 14:**

Os conhecimentos prévios dos alunos A1, A6, A7, B1, B2 e B3 deixaram clara uma associação entre acelerar e aumentar a velocidade, corroborando com as pesquisas de Laburu e Carvalho (1993). Essa associação é comum para muitos alunos, mas acelerar, fisicamente, é de alguma maneira, mudar a velocidade e uma mudança no valor da velocidade de um movimento pode ser para mais, é fato, mas, também pode ser para menos. O aluno A4 deu resposta cientificamente aceita, pois a palavra variar denota uma mudança de velocidade que pode ser para mais ou para menos. Os movimentos estudados foram os movimentos retilíneos e, portanto, uma variação na velocidade, obrigatoriamente, está associada a uma mudança de valor da mesma.

**Tabela 15** – Categorização das respostas do 3º pré-teste: *A luz é pouco, média ou muito acelerada...?*

Nº	CATEGORIAS	ALUNO	%
01	Muito acelerada pois a cada segundo ela move-se 300 000 km.	A1, A4 e A7	100,0
02	Muito acelerada.	A6, B1, B2 e B3	

**Discussão da tabela 15:**

Os alunos A1, A4 e A7 justificaram suas respostas. Significativo, mas nem sempre uma aprendizagem significativa implica uma aprendizagem correta para um determinado conteúdo, segundo a matéria de ensino (MOREIRA, 2011). Por exemplo, para o aluno A1, a luz é muito acelerada em qualquer meio, inclusive no vácuo, mas uma alta aceleração não significa, obrigatoriamente, uma alta velocidade; significa uma grande mudança de velocidade. Segundo o enunciado, a velocidade da luz no

vácuo é constante, logo não muda e se não muda, a aceleração da luz no vácuo não é grande, é nula. O aluno A4 justificou explicitamente que a luz é muito acelerada, pois tem uma grande velocidade. Mais uma vez, houve uma confusão entre aceleração e alta velocidade. Já o aluno A7 respondeu que a luz é muito acelerada, pois, a cada segundo, percorre sempre 300000 km. Quanto ao tamanho do percurso da luz no vácuo, em cada segundo, A7 está correto cientificamente, mas, numa trajetória reta, ser muito acelerada, supondo que a rapidez está aumentando, significa que a cada segundo, a distâncias percorridas pela luz vão aumentando cada vez mais. Os demais alunos, A6, B1, B2 e B3 responderam, simplesmente, que a luz é muito acelerada. Assim, considera-se que esses alunos também confundem velocidade alta com alta aceleração.

**Tabela 16** – Categorização das respostas do 3º pré-teste: *O que significa uma aceleração constante de 10 m/s<sup>2</sup>?*

Nº	CATEGORIAS	ALUNO	%
01	Que a aceleração não se altera, mesmo que o tempo mude.	A4, B1 e B2	57,0
02	É uma aceleração que nem diminui e nem aumenta fica na mesma aceleração /velocidade.	B3	
03	Que o “motorista” manteve a velocidade de 10 m/s <sup>2</sup> .	A1 e A7	29,0
04	Esqueci.	A6	14,0

#### Discussão da tabela 16:

Os alunos A4, B1 e B2 têm compreensão da palavra constante, pois deixaram claro que, se uma aceleração é constante, significa que o seu valor não muda. O aluno B1 foi pertinente para a Cinemática, pois enfatizou, em sua resposta, que uma aceleração constante não depende do tempo; e o aluno A4 associou o conceito de aceleração constante à gravidade da terra, que é muito pertinente para regiões próximas à superfície terrestre. O aluno B3 respondeu que a “aceleração/velocidade” fica na mesma, mas se equivocou quando escreveu a palavra velocidade. Os alunos A1 e A7 responderam que aceleração constante significa velocidade constante. Essa fragilidade conceitual de A1 e A7 segundo a matéria de ensino, é comum, ratificando a pesquisa de Laburu e Carvalho (1993).

A1 escreveu que 10 m/s<sup>2</sup> é uma medida de velocidade. Percebeu-se que os alunos A1 e A7 confundem os conceitos de aceleração e velocidade conforme os

estudos dos autores já citados. O aluno A6 respondeu “esqueci”, ou seja, considera-se que ele sabe responder essa pergunta, mas, neste momento, não se lembrou. Além do conceito de aceleração constante, o professor esperava que os alunos argumentassem algo sobre a medida  $10 \text{ m/s}^2$ , por estar no enunciado, mas, apenas os alunos A1 e A4 comentaram. Acredita-se que o aluno A4 fez um comentário implícito, já que, nas proximidades da superfície da Terra, a aceleração da gravidade é considerada constante e aproximadamente  $10 \text{ m/s}^2$ . Constatou-se que as respostas dos alunos evidenciam que há uma dificuldade na tentativa de interpretar uma medida constante de uma grandeza física, no contexto, velocidade e aceleração. Esta dissertação descreverá estratégias potencialmente significativas que minimizem essa dificuldade.

**Tabela 17** – Categorização das respostas do 3º pré-teste: *O que acontece com um corpo quando ele é jogado para cima?*

Nº	CATEGORIAS	ALUNO	%
01	Esse corpo recebeu determinada força e ganhou aceleração.	A1	57,0
02	Ele ganha velocidade a partir do impulso.	A7, B1 e B2	
03	Ele desce com uma velocidade bem maior, porque a gravidade atrai para o chão.	A4 e B3	29,0
04	Não respondeu.	A6	14,0

#### Discussão da tabela 17:

O professor esperava alguma resposta informando que, durante a subida, por causa da gravidade, a velocidade do corpo diminuiria, mas a maioria dos alunos destacou dois momentos: a velocidade no instante em que o corpo é lançado para cima (A7, B1 e B2), e a velocidade de chegada ao chão (A4 e B3) por causa da gravidade. O aluno A1, de acordo com a matéria de ensino, deixou claro que uma força, nesse caso, gera aceleração, e esse é um fato, independentemente se o movimento ocorrerá na subida ou não. Já, o aluno A6 não respondeu a essa questão.

**Tabela 18** – Categorização das respostas do 3º pré-teste: *O que é Inércia?*

Nº	CATEGORIAS	ALUNO	%
01	Descanso, tipo o estado de inércia de um corpo é quando ele está descansando.	A4 e A6	28,0
02	Não lembro.	B1	14,0

03	Não sei.	A1, A7, B2 e B3	58,0
----	----------	--------------------	------

### Discussão da tabela 18:

Os alunos A4 e A6 apresentaram conhecimentos prévios sobre a Inércia de repouso. O aluno B1 respondeu “não me lembro”, ou seja, considera-se que ele sabe responder essa pergunta, mas, no momento de responder essa questão, ele não se lembrou. Já os alunos A1, A7, B2 e B3 ainda não possuem conhecimento prévio sobre Inércia. Dos dez alunos que foram até o final do projeto, sete participaram do terceiro pré-teste. Os alunos A2, A3 e A5 faltaram.

### Décimo Encontro (30-07-2015)

A aula teve início com a pergunta sobre a experiência de fotografar as placas ou situações que evidenciam o conceito de aceleração, ratificando o princípio da aprendizagem significativa crítica de (Moreira, 2011a) da diversidade da estratégia de ensino, pois, a partir dos relatos dos alunos, percebe-se se ouve indícios de aprendizagem significativa sobre o conceito de aceleração visto na aula anterior e pôde-se fazer correções e complementos. Quando eles fotografam e legendam essas fotos com os conceitos estudados, tornam-se ativos no processo de ensino-aprendizagem, de acordo com aprendizagem crítica de Moreira (2011a) que prima pela participação ativa do aluno. Passam então a perceber, através de um cenário conceitualmente rico, conforme Silveira (2011) que os conceitos da Cinemática estão presentes em nosso cotidiano. Um aluno relatou:

*“Professor, pedi ao meu pai, durante o trajeto percorrido até a escola, para ele parar o carro e eu bater as fotos de placas e lombadas que indiquem o conceito de aceleração. E enquanto ele parava o carro, íamos desacelerando!” (Aluno A3).*

O aluno A3 relatou todo orgulhoso e feliz por estar aplicando os conceitos estudados da aula anterior. A turma surpreendeu o professor no processo de ensino-aprendizagem. Vale a pena centralizar o ensino no aluno!

Para lembrar o conceito de aceleração e aplicar a expressão da aceleração escalar média com significado, o professor colocou no quadro três exemplos de movimentos retilíneos. Em cada um, foram explicitados, apenas, os valores da velocidade escalar instantânea para alguns instantes. No exemplo 1, para os instantes 0 s, 1 s, 2 s e 3 s, as velocidades valiam, respectivamente, 10 m/s, 20 m/s, 60 m/s e 90 m/s; no exemplo 2, em 0 s, 1 s, 2 s e 3 s, as velocidades valiam, respectivamente, 10 m/s, 20 m/s, 30 m/s e 40 m/s; no exemplo 3, para os instantes 0 s, 1 s, 2 s e 3 s, as velocidades valiam respectivamente, 10 m/s, 10 m/s, 10 m/s e 10 m/s. O professor pediu aos alunos que observassem atentamente esses exemplos e fez, oralmente, algumas perguntas, propiciando o diálogo:

**Professor:** *Em qual desses movimentos retilíneos há aceleração?*

**Alunos (A3, A7 e B1):** *Há aceleração nos exemplos 1 e 2.*

**Professor:** *Por quê?*

**Alunos (A1, A3 e B2):** *Porque nos exemplos 1 e 2 a velocidade muda e, no exemplo 3, a velocidade não muda.*

**Professor:** *Certíssimo! Pois a mudança de velocidade, em certo intervalo de tempo, caracteriza a existência de uma aceleração. Mas me digam uma coisa: A velocidade varia do mesmo jeito, em cada segundo, para os três exemplos?*

**Alunos (A3 e A7):** *No exemplo 2, a velocidade muda do mesmo jeito. No exemplo 1, a velocidade muda, mas sem um padrão”.*

Em seguida, o professor complementou essas respostas relevantes, informando-lhes que o tempo é fundamental no entendimento de uma aceleração, ou seja, no exemplo 2, a velocidade varia 10 m/s a “cada segundo” e, no exemplo 1, a velocidade muda aleatoriamente a “cada segundo”. A partir dessas considerações sobre o conceito de aceleração, o professor argumentou, segundo a matéria de ensino, que os exemplos 1 e 2 representam movimentos retilíneos variados (MRV) e quando a velocidade varia do mesmo jeito, a cada segundo, o movimento chama-se Uniformemente variado (MRUV).

Após as discussões, os alunos concluíram que os movimentos retilíneos nem sempre são Uniformes ou Uniformemente variados, pois há casos em que a mudança de velocidade não é do mesmo jeito a cada segundo. Em seguida, foi escrita, no quadro, a expressão da aceleração escalar média e pediu-se para os alunos obterem

o valor dessa aceleração entre dois instantes consecutivos dos exemplos 1 e 2 citados acima. Depois que os alunos fizeram essa atividade, houve um diálogo:

**Professor:** *Calculem a aceleração escalar média, de cabeça, no exemplo 2, mas, agora, com outros dois instantes não consecutivos.*

**Aluno (A3):** *Professor, vai dar o mesmo valor!*

**Professor:** *Correto! Essa constância, essa igualdade para a aceleração, não importando os instantes considerados, caracteriza um MRUV! Observem que dá para perceber sem calcular, pois, uma aceleração constante significa que, a cada intervalo de 1 s, o valor da velocidade varia do mesmo jeito! É o exemplo 2! Percebam que, no exemplo 1, a aceleração não é a mesma. Por quê?*

**Aluno (A3):** *Porque, a cada segundo, a velocidade não varia do mesmo jeito.*

**Professor:** *E, no exemplo 3, não tem aceleração. Por quê?*

**Aluno (A3):** *Porque a velocidade não varia.*

Assim, os alunos puderam concluir que uma aceleração escalar média constante é a marca principal de um MRUV e que todo MRUV é um caso particular dos Movimentos Retilíneos Variados.

A partir da expressão da aceleração escalar média, foi explicado que a unidade de aceleração, no SI, é  $\text{m/s}^2$  (metro por segundo ao quadrado) e que é equivalente a  $\text{m/s/s}$ . Relembrou-se que aprender as unidades de medida com significado representa uma poderosa ferramenta para compreender grandezas físicas e, também, para distinguir, por exemplo, as grandezas velocidade e aceleração.

Foi perguntado a eles: *O que significa uma aceleração constante de  $3 \text{ m/s}^2$  durante um movimento retilíneo?*

*“Significa que a cada segundo, um corpo percorre 3 m” (Alunos A4, B1, B2 e B3).*

Percebeu-se que essa resposta é do senso comum para muitos alunos, porém, não é cientificamente aceita. Argumentou-se, de acordo com a matéria de ensino que percorrer, em uma trajetória reta, 3 m, em cada segundo, ou seja, percorrer a mesma distância em cada segundo, representa um movimento com velocidade constante e não com aceleração constante. Os alunos mostraram compreensão. Consideramos que essa resposta do senso comum foi dada por causa da falta de entendimento da

unidade  $m/s^2$ . Em muitos casos, o aluno é forçado a decorar que a unidade de aceleração é  $m/s^2$  e pronto! A unidade de aceleração, no SI,  $m/s/s$  (metros por segundo por segundo) é equivalente à unidade de aceleração  $m/s^2$  (metros por segundo ao quadrado), mas, a partir da participação dos alunos, durante a aula, percebeu-se que a unidade  $m/s/s$  foi melhor compreendida, pois mostra, explicitamente, a variação de velocidade, através da unidade “ $m/s$ ”, em certo intervalo de tempo, através da unidade “ $s$ ”. Acelerar significa variar a velocidade em certo intervalo de tempo, e a unidade  $m/s/s$  reflete bem este conceito.

Em seguida, o professor lançou a seguinte situação de aprendizagem: *Como se obtém uma aceleração escalar instantânea em um determinado instante a partir da aceleração escalar média que para ser obtida precisa de dois instantes?*

*“Deve variar um pouquinho ao ponto de os dois instantes serem considerados um só” (Alunos A2, A3, B2 e B3).*

Considera-se que eles tenham se lembrado do “teatro” feito pelo professor e um aluno, no 6º Encontro, que consistiu em aproximar, ao máximo, as mãos, mas sem tocar, que representavam os instantes inicial e final. Embora eles não tenham dito quais são os infinitesimais específicos que evidenciam o conceito de aceleração escalar instantânea, a resposta mostrou indícios de aprendizagem significativa. Após perceberem que as variações infinitesimais são os alicerces para o entendimento do conceito de aceleração escalar instantânea, foi feita a seguinte pergunta aos alunos:

*Em certo intervalo de tempo, o que precisa variar para se ter aceleração?*

*“Tem que variar a velocidade” (Alunos A2, A3, B2).*

Resposta compartilhada pela Cinemática. O professor fez outra pergunta:

*Quanto precisa variar a velocidade entre os instantes inicial e final para se obter uma aceleração em um instante?*

*“Extremamente pouco” (Alunos A2 e A3).*

A partir dessas respostas, foi-se dialogando, e os alunos concluíram que a aceleração escalar instantânea nada mais é do que uma aceleração escalar média, mas com variações infinitesimais de velocidade ( $dV$ ) e de tempo ( $dt$ ). Por isso, ficou

compreendido que a expressão da aceleração escalar instantânea é:  $a = dV/dt$ . Em seguida, mostrou-se aos alunos um exemplo: Qual a aceleração escalar instantânea em um instante  $t$  a partir da equação horária da velocidade  $V = t^4$ ? O professor foi ao quadro e houve o diálogo:

**Professor:** *Para encontrarmos a expressão da aceleração escalar em um instante, a velocidade deve variar quanto? Durante quanto tempo?*

**Alunos (A2, A3 e B1):** *A velocidade varia um infinitésimo ( $dV$ ) durante um infinitésimo de tempo ( $dt$ ).*

**Professor:** *Beleza! Na equação horária da velocidade  $V = t^4$ , acrescentamos um infinitésimo de velocidade do lado esquerdo da igualdade, onde está a velocidade  $V$ , e acrescentamos um infinitésimo de tempo do lado direito da igualdade, onde está o tempo  $t$ :*

$$V = t^4$$

$$V + dV = (t + dt)^4. \text{ O que fazemos agora?}$$

**Alunos (A2, A3 e A7):** *Resolve o Binômio com o infinitésimo!*

**Professor:** *Isso! Vamos lá:*

$$V + dV = t^4 + 4t^3dt. \text{ E agora?}$$

**Aluno (A3):** *Usa o raciocínio da balança, pois,  $V = t^4$*

**Professor:** *Realmente, pois se tirarmos  $V$  de um lado, temos que retirar  $t^4$  do outro, já que eles são iguais! Assim, a balança permanece equilibrada:*

$$\cancel{V} + dV = \cancel{t^4} + 4t^3dt.$$

$$dV = 4t^3dt$$

$$dV/dt = 4t^3. \text{ De acordo com o que estudamos, o que significa } dV/dt?$$

**Alunos (A2 e A3):** *Aceleração escalar instantânea!*

**Professor:** *Portanto, queridos:  $a = 4t^3$ .*

O professor deu um tempo para os alunos copiarem as observações e, de banca em banca, aclarava algumas dúvidas. Em seguida, pediu para os alunos encontrarem a expressão da aceleração escalar instantânea a partir da equação horária  $V = t^7$ . Durante essa atividade, os alunos A6, B2 e B3 estavam alterando a posição dos expoentes no desenvolvimento de  $(t + dt)^7$ , mas quando foram dadas pistas, eles lembraram o que já havia sido estudado. Que bom, pois o esquecimento

dos conteúdos apreendidos não é ruim, desde que seja um esquecimento com resíduo. Destaca Moreira (2011b, p. 39) que:

o esquecimento é uma consequência natural da aprendizagem significativa, chamada de assimilação obliteradora por Ausubel, ou seja, a perda da dissociabilidade dos novos conhecimentos em relação aos conhecimentos que lhes deram significados.

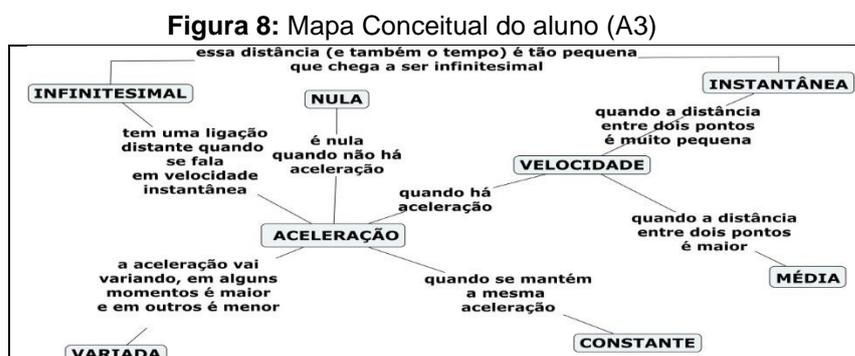
Sobre os significados da aceleração escalar média e aceleração escalar instantânea, foi solicitado aos alunos, individualmente, construírem e apresentarem mapas conceituais sobre aceleração. A seguir, será feita a análise interpretativa do professor sobre os mapas conceituais, figuras 8, 9, 10 e 11 elaborados no décimo encontro pelos alunos A3, A6, A7 e B1, após o estudo do conteúdo Aceleração.

### **Análise dos Mapas Conceituais Elaborados no Décimo Encontro**

O conceito mais geral, na figura 8, aluno A3, está no centro do mapa. E os demais conceitos são relevantes e válidos para a matéria de ensino. O mapa possui dois níveis hierárquicos. As proposições formadas de modo geral possuem frases longas que contêm conceitos relevantes no local inadequado, dificuldades já citadas em mapas anteriores ao colocar as palavras de ligação. Embora estruturalmente o mapa de A3 revele que a assimilação conceitual não foi inteiramente incorporada, mediante as proposições formadas em seu mapa, ao estudar sobre o conteúdo aceleração na sala de aula, A3 relatou ao professor que, além de fazer a atividade de fotografar as placas que indicam o conceito de aceleração, houve um episódio que se passou com o seu pai ao frear o carro que os conduzia: “Enquanto o carro freava, professor, estávamos desacelerando”. Neste relato, ele mostrou interesse e indícios de aprendizagem. O aluno não fez o pré-teste sobre o conceito aceleração, e o mapa não foi apresentado ao professor.

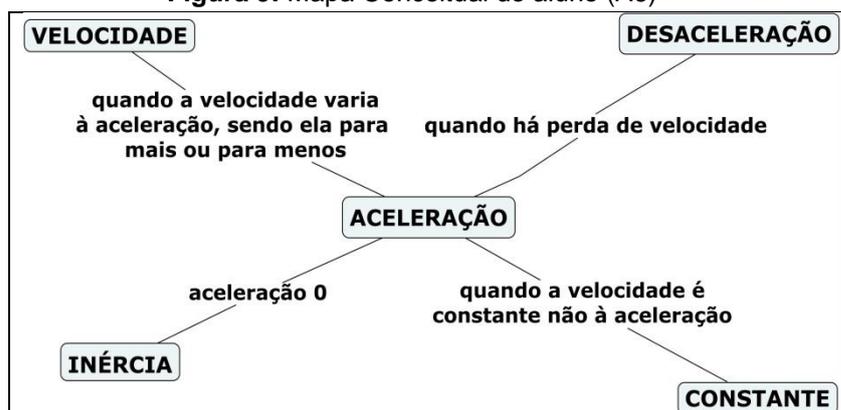
Foi levado em consideração o ótimo desempenho desse aluno durante: as aulas e o resultado da prova final. A análise do mapa de A3 foi feita no sentido de obter informações sobre o tipo de estrutura que ele vê para um dado conjunto de conceitos, ou seja, o que ele sabe em termos conceituais da matéria de ensino, concordando com Moreira (2006a). Como autor dessa dissertação, professor desse aluno, conhecendo o seu potencial, apesar das fragilidades proposicionais

apresentadas em seu mapa, tem confiança de que esse aluno adquiriu conhecimentos sobre o conceito de aceleração ao identificar indícios de diferenciação progressiva, ao relacionar os tipos de aceleração e na reconciliação integrativa ao unir os conceitos de “infinitesimal” e “instantânea”.



O mapa da figura 9, aluno A6, traz conceitos relevantes e válidos para a matéria de ensino. O mapa possui um nível hierárquico, embora permaneça o uso de proposições formando frases longas, como já citadas em mapas anteriores. Esse mapa ao ser postado no WhatsApp do curso gerou, no início do décimo primeiro encontro, um debate entre os alunos A1 e A6 (autor do mapa, figura 9) e o professor. A contestação de A1 foi sobre a palavra de ligação “zero” entre os conceitos “aceleração” e “inércia”. Para A1, inércia não é zero, relatando ao professor que inércia é quando a aceleração é zero. O que já estava confirmado no mapa de A6. Diante disso, o professor percebeu indícios de que o conhecimento dos alunos A1 e A6 sobre o conceito de inércia estava adquirindo significado. No levantamento dos conhecimentos prévios de A6, percebeu-se que ele possuía conhecimentos satisfatórios sobre o conteúdo a ser ensinado. Na avaliação final, obteve um bom desempenho. Há indícios de diferenciação progressiva ao relacionar o conceito geral “aceleração” aos conceitos “desaceleração” e “constante”. Descreve Moreira (2011b) que os processos de diferenciação progressiva e reconciliação integrativa ocorrem ao mesmo tempo, embora pareçam ocorrer com amplitudes distintas. Se os significados forem integrados de modo indefinido, concluir-se-á tudo igual.

Figura 9: Mapa Conceitual do aluno (A6)



O mapa da figura 10, aluno A7, em termos estruturais está semelhante aos mapas das figuras 8 e 9, partindo do centro, o conceito geral. Os conceitos apresentados são válidos para a matéria de ensino. O mapa possui dois níveis hierárquicos. O uso de proposições formando frases longas, como já citadas em mapas anteriores, nesse mapa, aparece em uma só proposição formada. O que chamou atenção nessa proposição foi que o aluno A7 quis dizer que velocidade alta não acarreta aceleração. Durante o décimo primeiro encontro, debatendo sobre a percepção do corpo humano sobre aceleração e velocidade, A7 comentou que ao viajar de avião, não sentia a grande velocidade que a aeronave se encontrava.

Mas na decolagem e no pouso, A7 enfatizou que o corpo humano sente a aceleração, utilizando uma situação do cotidiano, de acordo com os estudos de Fernandes e Vianna (2011), porque nesses casos a velocidade varia. No levantamento dos conhecimentos prévios, A7 demonstrou possuir poucos conhecimentos sobre o conteúdo a ser ensinado. Na avaliação final, obteve um excelente desempenho. Há indícios de diferenciação progressiva ao relacionar o conceito geral “aceleração” aos conceitos “inércia”, “constante”, “negativa”. Como professor, está sendo comprovado, até o momento, a importância em refazer os mapas. Porque os mapas retratam aquilo que o aluno está pensando no momento em que está desenhando seu mapa. Mas esse conhecimento pode ser sempre melhorado, pois um mapa feito hoje, nunca será o mesmo mapa feito amanhã. Um mapa conceitual deve representar a estrutura conceitual de um corpo de conhecimento (Moreira, 2006a).

Figura 10: Mapa Conceitual do aluno (A7)



O mapa da figura 11, aluno B1, em termos estruturais está semelhante aos mapas das figuras 8 e 9 e 10, partindo do centro, o conceito geral. Os conceitos apresentados são válidos para a matéria de ensino. O mapa possui um nível hierárquico. Não houve no mapa de B1 o uso de proposições formando frases longas. Ele trouxe pequenas expressões. No levantamento dos conhecimentos prévios, B1 demonstrou possuir alguns conhecimentos sobre o conteúdo a ser ensinado (AUSUBEL, 2002; MOREIRA, 2011b). Na avaliação final, B1 obteve um ótimo desempenho. Esse aluno teve um destaque ao fazer e apresentar o seu primeiro mapa sobre Binômio de Newton no oitavo encontro. Houve indícios de diferenciação progressiva ao relacionar o conceito geral “aceleração” aos conceitos “zero”, “constante”, “variável”. A proposição formada entre o conceito “aceleração” seguida do conector “se variar do mesmo jeito” e do conceito “constante” torna-se cientificamente aceita se B1, tivesse relacionado o conceito “velocidade”.

Figura 11: Mapa Conceitual do aluno (B1)



## **Análise geral dos mapas conceituais sobre Aceleração**

Interpretando, de modo geral, os mapas conceituais elaborados pelos alunos sobre o conceito “aceleração”, conclui-se que os novos significados sobre esse conceito, apresentado na forma de mapa conceitual, não foi uma atividade trivial. Depende muito das percepções prévias que o aluno tem sobre tal conceito. Novak (2000) enfatiza isso quando diz que, para compreender o aprendizado cientificamente aceito, estão envolvidos, nesse processo, o aluno, o conteúdo e o instrumento utilizado potencialmente significativo de ensino que, ao apresentar significado para o aluno, pode contribuir para a evolução conceitual durante o processo de aprendizagem.

Na estruturação dos mapas sobre aceleração, verificou-se que as proposições formadas, em geral, possuem frases longas que contêm conceitos relevantes no local inadequado. Sobre esse acontecido, Novak e Gowin (1999) comentam que, na elaboração dos primeiros mapas, na tentativa de o aluno tornar clara a palavra de ligação, é esperado que isso aconteça. Percebeu-se que, em todos os mapas, o conceito geral parte do centro para a periferia, contudo, defende Novak (2000), que o mapa conceitual deve trazer os conceitos mais gerais e inclusivos na parte superior do mapa e, posteriormente, os menos inclusivos, satisfazendo assim uma hierarquia.

Para Moreira (2006a,b), não é necessário que um mapa conceitual possua esse tipo de hierarquia, o importante é que o mapa evidencie os significados atribuídos aos conceitos de aceleração relacionados entre eles. Para ocorrer a aprendizagem a partir da diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa, princípios programáticos de Ausubel, Novak, Hanesian (1980), a natureza da relação entre dois conceitos, formada pelo aluno, deve ser explicitada no sentido de formar uma proposição válida. Nos mapas de aceleração, observou-se indícios de diferenciação progressiva e reconciliação integrativa, porém, parecem acontecer com amplitudes distintas (MOREIRA, 2011b).

Observou-se também, nesse conjunto de mapas sobre a aceleração, que os alunos, por ainda não estarem familiarizados com o instrumento mapas conceituais, podem não ter levado em consideração a estrutura e a hierarquia na organização dos mapas. Quando os mapas de aceleração foram postados no WhatsApp do curso, houve um debate muito produtivo para o aprendizado da matéria de ensino,

confirmando que a troca e o compartilhamento de significados cientificamente aceitos podem ser feitos por meio dos mapas conceituais.

Os mapas retratam aquilo que o aluno está pensando no momento em que está desenhando seu mapa. Mas esse conhecimento pode ser sempre melhorado, pois um mapa feito hoje nunca será o mesmo mapa feito amanhã. Ainda sob esse enfoque, Moreira (2006b) recomenda que os mapas sejam refeitos e apresentados. Concorda-se com ele e deixa-se aqui um comentário sobre a importância para o aprendizado do aluno que o mesmo se predisponha a tentar melhorar o seu mapa, descrevendo-o ou apresentando-o.

### **11° Encontro (31-07-2015)**

No início deste encontro, houve o seguinte diálogo:

**Aluno (A1):** *Professor, observei o mapa conceitual de A6 sobre aceleração, e ele cometeu um erro sobre o conceito de Inércia.*

**Professor:** *Como foi esse erro, filho?*

**Aluno (A1):** *Professor, A6 escreveu que Inércia é zero. Só que Inércia não é zero! Inércia é quando a aceleração é zero!*

**Aluno (A6):** *Tem certeza de que eu coloquei isso? Eu não errei!*

**Professor:** *Calma, queridos, vamos conferir.*

O rigor de A1 está de acordo com a Física, e deixou claro que ele compreendeu o conceito de Inércia. O professor olhou o mapa conceitual de A6 e percebeu que o conceito de “Inércia” estava ligado ao conceito “aceleração zero” e não a “zero”, como A1 havia afirmado que tinha visto. Em razão desse esclarecimento, O aluno A1 pediu desculpas ao seu colega A6.

Foi uma discussão na qual percebeu-se o aprendizado dos alunos A1 e A6. Para mostrar mais aplicações sobre o conceito de aceleração, o professor fez a seguinte afirmação aos alunos: Não sentimos velocidade, mas sentimos a aceleração!

Em seguida, argumentou que se uma pessoa estiver em um carro com uma velocidade constante de 100 km/h, por exemplo, o corpo dela não tem a percepção dessa velocidade, mas se houver um freio, ou seja, se a velocidade variar, isto é, se houver aceleração, o corpo dela sentirá. Os alunos A4 e A7 concordaram. Antes de perguntar se eles conheciam algum outro exemplo, houve a fala:

*“Professor, um avião voa a uma velocidade enorme e nem sentimos” (Aluno A7).*

O exemplo de A7 mostrou que o corpo humano não sente velocidade. E os outros alunos fizeram sinal positivo de que estavam entendendo. Em seguida, foi perguntado para eles: Durante a decolagem do avião ou durante o pouso, temos alguma sensação em nossa barriga ou ouvidos?

*“Sim, professor!” (Alunos A7, B2 e B3).*

Para finalizar esse diálogo, uma última pergunta foi feita pelo professor: O que acontece na decolagem e no pouso de um avião, em relação à velocidade, que pode fazer a gente sentir um friozinho na barriga?

Dialogou-se que, durante a decolagem, a velocidade do avião vai aumentando e durante o pouso, a velocidade do avião vai diminuindo, ou seja, tanto na subida, quanto na descida do avião, há variação de velocidade e, portanto, há aceleração. Por isso, a pessoa sente, nesses casos, os movimentos do avião. Ficou claro para os alunos, depois da conversa a respeito desses movimentos, que o corpo humano não percebe velocidades, mas percebe acelerações. Usou-se a seguinte expressão: nosso corpo não é um “velocímetro”, é um “acelerômetro”, expressão usada por (HALLIDAY; RESNICK; WALKER 2014). Os alunos percebiam o quanto os conceitos de Cinemática estão presentes no dia a dia e se motivavam para aprendê-los. Confirma-se com Fernandes e Vianna (2011), podem ser utilizados os problemas que estão ao redor, para aplicar os conceitos de ciências em vez de resolver questões irreais.

Os conceitos de Velocidade, Aceleração e Inércia geraram discussões, no curso, sobre alguns conteúdos, tais como: o significado de Ano-Luz, acelerador de partículas, Buraco negro, Buraco de minhoca, Paradoxo Temporal, o seriado The Flash. O aluno A5, todo feliz, disse que leu o livro: Operação Buraco de minhoca. Foi muito bom perceber que existem alunos que leem livros, além dos livros-texto, enfatizando o princípio da diversidade de materiais instrucionais (MOREIRA, 2011a). O autor deste trabalho comentou com os alunos que precisava estudar mais sobre a maioria destes assuntos e que eles são vistos no contexto da Física Moderna e da Cosmologia. Mas o pouco que se discutiu foi muito proveitoso.

O aluno A7 disse que gostaria muito de estudar de maneira aprofundada a Cosmologia. Foi gratificante ter contribuído para despertar esse interesse em A7 e, considera-se que, provavelmente, se esses alunos estudarem um pouco de Física Moderna nas séries posteriores do Ensino Médio, ou até mesmo em uma faculdade, lembrar-se-ão dessas discussões em nosso curso.

Em seguida, foram lembradas as equações horárias da posição e da velocidade, pois elas são fundamentais para a obtenção e entendimento das velocidade e aceleração instantâneas em uma perspectiva escalar. Porém, até este momento, os alunos estavam acostumados a colocarem as unidades no resultado final de um cálculo de uma equação horária. Para dar mais significado aos alunos sobre a essas equações, perguntou-se:

Qual é a unidade de medida do coeficiente numérico da equação horária da posição  $S = 3t$ , no SI? Os alunos não souberam responder.

Por ser uma unidade implícita, acredita-se que tenha dificultado o entendimento. Para aclarar essa questão, a pergunta foi reformulada: Quais as unidades da grandeza posição “S”, da grandeza tempo “t” e do número 3?

Foram lembradas as unidades do SI e substituímo-las em  $S = 3t$ . Assim, foi obtida uma equação só com as unidades: (metro) = (?) vezes (segundo), onde a interrogação representa a unidade do coeficiente 3. A partir dessa equação, os alunos concluíram que a unidade da interrogação, ou seja, do número 3 é o m/s.

Em seguida, perguntou-se aos alunos: Se a unidade do coeficiente 3 é m/s, que grandeza física o 3 representa?

***“Velocidade!” (Alunos A3 e A7).***

Essa resposta é compartilhada pela matéria de ensino. Em seguida, foi perguntado aos alunos: Qual é a unidade implícita do coeficiente numérico 6, na equação horária:  $S = 6t^2$ , em unidades do SI? Depois que acabou a atividade, o aluno disse:

***“Professor, o 6 dessa equação representa uma aceleração!” (Aluno A7).***

O aluno A7 percebeu que o coeficiente 6 não é, simplesmente, um mero número. O 6 passou a ter significado para A7. Foi compreendido que o coeficiente 6,

implicitamente, representa uma aceleração. A partir do conhecimento das unidades implícitas dos coeficientes numéricos das equações horárias da Cinemática, o aluno saberá com qual grandeza física está trabalhando e, conseqüentemente, as equações horárias do MRU e MRUV, por exemplo, terão mais significado para eles e não serão vistas apenas como fórmulas.

Por fim, o professor dialogou com os alunos sobre o exemplo: Quais as expressões da velocidade e aceleração escalar instantâneas a partir da equação  $S = t^{12}$ ? Após o diálogo, os alunos mostraram compreensão.

A sala foi dividida em duplas, e foi solicitada uma atividade: Quais os valores das velocidade e aceleração instantâneas, no instante 1 s, a partir da equação horária da posição  $S = t^6$ , em unidades do SI?

Enquanto as duplas faziam, o professor caminhava pela sala orientando as dúvidas e observando a interação entre os componentes de cada dupla. Percebeu-se que as atividades colaborativas são fundamentais na prática pedagógica. Todas as duplas mostraram os desenvolvimentos e acertaram.

Nas atividades anteriores, a partir da equação horária da velocidade, era pedido para os alunos encontrarem a expressão da aceleração escalar instantânea, pois a aceleração tem a ver com a variação de velocidade, então, nada mais justo, cientificamente, do que pedir uma aceleração escalar instantânea, a partir de uma equação horária de velocidade.

Na atividade desse encontro, foi dada a equação horária da posição, e não da velocidade, para os alunos encontrarem a expressão da aceleração escalar instantânea, e eles conseguiram responder, de forma correta, que, no instante 1 s, a posição vale  $S = 1$  m, a velocidade,  $v = 6$  m/s e a aceleração,  $a = 30$  m/s/s.

A transformação de unidades é bastante utilizada na Cinemática e, para o aluno lembrar esse conteúdo, foi solicitado que fotografassem placas de trânsito ou anúncios que apresentassem unidades de medida que não estão no SI e, através de uma legenda, transformassem essas unidades para o SI. Essas fotos deverão ser postadas no WhatsApp no grupo Mecânica não mecânica para discussões futuras.

Enquanto o professor passava a atividade para casa, três alunos comentaram:

*“Professor, essas atividades são massa” (Alunos A2, A7 e B1).*

Esses alunos deixaram claro que gostavam das atividades de fotografar e legendar as fotos para aprender os conteúdos.

### **Décimo Segundo Encontro (11-08-2015)**

A aula foi iniciada com a aplicação do quarto pré-teste, tabelas 19, 20, 21 e 22, para levantamento dos conhecimentos prévios sobre vetores e o teorema de Pitágoras que são pré-requisitos para a compreensão dos conteúdos velocidade e aceleração instantâneas em uma perspectiva vetorial. Após a entrega, foi feita uma leitura dinâmica para saber quais os subsunçores que os alunos possuíam sobre esses conteúdos. O que mais chamou a atenção foi o fato de a maioria da turma não se lembrar de como se utiliza o Teorema de Pitágoras. Um aluno, B2, escreveu que “nunca ouviu falar nesse assunto”. O Teorema de Pitágoras é um conteúdo fundamental da Geometria plana que, normalmente, é estudado no ensino fundamental. Para o entendimento das grandezas velocidade e aceleração instantâneas em uma perspectiva vetorial, é necessário que o aluno compreenda com significado os atributos de um vetor que são módulo, direção e sentido. Por isso, houve o diálogo:

**Professor:** *Vamos supor que eu moro a 300 m da escola. Esta informação está completa para vocês chegarem a minha casa?*

**Alunos (A5, A6 e B1):** *Sim, professor.*

**Professor:** *Mas eu posso morar a 300 m, à frente da escola, ou a 300 m, atrás da escola, ou a 300 m, à esquerda da escola, por exemplo. Percebem que apenas o valor da distância é insuficiente?*

**Alunos (A5 e B1):** *É mesmo, professor.*

**Professor:** *Além do valor 300 m, para a informação ficar completa, é necessário eu informá-los sobre a direção e o sentido!*

**Professor:** *Vamos continuar! Um carro tem velocidade de 30 km/h. Essa informação sobre a velocidade é compreensível?*

**Aluno (A5):** *Sim, professor.*

**Professor:** *Mas esse carro com velocidade de 30 km/h está indo para frente ou dando ré?*

**Aluno (A7):** *Não tem como saber, professor!*

**Professor:** *Muito bem, não tem como vocês saberem, pois não foi informada a direção e nem o sentido! Só temos o valor da velocidade!*

A partir desses diálogos, foi explicado aos alunos que há grandezas, na Física, que para serem bem compreendidas precisam de um valor acompanhado da unidade, de uma direção e de um sentido, são as grandezas vetoriais. Em seguida, foi perguntado aos estudantes: O tempo é uma grandeza vetorial? Eles ficaram pensativos, mas não responderam.

Então, a pergunta foi reformulada: Existe tempo para cima, ou para baixo, ou para a vertical, ou para a direita? Eles disseram, de forma correta, que não e assim, concluíram que o tempo para ser compreendido, não precisa de uma orientação, ou seja, de direção e sentido.

O professor informou que as grandezas que não precisam de orientação, como por exemplo, o tempo, são chamadas de grandezas escalares. Nas aulas anteriores, não estávamos preocupados com a direção e o sentido, por isso utilizamos as expressões velocidade escalar e aceleração escalar instantâneas. Em seguida, com o objetivo de explicar a diferença entre direção e sentido foi desenhado, no quadro, quatro retas, uma vertical, uma horizontal e duas inclinadas, que se encontravam em um ponto central. Foi perguntado aos alunos: Vocês lembram quais são os pontos cardeais?

*“Norte, sul, leste e oeste” (Alunos A1, A3, A7 e B1).*

O professor concordou e escreveu nas extremidades das retas vertical e horizontal os pontos ditos por A1. Continuou a perguntar: Filhos, Norte com Leste forma qual localização?

*“Nordeste” (Aluno A3).*

A partir dessa resposta correta, foi enfatizada a junção das palavras Norte e leste, formando Nordeste, e com a participação da turma, foram escritas, nas extremidades das retas inclinadas, as localizações: nordeste, sudeste, noroeste e sudoeste. Informou para a turma que o conjunto dessas retas com as localizações citadas nas extremidades chama-se Rosa dos Ventos e através dessa estrutura questionou-se os alunos a diferença entre direção, sentido e relembramos o conteúdo

sobre ângulos que, normalmente, é abordado no ensino fundamental, de acordo com (LONGHINI; SILVESTRE; VIEIRA, 2010) que sugerem algumas possibilidades para o uso da rosa dos ventos em várias áreas do conhecimento.

Os alunos compreenderam com o auxílio da Rosa dos Ventos que o conceito de “sentido” significa “para onde se aponta”. Concluíram, por exemplo, que o sentido “para cima” é equivalente ao sentido “para o sul”. Quanto à direção, dialogou-se que esse conceito está atrelado a uma reta e assim, os alunos concluíram que, por exemplo, a direção norte-sul é equivalente à direção sul-norte e ambas representam a direção vertical. Também dialogou-se que as direções nordeste-sudoeste e noroeste-sudeste, segundo a Rosa dos Ventos, formam um ângulo de  $45^\circ$  com a horizontal. Um aluno disse:

*“Professor, não sei direito o que é um ângulo?” (Aluno B2).*

Através da Rosa dos ventos, dialogou-se sobre o significado de um ângulo, de um ângulo reto, da bissetriz de um ângulo e assim, percebeu-se que B1 começou a adquirir subsunções sobre as noções fundamentais. Esse aluno tinha pouca base matemática, mas, ao longo do curso, se mostrou com muita vontade de aprender, e o professor elogiava a sua persistência. Gradativamente, os alunos iam percebendo a diferença conceitual entre direção e sentido.

Em seguida, para mostrar aos alunos que há analogias com o conceito de vetor, sua representação gráfica e promover um debate, foram feitas as seguintes perguntas, baseadas no princípio da consciência semântica (MOREIRA, 2011a):

*Por que, na Biologia, há insetos que podem ser chamados de vetores?; O que o cursor, nas telas dos computadores, tem a ver com um vetor?*

Eles não souberam responder as duas perguntas. Reformulamos a pergunta: No contexto da Biologia, alguns insetos são a doença ou transmitem a doença?

*“Transmite a doença, professor!” (Alunos A3 e A7).*

A partir da resposta correta de A3 e A7, o professor fez a analogia: O inseto é como se fosse uma seta que aponta para uma pessoa e leva a doença.

Dialogou-se e percebeu-se que as setas têm um tamanho e sempre apontam para algum lugar, ou seja, as setas têm um valor e uma orientação (direção e sentido) e assim, os alunos perceberam o conceito geométrico de um vetor.

Em seguida, perguntou-se: O que um cursor, nas telas de um computador, tem a ver com um vetor? Debateu-se e eles concluíram que o cursor, normalmente, tem a forma de uma setinha, logo o conceito geométrico de vetor está presente em todos os computadores do mundo.

*“Que massa, professor!” (Alunos A1, A3, A7 e B1).*

A partir dos conhecimentos prévios dos alunos sobre os insetos transmissores de doença e os cursores das telas dos computadores, o professor ensinou os atributos de um vetor (valor, direção e sentido) que são pré-requisitos para o estudo da velocidade e aceleração instantâneas em uma perspectiva vetorial. Em seguida, dialogou-se sobre os atributos de um vetor que o professor desenhou. Os alunos compreenderam, e o professor confirmou o quanto é significativo explicar as características de um vetor a partir da Rosa dos Ventos.

Dando continuidade, foi sugerida uma atividade, em sala: Quais as características, valor, direção e sentido dos seguintes vetores? Na letra a, foi desenhado, no quadro, um vetor apontando para baixo com um valor acompanhado da unidade; na letra b, um vetor inclinado formando um ângulo de  $45^\circ$  com a vertical com um valor acompanhado de uma unidade. Eles conseguiram fazer e assim ganhavam base para compreender os vetores velocidade e aceleração instantâneas. No final da aula, ocorreu a pergunta:

*“Professor, quem é maior 10 m/s ou 18 km/h?” (Aluno A1).*

Foi uma pergunta pertinente, pois lembrou o módulo de um vetor que é um valor acompanhado de uma unidade. Começou-se um diálogo:

**Professor:** *Filho, quem é maior, 4 tomates ou 3 tomates?*

**Aluno (A1):** *4 tomates, né professor!*

**Professor:** *Show! Filho, quem é maior 3 m/s ou 2 s?*

**Aluno: (A1):** *3 m/s!*

**Professor:** *Será? Quem é maior, uma velocidade de 3m/s ou um tempo de 2 s? Quem é maior, uma velocidade ou um tempo?*

O diálogo continuou, e os alunos perceberam que não tem sentido perguntar quem é maior entre uma velocidade e um tempo, pois são grandezas de naturezas diferentes. Concluíram que só podem comparar medidas na mesma unidade de medida.

*“Entendi! Tem que transformar na mesma unidade para comparar” (Aluno A1).*

O entendimento das unidades de medida é importante, inclusive para os módulos dos vetores. As perguntas são fundamentais para o aprendizado e confirmam o princípio da interação social e do questionamento (MOREIRA, 2011a). Como tarefa de casa, os alunos deveriam fotografar placas de trânsito com a representação geométrica de um vetor e legendar, colocando a direção, sentido e módulo. Em seguida, postarem essas fotos no grupo do WhatsApp, Mecânica não mecânica, para discussões futuras. Serão apresentadas as respostas dos alunos ao quarto pré-teste, que foram agrupadas em categorias e analisadas nas tabelas a seguir:

**Tabela 19** – Categorização das respostas do 4º pré-teste sobre: *Qual a diferença entre direção e sentido?*

Nº	CATEGORIAS	ALUNO	%
01	Direção é o rumo que alguma coisa toma para ir. Sentido é o posicionamento dessa alguma coisa.	A5, B1 e B3	66,0
02	Sentido: Norte, Sul, direita, esquerda, etc.	A6	
03	Direção: saída do A com objetivo ao ponto B. Sentido: pode ser do ponto A até B ou de B até A	A1 e A2	
04	É que direção tem uma proporção a ser usada diferente.	A4 e B2	23,0
05	Não sei.	A7	11,0

#### **Discussão da tabela 19:**

Os conhecimentos prévios dos alunos sobre a diferença entre direção e sentido deixaram claro que A5, B1 e B3 possuem um bom entendimento sobre essa diferença. Os alunos B1 e B3, em suas explicações, deixaram evidentes que toda direção tem dois sentidos. O aluno A6 deu ótimos exemplos sobre o conceito de sentido, mas não

argumentou sobre direção. O aluno A2 escreveu muito bem sobre direção e sentido, porém o que escreveu sobre o conceito de direção pertencia ao significado de sentido e tudo o que o que foi dito a respeito de sentido era para o significado de direção. O aluno A1 deu ótimos exemplos sobre o conceito de sentido, mas os exemplos que ele deu para direção, também, pertencem ao significado de sentido. Os alunos A4 e B2 mostraram outros significados para direção e sentido, mas tais significados não são compartilhados pela Física. O aluno A7 ainda não tem conhecimento prévio sobre direção e sentido.

**Tabela 20** – Categorização das respostas do 4º pré-teste sobre: *A velocidade é 30 m/s. Você entendeu essa informação?*

Nº	CATEGORIAS	ALUNO	%
01	Sim, quer dizer que naquele momento ou a partir de certo ponto é, 30 m/s.	A4	78,0
02	Sim. A velocidade é de 30 m a cada segundo.	A1, A5, A6, A7, B2 e B3	
03	Sim.	A2 e B1	22,0

#### **Discussão da tabela 20:**

O aluno A4 demonstrou um bom entendimento a respeito da marcação de um velocímetro, ou seja, sobre velocidade escalar instantânea. Contudo, só a informação do valor da velocidade não é suficiente para o entendimento desta grandeza. É necessário questionar, segundo a matéria de ensino, para onde ocorre o movimento. Com o valor seguido da unidade e orientação (direção e sentido) para a grandeza velocidade, a informação ficará completa. Valor e orientação representam a essência da Cinemática vetorial. Os alunos A1, A5, A6, A7, B2 e B3 responderam com suas palavras que uma velocidade de 30 m/s significa que a cada segundo, são percorridos 30 m. Esta interpretação só estará correta, de acordo com a Cinemática, se o movimento for retilíneo e uniforme, mas o enunciado não deu subsídios para classificar-se o movimento. Os alunos A2 e B1 responderam, simplesmente, “sim”, mas assim como todos os outros alunos, eles não questionaram sobre as noções de direção e sentido do movimento.

**Tabela 21** – Categorização das respostas do 4º pré-teste sobre: *O que é um vetor?*

Nº	CATEGORIAS	ALUNO	%
01	Vetor é uma reta em cima de uma incógnita que representa um valor	A4	11,0
02	Não lembro se estudei esse assunto.	A1 e B2	22,0
03	Não sei.	A2, A6, A7, B1 e B3	56,0
04	Alguma coisa sem espaço.	A5	11,0

**Discussão da tabela 21:**

O aluno A4, de acordo com os seus conhecimentos prévios, respondeu que o vetor é uma reta e que representa um valor, demonstrando alguma noção, pois, em sua resposta, existem características de um vetor. Mas, cientificamente, deve-se ter cuidado, pois uma reta pode representar a direção de um vetor, mas um vetor não é uma reta. Também é importante destacar que um vetor não representa um valor. O vetor tem um valor, mas, também, tem uma direção e um sentido. Assim, direção, sentido e valor são os atributos de um vetor. Os alunos A1 e B2 responderam “não me lembro”, ou seja, considera-se que eles sabem responder essa pergunta, mas, no momento de responder a ela, eles não se lembraram. Os alunos A2, A6, A7, B1 e B3 ainda não têm conhecimento prévio sobre o conteúdo vetor. Enfatiza Moreira (2011b) que os conhecimentos prévios são alicerces importantes para a aprendizagem de outros conhecimentos; e o aluno A5 escreveu uma resposta fora de contexto.

**Tabela 22** – Categorização das respostas do 4º pré-teste sobre: *Você sabe utilizar o Teorema de Pitágoras?*

Nº	CATEGORIAS	ALUNO	%
01	Sim.	A2, A5 e A7	33,0
02	Já estudei, mas estou esquecido no momento.	A1 e B3	22,0
03	Nunca ouvir falar!	A4, A6, B1 e B2	45,0

**Discussão da tabela 22:**

Os alunos A2, A5 e A7 responderam que sim. Este conhecimento prévio específico será de grande valia para estes alunos, principalmente, quando estudarem os vetores perpendiculares, em particular, os vetores unitários que também são

chamados de vetores de base. Na visão de Ausubel (2002) o conhecimento prévio é a variável isolada mais importante para a aprendizagem significativa. Os alunos A1 e B3 responderam “não me lembro”, ou seja, considera-se que eles sabem utilizar o Teorema de Pitágoras, mas, no momento de responder a essa questão, eles não se lembravam. Já, os alunos A4, A6, B1 e B2, responderam “não sei” e o aluno B2 escreveu que nunca ouviu falar nesse conteúdo. A resposta, em especial de B2, surpreendeu o professor, pois o teorema de Pitágoras é um dos principais assuntos da geometria plana que, normalmente, é abordado no nono ano do ensino fundamental. Acredita-se que essas respostas negativas - dadas por, aproximadamente, 45% dos alunos - são frutos de uma aprendizagem mecânica, Moreira (2011b), onde a mera decoreba é supervalorizada. Dos dez alunos que foram até o final do projeto, nove participaram deste quarto pré-teste. O aluno A3 faltou.

### **Décimo Terceiro Encontro (13-08-2015)**

A aula foi retomada a partir dos assuntos da aula anterior para relembrar os significados das características de um vetor (módulo, direção e sentido). O professor conversou com os alunos, elogiando-os sobre as fotografias das placas de trânsito e, principalmente, por terem legendado com os conceitos da cinemática vetorial. Alguns alunos não fotografaram, mas explicaram os seus motivos, pediram desculpas e disseram que fariam essa atividade. Nesses casos, foi percebido que o mais importante é que a atividade seja realizada com significado pelo aluno, mesmo fora do prazo estabelecido. No começo da aula, houve o diálogo:

**Alunos (A5 e B1):** *Professor, fotografei uma placa de trânsito que tinha setas encurvadas. Essas placas representam vetores?*

Em 15 anos de docência, o professor nunca ouviu esse questionamento e ele pode confirmar o quanto a atividade com as placas desperta o interesse dos alunos pelos conceitos da Cinemática.

**Professor:** *Linda pergunta! Mas me respondam: Qual é o conceito de direção de um vetor?*

**Alunos (A5 e B1):** *Um vetor só pode ter as direções: horizontal, vertical e inclinada.*

**Professor:** *Perfeito! As direções horizontal, vertical e inclinada são representadas por?*

**Alunos (A5 e B1):** *Retas!*

Com esse diálogo, os alunos perceberam que os vetores, geometricamente, só podem ser representados por setas retas e não por setas encurvadas e, também, mais uma oportunidade para enfatizar-se o conceito de direção cientificamente aceito. Em outra turma, se aparecer essa mesma dúvida, o professor dirá que as setas encurvadas das placas de trânsito representam, geometricamente, “vetortos” e não vetores. As fotografias das placas apresentadas e legendadas pelos alunos com os conceitos da Física representaram uma ótima oportunidade para a promoção de uma aprendizagem significativa, nesse contexto, Moreira (2011b p. 20) destaca que por meio de “sucessivas interações, um dado subsunçor vai, de forma progressiva, adquirindo novos significados, vai ficando mais rico, mais refinado, mais diferenciado, e mais capaz de servir de ancoradouro para novas aprendizagens significativas”.

Continuando a discussão, sobre as fotos postadas, houve essa pergunta:

*“Professor, como saber o módulo dos vetores, representados pelas setas, nas placas de trânsito?” (Aluno B1).*

O professor respondeu que o tamanho das setas poderia ser medido com uma régua ou uma trena, mas, à medida que foi respondendo, já foi pensando nas dificuldades que os alunos encontrariam do tipo: ter uma trena ou de colocar a trena em placas que ficam em lugares altos ou na beira da pista. Percebeu-se o quão pertinente foi a pergunta de B1 sobre o módulo do vetor nas placas de trânsito. Devido às dificuldades citadas e compartilhadas com os alunos, foi dito a eles que bastavam as legendas sobre a direção e sentido nas fotos.

Para facilitar o entendimento dos vetores velocidade instantânea, aceleração instantânea e aplicações, foi compartilhado com os alunos o significado de um vetor unitário, também chamado de versor. Em seguida, foi pedido para os estudantes explicassem a afirmação: Todo versor é um vetor, mas a recíproca é falsa. Para ajudá-los a responder, houve um diálogo sobre o conceito de reciprocidade:

**Professor:** *Queridos, Ronaldo é professor de Física, mas todo professor de Física é Ronaldo?*

**Alunos (A3, A7 e B2):** *Não!*

**Professor:** *Muito bem! Esse exemplo não representa reciprocidade, ou seja, a reciprocidade é falsa! Percebam o próximo exemplo. Todo triângulo é um polígono de três lados, e todo polígono de três lados é um triângulo! Neste caso, filhos, a recíproca é verdadeira!*

Após esses exemplos, os alunos explicaram a afirmação inicial sobre o versor:

*“Todo versor é um vetor, pois o versor é um vetor de módulo 1, mas nem todo vetor é um versor, pois tem vetores que não têm módulo 1. Por isso que a recíproca é falsa”*  
**(Alunos A3 e A7).**

Confirmou-se que a ideia de reciprocidade auxilia no entendimento dos conceitos da Física. Em seguida, o professor argumentou que, segundo a matéria de ensino, os versores podem representar qualquer vetor de um plano. Entre os vetores unitários, destacam-se: o versor  $\hat{i}$ , da direção horizontal que aponta para a direita, e o versor  $\hat{j}$ , da direção vertical que aponta para cima. O professor fez uma analogia potencialmente significativa: Um corpo é formado por átomos, assim como um vetor é formado por versores. Os alunos demonstraram compreensão. Elaborou-se uma questão, contendo quatro expressões vetoriais:  $3\hat{i}$ ,  $-5\hat{i}$ ,  $4\hat{j}$  e  $-4\hat{j}$ . Pediu-se, então, para os alunos desenharem os vetores que representavam cada uma destas expressões vetoriais e, em seguida, escrevessem os atributos (módulo, direção e sentido) desses vetores. Explicou-se uma das 4 expressões vetoriais e solicitou aos alunos que fizessem as outras três expressões. Os alunos conseguiram fazer. Ao finalizarem essa atividade, houve o diálogo:

**Professor:** *Perceberam algo em relação aos vetores horizontais?*

**Alunos (A3, A5, A6, B1 e B3):** *Sim. Eles têm a ver com o versor  $\hat{i}$ .*

**Professor:** *Exatamente! E os vetores verticais?*

**Alunos (A3, A2, A3, A6, B1, B2 e B3):** *Têm a ver com o versor  $\hat{j}$ .*

O professor percebeu que o objetivo tinha sido alcançado, porém um aluno fez uma pergunta:

**Aluno (B1):** *Professor, entendi os vetores horizontais e verticais, mas como se representa um vetor inclinado a partir dos versores?*

Antes de promover o diálogo sobre os vetores inclinados, o aluno B1 questionou-os. Percebemos o quanto o estudo dos versores  $\hat{i}$  e  $\hat{j}$  facilita a compreensão das características (atributos) dos vetores verticais, horizontais e inclinados. Para responder à pergunta de B1, o professor desenhou a Rosa dos ventos, um recurso didático potencialmente significativo para muitas áreas do conhecimento, Longhini, Silvestre e Vieira (2010), e houve o diálogo:

**Professor:** *Que pergunta linda! Vamos pensar. Por exemplo, um vetor que aponta para o sentido Nordeste pode ser decomposto em dois vetores, um que aponta para o norte e outro que aponta para o leste, por isso, chama-se nordeste! Ou seja, o vetor que aponta para o Nordeste é formado, ao mesmo tempo, por dois vetores que apontam para onde?*

**Alunos (A3, A7 e B1):** *Para cima e para direita!*

**Professor:** *Sabemos que para cima tem a ver com o versor  $\hat{j}$  e para a direita, tem a ver com o versor  $\hat{i}$ .*

Essas perguntas foram feitas, também, para os sentidos Noroeste, Sudoeste e Sudeste e assim, o professor ia dialogando, e os alunos concluíram que todo vetor inclinado é formado por um vetor horizontal e por um vetor vertical, ou seja, todo vetor inclinado é a composição de um vetor que depende do versor  $\hat{i}$  ou de seu oposto,  $-\hat{i}$ , com um vetor que depende do versor  $\hat{j}$  ou de seu oposto,  $-\hat{j}$ . Houve o seguinte comentário:

**“Entendi. Se a expressão do vetor aparecer os versores  $\hat{i}$  e  $\hat{j}$ , ele é inclinado!” (Aluno B1).**

Ficou claro por esse comentário e devido à participação dos alunos que eles aprenderam com significado a identificar, desenhar e diferenciar os vetores de um

plano (horizontal, vertical e inclinado) a partir dos versores. Isso leva a crer que a estrutura cognitiva é dinâmica e se caracteriza pelos processos de diferenciação progressiva e reconciliação integrativa (MOREIRA, 2011b). Essa aula foi finalizada, compartilhando com os alunos uma explicação potencialmente significativa sobre do teorema de Pitágoras, conteúdo fundamental para o estudo dos vetores que formam um ângulo de  $90^\circ$  entre si. Dialogou-se que o teorema de Pitágoras pode ser compreendido e desenvolvido através do método da construção de quadrados a partir dos lados de um triângulo retângulo. O professor explicou um exemplo e pediu para que os alunos, em outro exemplo, individualmente, encontrassem o valor do maior lado de um triângulo retângulo, cujos lados menores são 6 e 8. Os alunos conseguiram fazer a questão. Foi dito:

***“Teorema de Pitágoras é um assunto massa!” (Alunos A2, A4, A7, B1, B2 e B3).***

O professor ficou contente com o comentário, pois, no 4º pré-teste, tabela 22, constatou que, praticamente, 66% da turma, não compreendiam ou não se lembravam do Teorema de Pitágoras. A partir do método utilizado, neste encontro, demonstraram indícios de aprendizagem. Por isso, (MOREIRA, 2011b) diz que quando aprendemos de modo significativo devemos progressivamente diferenciar significados dos novos conhecimentos adquiridos a fim de perceber não só as diferenças entre eles, mas, também, reconciliar integrando os novos conhecimentos à sua estrutura cognitiva prévia. Percebeu-se o quanto foi significativo para os alunos dialogar sobre o Teorema de Pitágoras sem utilizar, simplesmente, uma fórmula. Em seguida, relembrou-se que um vetor inclinado é a composição de um vetor horizontal com um vetor vertical e que eles formam  $90^\circ$  entre si. Logo, há um forte indício para utilizar o teorema de Pitágoras e descobrir o valor (módulo) de um vetor inclinado. Após o 13º encontro, o professor estava em casa e houve uma conversa pelo WhatsApp do curso:

**Aluno (B1):** *Professor, existem placas de trânsito que abaixo da seta têm a indicação de uma distância. Essa distância poderia ser o módulo do vetor representado pela seta?*

O professor admirou a pergunta pertinente de B1 e respondeu:

**Professor:** *Sim! Desde que você imagine a seta da placa ampliada de acordo com a distância indicada. Assim, a direção e o sentido da seta ficam mantidos e o módulo é a indicação da distância da placa.*

**Aluno (B1):** *Obrigado, professor!*

O WhatsApp do curso foi criado para o professor e os alunos postarem fotos que refletem os conceitos da Cinemática, debaterem sobre os conteúdos, justificar ausências, fazer perguntas e para esclarecer dúvidas. Devido à participação dos alunos, durante os encontros e fora deles, o professor confirmou que esta rede social pôde auxiliar no processo de ensino-aprendizagem.

#### **Décimo Quarto Encontro (14-08-2015)**

O professor retomou a aula anterior pedindo para os alunos desenharem os vetores correspondentes às expressões vetoriais:  $\vec{p} = 3\hat{i}$ ,  $\vec{q} = 7\hat{j}$  e, em seguida, escreverem as características (módulo, direção e sentido) destes vetores. Os alunos acertaram. Depois de um tempo, foi ao quadro, explicou as características dos vetores  $\vec{p}$  e  $\vec{q}$ , e lembrou as conclusões da aula passada sobre os vetores horizontais e verticais. Em seguida, com a finalidade de encontrar as características de um vetor inclinado, foi escrito a expressão vetorial:  $\vec{w} = -30\hat{i} - 40\hat{j}$ . E com a participação dos alunos, houve o diálogo:

**Professor:** *Baseado na Rosa dos Ventos, o vetor representado pela expressão  $-30\vec{i}$  aponta para onde?*

**Aluno (B1):** *Para o oeste!*

**Professor:** *Certíssimo! E o vetor  $-40\vec{j}$ , aponta para onde?*

**Alunos (A3, A7 e B1):** *Para o sul”.*

**Professor:** *Beleza! Se o vetor  $\vec{w}$  é composto, ao mesmo tempo, por um vetor que aponta para o sul e por um vetor que aponta para o oeste, para onde o vetor  $\vec{w}$  deve apontar, ou seja, qual o seu sentido? Os alunos responderam:*

**Alunos (A3, A5, B1, B2 e B3):** *Para o sudoeste!*

**Professor:** *Valeu, queridos, mas é quase isso!*

Os alunos ficaram surpresos por causa da expressão “quase”. Por isso, o professor desenhou a Rosa dos Ventos e lembrou que para o sentido de um vetor ser nordeste, noroeste, sudeste ou sudoeste, o vetor inclinado deve formar um ângulo de  $45^\circ$  com a horizontal. Continuando, desenhou um quadrado e, a partir de sua diagonal, destacou um triângulo retângulo que tinha um ângulo de  $45^\circ$ . Assim, docente e alunos foram dialogando que um triângulo retângulo que tem ângulo de  $45^\circ$  apresenta dois lados de mesma medida. Por fim, retomou-se a expressão vetorial  $\vec{w} = -30\hat{i} - 40\hat{j}$  e, por meio do diálogo, foi reencontrado o módulo do vetor  $\vec{w}$ . Para isso, foi preciso construir um triângulo retângulo, onde os catetos vertical e horizontal são representados pelos módulos dos vetores vertical e horizontal que formam o vetor inclinado, e a hipotenusa é o módulo do vetor inclinado. Com a participação dos alunos, foi desenhado, no quadro, um triângulo retângulo para que fosse achado o módulo de  $\vec{w}$ . A partir desse desenho, houve o diálogo:

**Professor:** *Qual o módulo do cateto horizontal?*

**Alunos (A3 e B1):** *Trinta!*

**Professor:** *Ótimo! Qual o módulo do cateto vertical?*

**Alunos (A3 e B1):** *Quarenta!*

**Professor:** *Os catetos desse triângulo retângulo que construímos têm a mesma medida? Os alunos responderam: “Não!”.*

Assim, os alunos concluíram que esse triângulo retângulo desenhado não pode ter um ângulo de  $45^\circ$ , já que os catetos não têm a mesma medida. Continuamos:

**Professor:** *De acordo com a Rosa dos Ventos, se não há um ângulo de  $45^\circ$ , o sentido não pode ser sudoeste. Por isso que falei “quase” sudoeste!*

Eles demonstraram, nos diálogos, indícios de aprendizagem significativa. Quanto ao módulo (valor) do vetor  $\vec{w}$ , os alunos resolveram, através do Teorema de Pitágoras e alguns encontraram o valor correto. Outros sentiram dificuldade em encontrar a raiz quadrada. O professor esclareceu as dúvidas. Foi muito bom observar o empenho dos alunos! Por fim, os alunos concluíram com significado que as características (ou atributos) do vetor  $\vec{w}$  são: “Direção: inclinada; sentido: aproximadamente sudoeste; e módulo: 50 u. Em seguida, foi dito aos alunos que existem três vetores especiais da Cinemática que descrevem com significado um

movimento retilíneo em determinado instante. Esses vetores são: o vetor posição ( $\vec{p}$  ou  $\vec{S}$ ), o vetor velocidade instantânea ( $\vec{v}$ ) e o vetor aceleração instantânea ( $\vec{a}$ ). O professor explicou aos alunos sobre esses vetores especiais e, assim, foi atribuída uma frase potencialmente significativa para cada um desses vetores. Para o vetor posição, a frase foi: *É um vetor que indica onde o corpo está em certo instante*; para o vetor velocidade instantânea, a frase foi: *É um vetor que indica para onde o corpo vai em certo instante (indica o sentido)* e para o vetor aceleração instantânea, a frase foi: *É um vetor que indica como o corpo vai em determinado instante (na mesma velocidade, de forma acelerada ou de modo retardado) a partir de sua interação com o vetor  $\vec{v}$ .*

Para auxiliar na classificação dos movimentos retilíneos uniforme, acelerado e retardado a partir dos vetores especiais  $\vec{v}$  e  $\vec{a}$ , foi usada a seguinte estratégia potencialmente significativa: o docente chamou aleatoriamente o aluno A2 para se dirigir à frente, pediu para ele esticar o braço. Assim, faria o papel do vetor velocidade instantânea; já, o professor com o braço esticado fez o papel do vetor aceleração instantânea. A partir desse teatro pedagógico da Cinemática, o professor interagiu com a turma. Foi pedido ao aluno A2 que desse um passo para frente e, durante essa passada, foi empurrado pelo professor, que estava com o braço esticado, no mesmo sentido da passada do aluno. Durante o teatro, houve o diálogo com a turma:

**Professor:** *Durante o empurrão, (A2) se movimentou mais rápido ou mais lento?*

**Alunos (A4, A5, A6, A7, B1, B2 e B3):** *“ficou mais rápido!”*

**Professor:** *Muito bem! Não se esqueçam de que o meu braço esticado representa o vetor aceleração instantânea e o braço esticado do aluno (A2) representa o quê?*

**Alunos (A1, A3, A4, A5, A6, A7, B1 e B2):** *O vetor velocidade instantânea.*

Percebeu-se que os alunos estavam atentos. Foi pedido para, mais uma vez, o aluno A2 dar um passo à frente. Só que, desta vez, enquanto o aluno estava dando o passo à frente, o professor o empurrou para trás e, imediatamente, continuou o diálogo:

**Professor:** *Nesse caso, durante o empurrão, (A2) se deslocou mais rapidamente ou mais lentamente?*

**Alunos (A3, A5 e B1):** *Se moveu mais devagar!”*

**Professor:** *Perfeito! A primeira situação chama-se movimento acelerado! Porque?*

**Alunos (A3 e A7):** *Porque o aluno se movimentou mais rápido.*

**Professor:** *Excelente! A segunda situação é chamada de movimento retardado. Entenderam por que a segunda situação chama-se de movimento retardado?*

**Alunos (A1, A3, A7, B1 e B3):** *Sim. Porque, na segunda situação, o aluno ficou mais devagar.*

**Professor:** *Beleza! Na primeira situação, em que o aluno ficou mais rápido, os braços esticados do aluno e o meu, representantes dos vetores velocidade e aceleração instantâneas, estavam no mesmo sentido.*

A partir dessa constatação, os alunos concluíram com entendimento que, em certo instante, o movimento é acelerado quando o vetor velocidade instantânea e o vetor aceleração instantânea têm o mesmo sentido. Continuou:

**Professor:** *Na segunda situação, em que o aluno ficou mais lento, os braços esticados do aluno e o meu, representantes dos vetores velocidade e aceleração instantâneas, estavam em sentidos opostos.*

Com esse argumento, os alunos perceberam que, em certo instante, o movimento é retardado quando o vetor velocidade instantânea e o vetor aceleração instantânea tiverem sentidos opostos. A partir desses diálogos, foram percebendo que a função do vetor aceleração instantânea não é a de indicar para onde um corpo está indo em certo instante, mas a de indicar, interagindo com o vetor velocidade instantânea, como o corpo se movimenta em determinado instante. Isto é, se o movimento, em certo instante é acelerado, retardado ou uniforme, neste caso, se o vetor aceleração for nulo. Antes do teatro pedagógico, o professor poderia ter dito: O movimento acelerado, em certo instante, é o movimento em que os vetores velocidade e aceleração instantâneas têm o mesmo sentido e o movimento retardado, em certo instante, é o movimento no qual os vetores velocidade e aceleração instantâneas têm sentidos opostos. Porém, dessa forma, seria uma aprendizagem mecânica. Fez o teatro da Cinemática, corroborando com o princípio da aprendizagem crítica de Moreira da diversidade de estratégias de ensino (MOREIRA, 2011a), como uma estratégia potencialmente significativa para o aluno compreender os significados dos

movimentos retilíneos acelerado e retardado de um movimento retilíneo em certo instante.

Pela participação dos alunos, percebeu-se que houve indícios de aprendizagem significativa. Em seguida, para reforçar ainda mais o estudo dos vetores especiais  $\vec{p}$ ,  $\vec{v}$  e  $\vec{a}$ , foram lançadas as seguintes situações de aprendizagem: *Sabendo que o vetor posição de um corpo, em um movimento retilíneo, é representado pela expressão vetorial horária  $\vec{S} = t^4\hat{i}$ , em unidades do SI, quais as expressões vetoriais do vetor velocidade instantânea e do vetor aceleração instantânea? Em seguida, desenhe esses vetores no instante 1 s e neste instante, classifique o movimento em uniforme, acelerado ou retardado justificando o porquê de sua classificação.* O professor foi ao quadro e para cada passo do desenvolvimento e pediu a participação dos alunos:

**Professor:** *Para encontrarmos o vetor velocidade instantânea, o vetor posição deve variar um infinitésimo ( $d\vec{S}$ ) durante um infinitésimo de tempo ( $dt$ ). Certo?*

**Alunos (A3 e A7):** *Certo, professor.*

**Professor:** *A “setinha” deve ser colocada em  $d\vec{S}$ , pois  $d\vec{S}$  é o infinitésimo do vetor posição. Já, em  $dt$ , não se coloca “setinha”, pois  $dt$  é o infinitésimo de tempo e o tempo é uma grandeza escalar! Ok?*

**Alunos (A2, A3 e A7):** *Beleza, professor!*

**Professor:** *Logo,*

$$\vec{S} = t^4\hat{i}$$

$$\vec{S} + d\vec{S} = (t + dt)^4\hat{i}$$

$$\vec{S} + d\vec{S} = (t^4 + 4t^3dt)\hat{i}$$

$$\vec{S} + d\vec{S} = t^4\hat{i} + 4t^3d\hat{i}$$

$$\text{Como } \vec{S} = t^4\hat{i}:$$

$$\vec{S} + d\vec{S} = t^4\hat{i} + 4t^3d\hat{i}$$

$$d\vec{S} = 4t^3d\hat{i}$$

$$d\vec{S}/dt = 4t^3\hat{i}$$

$$\vec{v} = 4t^3\hat{i} \text{ (vetor velocidade instantânea)}$$

*Para descobrirmos o vetor aceleração instantânea, o vetor velocidade instantânea deve variar o que durante quanto tempo?*

**Alunos (A2 e A3):** *Um infinitésimo de velocidade durante um infinitésimo de tempo.*

**Professor:** *Isso! Portanto, vamos acrescentar o infinitésimo do vetor velocidade de um lado e o infinitésimo do tempo, do outro. Vamos lá:*

$$\vec{v} = 4t^3\hat{i}$$

$$\vec{v} + d\vec{v} = 4(t + dt)^3\hat{i}$$

$$\vec{v} + d\vec{v} = 4\hat{i} (t^3 + 3t^2dt)$$

$$\vec{v} + d\vec{v} = 4t^3\hat{i} + 12t^2\hat{i}dt$$

Como  $\vec{v} = 4t^3\hat{i}$

$$d\vec{v} = 12t^2\hat{i}dt$$

$$d\vec{v}/dt = 12t^2\hat{i}$$

$$\vec{a} = 12t^2\hat{i} \text{ (vetor aceleração instantânea)}$$

Foi percebido, em linhas gerais, que houve dificuldade quanto à ordem de desenvolvimento na expressão  $4(t + dt)^3\hat{i}$ . O professor explicou que entre 4,  $(t + dt)^3$  e o versor  $\hat{i}$  havia multiplicações implícitas e que nas multiplicações, a ordem dos fatores, não altera o produto. Logo, é possível multiplicar os termos que estão fora dos parêntesis (4 e  $\hat{i}$ ) e depois multiplicar por  $(t^3 + 3t^2dt)$  que é o desenvolvimento do Binômio com um infinitésimo  $(t + dt)^3$ . Após essas observações, percebeu-se compreensão dos alunos. A questão pediu a descrição do movimento retilíneo regido pelo vetor posição  $\vec{S} = t^4\hat{i}$  (SI) no instante 1 s. Assim como no estudo da velocidade e aceleração instantâneas em uma perspectiva escalar, foi substituído o instante 1 s nas expressões horárias e encontraram-se os vetores:  $\vec{S} = \hat{i}$ ,  $\vec{v} = 4\hat{i}$  e  $\vec{a} = 12\hat{i}$ . Foi perguntado aos alunos: Como é o desenho desses vetores especiais?

**“São vetores horizontais que apontam para a direita” (Alunos A2, A3, A7 e B1).**

Assim, confirmamou-se o quanto foi significativo para os alunos o estudo dos versores  $\hat{i}$  e  $\hat{j}$ . Assim, os alunos concluíram que o movimento, em 1 s, é acelerado. Em duplas, solicitou-se a seguinte atividade: *A partir do vetor posição que rege o movimento retilíneo de um corpo:  $\vec{S} = t^6\hat{j}$ , em unidades do SI, informem para o instante 1 s, onde este corpo está (em relação ao marco zero), para onde ele vai (o sentido) e como ele vai (mantendo a velocidade, aceleradamente ou retardadamente)?*

O professor esclareceu dúvidas e percebeu os alunos se ajudando. Ao fim, quando eles mostraram os desenvolvimentos e a descrição do movimento, no instante considerado, observou-se que a maioria conseguiu fazer a questão. Foi percebido que, na descrição do movimento retilíneo, em um instante qualquer, a partir dos vetores posição, velocidade instantânea, aceleração instantânea com o auxílio dos versores  $\hat{i}$  e  $\hat{j}$ , todos os alunos apresentaram indícios de aprendizagem significativa.

### **Décimo Quinto Encontro (18-08-2015)**

Em muitas placas de trânsito, anúncios e embalagens, as unidades de medida estão escritas de forma incorreta, segundo as normas do Sistema Internacional de Unidades de medida (SI). Essas grafias não compartilhadas pela matéria de ensino representavam uma oportunidade potencialmente significativa para retomar o estudo das unidades de medida, que é fundamental para a compreensão das grandezas físicas da Cinemática. Dessa forma, houve concordância com o argumento de (FERNANDES; VIANNA, 2011), segundo o qual podem ser utilizados problemas do cotidiano para ensinar os conceitos de ciência, em vez de ficar resolvendo questões hipotéticas durante toda a aula. Então, esse encontro foi iniciado com a seguinte pergunta oral para os alunos: Qual a diferença, na escrita, entre um K maiúsculo e um k minúsculo?

*“Não sei, professor” (Alunos A3, A5, A7 e B1).*

Houve o diálogo:

**Professor:** *Segundo o SI, o prefixo quilo, representa que número?*

**Alunos (A3, A7 e B1):** *Representa mil!*

**Professor:** *Excelente! Qual a letra que representa o prefixo quilo, segundo o SI?*

**Alunos (A3, A7 e B1):** *o “ká”, professor!*

**Professor:** *Beleza! Depois observem em placas de trânsito, anúncios e embalagens, se este “ká” é maiúsculo ou minúsculo, pois segundo as normas do SI, o prefixo quilo deve ser representado pelo cá minúsculo!*

**Alunos (A3, A7 e B1):** *Ok, professor!*

Após esse diálogo, lembrou-se de que a maioria dos países utiliza as unidades padronizadas pelo SI para facilitar a comunicação comercial e científica, outras normas do SI, além da discutida no diálogo anterior. E percebeu-se ainda que uma diferença entre o K maiúsculo e o k minúsculo está no tracinho superior direito. A grandeza Força não pertence à Cinemática, mas, como curiosidade, dialogou-se que a unidade da grandeza Força, no SI, o Newton, é representada pelo N maiúsculo, pois oriunda do nome de uma pessoa. Houve a pergunta:

*“Professor, a unidade litro não é nome de pessoa, mas se escreve com L maiúsculo!”*  
**(Aluno A2).**

O professor concordou com A2, pois se lembrou de que, em muitas embalagens, a unidade litro é representada por um L maiúsculo. Achou-se estranho, então, sem perder a oportunidade, foi proposta uma pesquisa sobre a unidade litro. Ao chegar à casa, o professor, curioso também, pesquisou (INMETRO, 2012) e aprendeu que a unidade litro, segundo as normas do SI, pode ser escrita tanto pelo L maiúsculo quanto pelo l minúsculo e comunicou essa informação aos alunos pelo WhatsApp do curso. Ao ter antecipado, lançando o resultado pesquisado na rede social, um aluno disse:

*“Professor, eu acho que a unidade litro pode ser escrita com o L maiúsculo, pois o “ele” minúsculo pode ser confundido com o i maiúsculo”* **(Aluno A2).**

O aluno A2 estava correto, pois a compreensão do conteúdo unidades de medida é fundamental para o entendimento das grandezas físicas e, a partir dos diálogos anteriores, os alunos valorizaram mais esse conteúdo. Como atividade de casa, os alunos deveriam fotografar placas de trânsito e anúncios, em geral, que apresentassem unidades de medida, de acordo com (MEDINA, 2011). Em cada uma dessas fotos, foi pedido para o aluno criar uma legenda, informando se havia erros nas grafias das unidades e, nesse caso, consertá-las de acordo com as normas do SI. Essas fotos devem ser postadas no WhatsApp do curso Mecânica não mecânica, para futuras discussões. Após as recomendações da atividade para casa, começou-se uma conversa sobre o quanto as placas de trânsito representaram uma ótima estratégia instrucional para auxiliar no aprendizado dos conteúdos abordados em nosso curso.

Alunos **(A1, A2, A3, A5 e B1)**: *“Realmente, foi muito bom para o nosso aprendizado associar os conceitos da Física às placas”.*

Foi sugerido por um deles:

*“Professor, que tal fazermos um mural com as fotos tiradas das placas de trânsito, ao longo do nosso curso, e explicarmos os conteúdos vistos para o restante dos alunos da escola” (Aluno A5).*

Foi gratificante para o professor escutar essa sugestão e assim, confirmou-se que estava no caminho certo e que o curso tem potencial para atingir o restante do ensino médio, além do primeiro ano. Após a brilhante sugestão de A5, o professor teve uma ideia que foi muito bem recebida pelos alunos. Foi sugerida a apresentação de um seminário, para o 17º Encontro, por dois grupos, cada um com 5 alunos, para a explicação dos conteúdos abordados, principalmente, fazendo o uso das placas de trânsito, em conformidade com o princípio crítico da diversidade de estratégias de ensino (Moreira, 2011a). Também foi pedido para que os grupos criassem placas que abordassem os conceitos de velocidade e aceleração instantâneas. Por fim, cada grupo deveria criar um texto (uma historinha) com erros sobre a grafia das unidades de medida, segundo o SI, para que o outro grupo os identificasse e os corrigisse ao final do seminário. O professor chamou esse evento que ocorrerá no 17º Encontro de: A Blitz da Física.

*“Professor, esse nome é massa! Tem tudo a ver!” (Alunos A1, A3, A5, A7 e B1).*

Em seguida, foi pedido para os alunos formarem duplas e construíssem mapas conceituais sobre os vetores estudados. Enquanto as duplas faziam os mapas, percebia-se muita interação entre os componentes e a motivação deles. Os mapas conceituais representaram um ponto forte do nosso curso para o aprendizado dos alunos, confirmando o relato de (NOVAK; GOWIN, 1999) de que a construção de um mapa conceitual é uma forma de facilitar a aprendizagem significativa dos alunos. Depois, pediu-se que eles, individualmente, respondessem a uma entrevista escrita com nove perguntas sobre os pontos negativos e positivos do ensino-aprendizagem, acerca dos conteúdos estudados no curso. Após esse encontro, dois alunos disseram:

*“Professor, vamos levar a ideia de “A Blitz da Física” para uma escola pública como um projeto de extensão” (Alunos A1 e B1).*

Com este comentário, o professor foi percebendo o quão significativo estava sendo o curso para os alunos.

### **Análise dos Mapas Conceituais 1 e 2 - 15º Encontro sobre o Conceito de Vetor**

Mediante as informações trazidas nos aspectos metodológicos, os mapas conceituais serão analisados pelo autor com o objetivo de obter informações sobre o tipo de estrutura que os alunos veem para um dado conjunto de conceitos. Nesse contexto, a análise principal será de avaliar o que os alunos sabem em termos conceituais da matéria de ensino, isto é, como os significados atribuídos às relações conceituais, foram explicitados pelo seu autor (MOREIRA, 2011b, p. 52). O mapa conceitual será encarado como um instrumento didático para negociar significados, a fim de facilitar a aprendizagem significativa. Os mapas conceituais 1 das figuras, 12, 13, 14, 15, e 16, feitos em duplas, foram refeitos como mapas conceituais 2, e foram descritos e entregues ao professor.

### **Análise do Professor do Mapa Conceitual, 1, figura 12 – Alunos (A1 e B3)**

Os conceitos apresentados no mapa conceitual 1, figura 12, são relevantes e podem ser compartilhados pela matéria de ensino. Esse mapa possui apenas um nível hierárquico. As proposições formadas no mapa 1 possuem frases longas, por exemplo, uma das proposições formadas tem três conceitos relevantes no local inadequado, dentro de um mesmo retângulo. Corroborando com Moreira (2006) não é fácil encontrar um conectivo que forme uma proposição significativa entre dois conceitos. Esse mapa 1, não foi explicado nem descrito, porém foi sugerido que fosse refeito e descrito. Nesse contexto, o professor entendeu que os conceitos que apareceram nas frases de ligação no mapa 1, foram compreendidos pelos alunos, A1 e B3, durante a matéria de ensino, apesar de não conseguirem demonstrar ao desenhar o mapa.

### **Descrição da dupla do Mapa Conceitual, 2, figura 12 – Alunos (A1 e B3)**

*“Todo vetor abrange algumas características e alguns vetores são muito importantes. Como principais vetores, posição, aceleração instantânea e velocidade instantânea. Características do vetor são sentido, direção e módulo, e etc. Todo versor é um vetor, mais nem todo vetor é um versor”.*

### **Análise do Professor do Mapa Conceitual, 2, figura 12 – Alunos (A1 e B3)**

Os conceitos e as proposições apresentados no mapa conceitual 2, figura 12, são relevantes e válidos para a matéria de ensino. Os alunos, A1 e B3 apresentaram um mapa com cinco níveis hierárquicos, bem estruturado, indicando diferentes relações conceituais de significados, revelando indícios de aprendizagem significativa. Todas as interações conceituais possuem palavras de ligação, ainda que triviais, mas sem perder a clareza do significado das proposições formadas. Os conceitos estão bem integrados, possuem uma hierarquia que vai do conceito mais geral “Vetor” para o mais específico ao exemplificar os sentidos dos vetores.

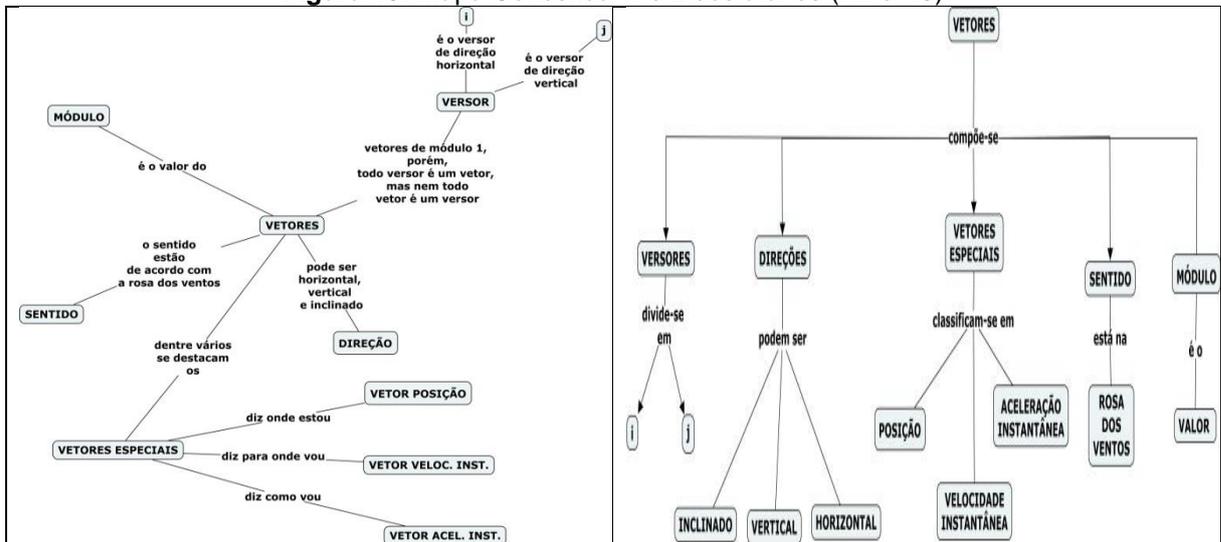
Embora não existam setas indicativas em duplo sentido, verificou-se diferenciação progressiva e reconciliação integrativa no seguinte segmento do mapa *“todo versor é um vetor, mais nem todo vetor é um versor”* quando a dupla descreve o mapa sugerindo ligação cruzada. Na descrição desse mapa, a dupla foi muito sucinta. As demais interações conceituais presentes nesse mapa também não possuem setas. Verificaram-se outras diferenciações e reconciliações entre as proposições, por exemplo, “vetor pode ser posição, aceleração instantânea, velocidade instantânea”, outra seria “direção por exemplo, inclinada”. O mapa conceitual 2 comparado ao mapa conceitual 1 apresenta informações conceituais relevantes do tipo: estrutura, número de conceitos, palavras de ligação. Embora a dupla tivesse a intenção em elaborar melhor o mapa conceitual 2, dificilmente, seria possível dizer se a dupla tem conhecimento das demais diferenciações e reconciliações produzidas, se isso não foi descrito por ele. O professor se questionou sobre a importância de refazer o mapa e da apresentação oral. Na aplicação do pré-teste sobre Vetor, de modo geral, a dupla demonstrou possuir algum conhecimento sobre esse conteúdo.



### Análise do Professor do Mapa Conceitual, 2, figura 13 – Alunos (A1 e A3)

Os conceitos e as proposições apresentados no mapa conceitual 2, figura 13, são relevantes e válidos para a matéria de ensino. Os alunos, A1 e A3 apresentaram um mapa com dois níveis hierárquicos, estruturado do conceito mais geral “Vetores” para os mais específicos, como exemplo, “inclinado, vertical, horizontal”. Todas as proposições formadas possuem palavras de ligação, mostrando clareza no significado entre os conceitos. Embora existam algumas setas indicativas em sentido único, verificou-se diferenciação progressiva e reconciliação integrativa no seguinte segmento do mapa “versores dividem-se em  $\hat{i}$  e  $\hat{j}$ ” quando a dupla descreve o mapa sugerindo ligação cruzada. Na descrição desse mapa, a dupla foi fidedigna ao mapa e acrescentou que “no sentido podemos nos orientar pela Rosa dos ventos” O mapa conceitual 2 comparado ao mapa conceitual 1 apresenta conceitos relevantes como “Rosa dos ventos, valor, inclinado, vertical, horizontal”. Estes estavam presentes no mapa conceitual 1 como frases de ligação. A dupla elaborou melhor o mapa conceitual 2, evidenciando indícios de aprendizagem significativa. O professor continua a se questionar da importância de refazer o mapa e da apresentação oral.

Figura 13: Mapa Conceitual 1 e 2 dos alunos (A2 e A3)



### **Análise do Professor do Mapa Conceitual, 1, figura 14 – Alunos (A4 e A6)**

Os conceitos apresentados no mapa conceitual 1, figura 14, são relevantes e podem ser compartilhados pela matéria de ensino. Esse mapa possui dois níveis hierárquicos. As proposições formadas no mapa 1 possuem algumas frases longas, por exemplo, uma das proposições formadas tem três conceitos relevantes no local inadequado, e outra com dois conceitos dentro de um mesmo retângulo. Esse mapa 1 não foi explicado nem descrito, porém foi sugerido que fosse refeito e descrito. Com esse enfoque, o professor entendeu que os conceitos que apareceram nas frases de ligação no mapa 1 foram compreendidos pelos alunos, A4 e A6, durante a matéria de ensino, porém não conseguiram demonstrar isso ao estruturarem o mapa.

### **Descrição da dupla do Mapa Conceitual, 2, figura 14 – Alunos (A4 e A6)**

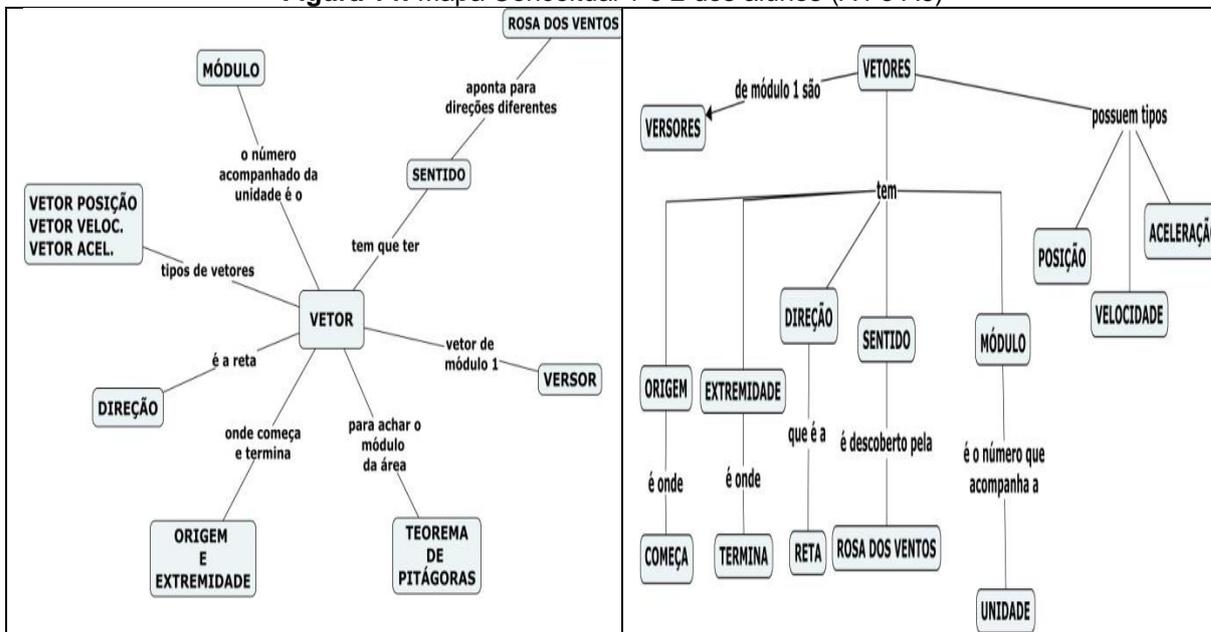
*“Conceito geral: vetores; Conceitos subordinados: origem, extremidade, versor, sentido, rosa dos ventos, módulo, vetor posição, vetor velocidade, vetor aceleração; Conceitos específicos: origem – onde começa, extremidade – onde termina, versor – vetor de módulo 1, sentido – tem que ter, rosa dos ventos – aponta para direções diferentes, módulo – é o número acompanhado da unidade”.*

### **Análise do Professor do Mapa Conceitual, 2, figura 14 – Alunos (A4 e A6)**

A maior parte dos conceitos e das proposições formadas no mapa conceitual 2, figura 14, são relevantes e válidos para a Física. Os alunos, A4 e A6 apresentaram um mapa com dois níveis hierárquico, indicando diferentes relações conceituais válidas. As interações conceituais possuem palavras de ligação, sem perder a clareza do significado das proposições formadas. A dupla usou dois verbos, como se fossem conceitos, são eles “começa e termina” invalidando as proposições. A sugestão seria usar como conceitos “início e final”, confirmando que uma proposição é formada por dois ou mais termos conceituais unidos por palavras de ligação (NOVAK; GOWIN, 1999; MOREIRA, 2011b). Apesar de não existirem setas indicativas em duplo sentido, verificou-se a diferenciação progressiva e reconciliação integrativa no seguinte segmento do mapa *“vetores possuem tipos posição, velocidade e aceleração”* quando descrevem no mapa sugerindo ligação cruzada. Na descrição do mapa, a dupla não fez uma descrição contínua, revelando indícios de aprendizagem significativa, ao demonstrar rigor na seleção dos termos que compõem a estruturação de um mapa. O

mapa conceitual 2 comparado ao mapa conceitual 1 apresenta informações conceituais relevantes quando o conceito “unidade” passa de palavra de ligação no mapa 1 para conceito no mapa 2.

**Figura 14:** Mapa Conceitual 1 e 2 dos alunos (A4 e A6)



### **Análise do Professor do Mapa Conceitual, 1, figura 15 – Alunos A5 e A7**

Os conceitos apresentados no mapa conceitual 1, figura 15, são relevantes e podem ser compartilhados pela matéria de ensino. As proposições formadas no mapa 1, além de possuírem frases longas, têm várias linhas sem palavras de ligação, confirmando Moreira (2006), encontrar uma palavra de ligação que forme uma proposição significativa entre dois conceitos não é fácil. Esse mapa 1 não foi explicado nem descrito, mas foi sugerido refazer e descrever. Foi percebido, apesar das fragilidades do mapa 1, que há em uma parte da estrutura, presença de diferenciação progressiva e reconciliação integrativa quando a dupla apresentou no mapa 1 as proposições “vetores como vou aceleração”; “vetores para onde vou velocidade”; “vetores onde estou posição”. O Professor entendeu que alguns conceitos que apareceram nas frases de ligação no mapa 1, validando a proposição formada, foram compreendidos pelos alunos, A5 e A7.

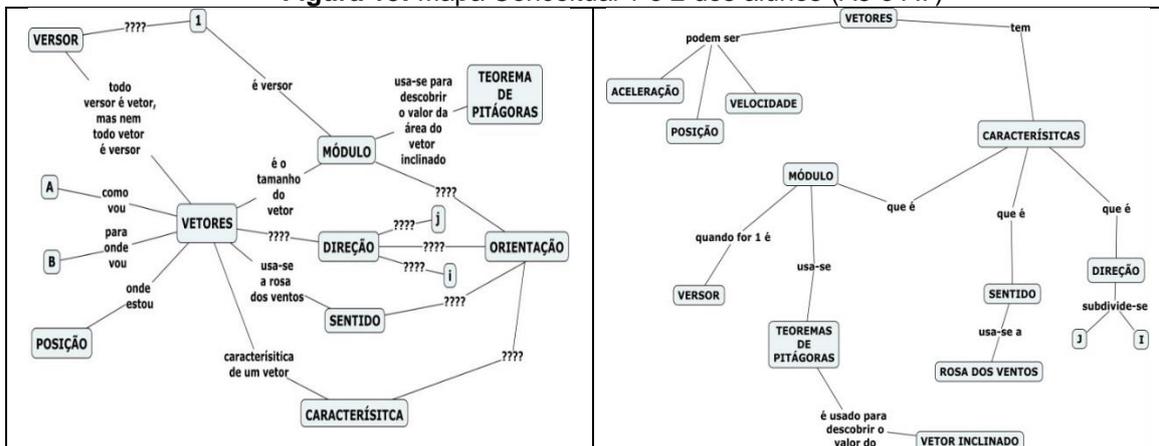
**Descrição da dupla do Mapa Conceitual, 2, figura 15 – Alunos (A5 e A7)**

“Um vetor pode ser um versor se possuir módulo 1. Existem três tipos de vetores que são velocidade que indica para onde se vai, posição que indica onde se está e aceleração que indica a maneira como se vai. O vetor possui características que são o sentido que usa a rosa dos ventos, a direção que se subdividem em vetor  $\hat{i}$  e  $\hat{j}$  e módulo que indica o tamanho do vetor. O teorema de Pitágoras através das áreas é usado para descobrir o valor do vetor inclinado”.

**Análise do Professor do Mapa Conceitual, 2, figura 15 – Alunos (A5 e A7)**

Os conceitos e as proposições apresentados no mapa conceitual 2, figura 15, são relevantes e válidos para a matéria de ensino. Os alunos, A5 e A7 apresentaram um mapa com quatro níveis hierárquicos, indicando diferentes relações conceituais, revelando indícios de aprendizagem significativa. As interações conceituais possuem palavras de ligação, simples, mas sem perder a clareza do significado das proposições formadas. Os conceitos estão bem integrados, possuem uma hierarquia que vai do conceito mais geral - “Vetores” -para o mais específico, “rosa dos ventos, vetor inclinado,  $\hat{i}$  e  $\hat{j}$ ”. Embora não exista nenhuma seta indicativa em duplo sentido, verifica-se diferenciação progressiva e reconciliação integrativa nos seguintes segmentos do mapa “*direção subdivide-se nos versores  $\hat{i}$  e  $\hat{j}$* ” sugerindo relação cruzada. Na descrição, a dupla foi coerente com a estrutura do mapa. O mapa conceitual 2 comparado ao mapa conceitual 1 apresenta informações conceituais relevantes, todas as linhas possuem conectores. A importância de refazer o mapa e de apresentar oralmente têm sido lembrados pelo professor.

**Figura 15: Mapa Conceitual 1 e 2 dos alunos (A5 e A7)**



### **Análise do Professor do Mapa Conceitual, 1, figura 16 – Alunos (B1 e B2)**

Os conceitos apresentados no mapa conceitual 1, figura 16, são relevantes e são cientificamente aceitos. Esse mapa possui três níveis hierárquicos, embora uma das proposições formadas tenha três conceitos relevantes no local inadequado, e outra com dois conceitos dentro de um mesmo retângulo. Foi sugerido que o mapa 1 fosse refeito e descrito. Nesse contexto, o professor percebeu que havia diferenciação progressiva e reconciliação integrativa quando a dupla apresentou no mapa 1 as proposições, por exemplo, “direção que pode ser: inclinada, horizontal e vertical”. O Professor entendeu que os conceitos foram compreendidos pelos alunos, B1 e B2, durante o processo de ensino-aprendizagem, apesar de não estarem familiarizados na estruturação de seu mapa.

### **Descrição da dupla do Mapa Conceitual, 2, figura 16 – Alunos (B1 e B2)**

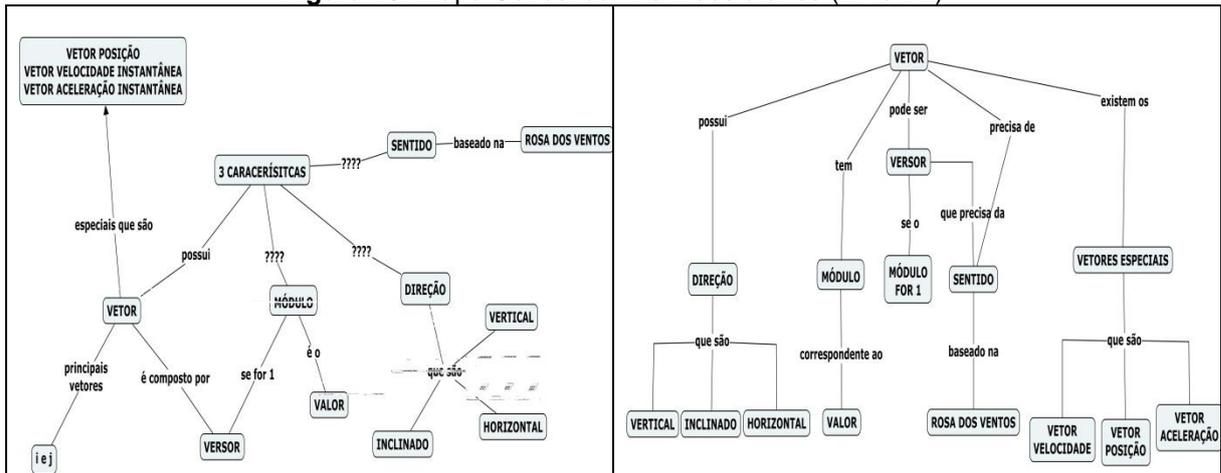
*“O vetor possui direções que são vertical, horizontal e inclinado. Tem módulo correspondente ao valor e precisa de sentido, baseada na rosa dos ventos. O vetor pode ser versor se o módulo for 1; também existem os vetores especiais que são: vetor velocidade, vetor aceleração e vetor posição.*

### **Análise do Professor do Mapa Conceitual, 2, figura 16 – Alunos (B1 e B2)**

Os conceitos e as proposições apresentados no mapa conceitual 2, figura 16, são relevantes e válidos para a Cinemática. Os alunos B1 e B2 apresentaram um mapa com dois níveis hierárquicos, indicando diferentes relações conceituais, revelando indícios de aprendizagem significativa. As ligações entre os conceitos possuem palavras de ligação que dão clareza ao significado das proposições formadas. Os conceitos estão bem integrados, possuem uma hierarquia que vai do conceito mais geral “Vetor” para os mais específicos “vertical, inclinado, horizontal, valor, Rosa dos ventos, vetor velocidade, vetor posição e vetor aceleração”. Embora não exista nenhuma seta indicativa em duplo sentido, verificamos diferenciação progressiva e reconciliação integrativa em vários seguimentos do mapa, por exemplo, “vetor tem sentido”; “vetor pode ser versor se o módulo for 1”. Na descrição, a dupla foi coerente com a estrutura do mapa realizando algumas relações cruzadas. O mapa

conceitual 2 comparado ao mapa conceitual 1 apresenta informações conceituais relevantes, todas as linhas possuem conectores, em cada retângulo colocou-se apenas um conceito para formar uma proposição válida além de ser um mapa bidimensional e hierárquico. A importância de refazer o mapa e de apresentá-lo oralmente tem sido lembrado constantemente pelo professor.

**Figura 16:** Mapa Conceitual 1 e 2 dos alunos (B1 e B2)



### Análise geral dos mapas conceituais sobre Vetor

Nesta análise geral dos mapas conceituais apresentados sobre o conceito vetor, verificou-se que foram reproduções visuais do processo de entendimento do aluno que pode envolver vários exercícios de aprendizagem, corroborando com essa forma de aprendizagem (GOWIN; ALVAREZ, 2005). Os mapas refeitos sobre vetores são bidimensionais, apresentaram níveis hierárquicos distintos, os conectores estavam mais elaborados, conceitos únicos em cada retângulo, apresentaram diferenciação progressiva e reconciliação integrativa, revelando indícios de aprendizagem significativa.

Os mapas sobre vetor mostraram que houve aumentos no conjunto de conceitos científicos expostos e estudados em sala de aula pelos alunos. As descrições ajudaram no entendimento do mapa, embora algumas tenham sido muito resumidas. Os mapas, de modo geral, não possuíam setas de duplo sentido, mas ao analisá-los, foram percebidas diferenciação e reconciliação, o que não estava explícito na descrição dos mapas. Verificou-se que, nesse conjunto de mapas sobre o tema vetor, todos foram refeitos. Reside aí a importância de refazer os mapas, pois este

conhecimento pode sempre ser melhorado. Os mapas refeitos podem sempre evidenciar uma série de significados atribuídos aos conceitos da matéria de ensino.

Foi observado, nos mapas conceituais refeitos sobre o conceito vetor, que os alunos, além de estruturarem os mapas, tiveram um maior cuidado e respeito à hierarquia, evidenciando uma forma melhor de organizá-los. Outra observação pertinente, durante a execução dos mapas nos diversos conceitos trabalhados, é a apresentação oral. Ao apresentar oralmente o mapa, possibilitou-se ao aluno estruturar, hierarquizar, diferenciar, relacionar, discriminar, integrar conceitos de um tema (MOREIRA, 2006a). Ainda mais, nas apresentações, os alunos externalizam conhecimentos que vão além do que estão estruturados em seus mapas, dando uma visão de evolução da estrutura cognitiva.

### **Décimo Sexto Encontro (27-08-2015)**

Esse encontro foi iniciado, com um elogio aos alunos a respeito de um diálogo muito significativo que houve no grupo do WhatsApp, Mecânica não mecânica, sobre os erros na escrita das unidades, de acordo com as normas do Sistema Internacional de Unidades (SI). A cada aula, percebia-se que a rede social WhatsApp representa uma extensão da sala de aula para discussões potencialmente significativas. O professor postou duas fotos do painel de seu carro com as unidades (“KM/H”) da velocidade instantânea registrada pelo velocímetro e a outra, com a unidade (“km”) da distância total percorrida pelo carro. Houve o diálogo pelo WhatsApp do curso:

**Professor:** *Essas unidades têm algum erro, em sua escrita, segundo às normas do SI?*

**Alunos (A4, A5, A7 e B1):** *Há um erro.*

**Alunos (A2 e A3):** *Há dois erros.*

**Professor:** *Expliquem, queridos.*

Os alunos explicaram o porquê dos erros e escreveram a simbologia correta das unidades, de acordo com o SI. O aluno A5 deu uma explicação cientificamente não aceita, mas A3 alertou e o ajudou a entender, tudo pelo WhatsApp. Foram percebidos muitos indícios de aprendizagem significativa, e confirmava-se ainda mais que atividades colaborativas, presencialmente, ou pelo WhatsApp, motivam bastante

os alunos. Para os alunos relembrem os conteúdos estudados, já que, no próximo encontro, eles realizariam um seminário, foram propostas algumas atividades. Sobre o conteúdo transformação de unidades, muito presente em questões de Cinemática, foi proposto que um ou dois alunos gravassem um pequeno vídeo, explicando este conteúdo. Depois de pronto, este vídeo sobre as transformações de unidades, através do método que utiliza frações unitárias de conversão, deveria ser postado no WhatsApp do curso para que todos os alunos assistissem e revisassem este conteúdo. Os alunos A3 e A7, acataram o desafio e disseram que fariam o vídeo em casa.

Em seguida, foi realizada uma atividade com 27 questões, individualmente, mas com consulta, para os alunos relembrem todos os conteúdos estudados em nosso curso. Os alunos A2, B1, B2 e B3 durante essa atividade, fizeram perguntas e quando algumas dicas eram dadas, eles lembravam. Foi gratificante perceber que houve uma aprendizagem com resquícios, confirmando assim uma aprendizagem significativa, como foi dito por Moreira no (ERAS NORDESTE, 2015). No final da aula, Foram retomados os conceitos de grandezas físicas, suas unidades de medida e os prefixos físicos através de uma estratégia potencialmente significativa que corrobora com o princípio crítico da participação ativa do aluno (MOREIRA, 2011a): o professor colocou no birô várias embalagens de produtos que são vendidos por massa, volume ou comprimento, tais como: café (kg), caixa de comprimidos (mg), caixa de leite (L), shampoo (mL), esparadrapo (cm), arroz (g), papel higiênico (m), entre outros.

A sala foi separada em dois grupos, chamados pelos alunos de “The Physics” (A1, A2, A7, B1 e B2) e “Rosa dos Ventos” (A3, A4, A5, A6 e B3) e as embalagens foram distribuídas aleatoriamente. Coube aos alunos de cada grupo separarem as embalagens em três partes: representantes de massa, de volume e de comprimento. Em seguida, foi feito um debate entre os alunos com a mediação do professor sobre os tipos de grandezas, as quantidades que os prefixos representam e a grafia das unidades baseadas no Sistema Internacional de unidades (SI). Percebeu-se muita dedicação dos alunos. A partir dessa atividade, os alunos lembraram e perceberam bem a diferença entre grandeza física, unidade de medida e alguns prefixos físicos. Houve esses relatos:

*“Passei a compreender melhor os significados das grandezas massa, volume e comprimento após essa atividade” (Aluno B2).*

*“Professor, quando se compara uma embalagem com outra, fica fácil de se entender os prefixos” (Alunos A1 e A4).*

Essa atividade com as embalagens foi significativa para os alunos revisarem os conceitos do início do curso. Para uma próxima turma, esta atividade pode ser uma estratégia potencialmente significativa para averiguar os conhecimentos prévios dos alunos sobre as unidades de medida, grandezas e prefixos físicos.

### **Décimo Sétimo Encontro (28-08-2015)**

No encontro anterior, foi proposto aos alunos que dois deles gravassem um vídeo sobre transformações de unidades através do método que utiliza frações unitárias, com o objetivo de promover uma revisão para a turma. Dois alunos, A3 e A7, disseram que aceitavam esse desafio, mas, apenas A3 fez o vídeo. No início desse encontro, houve essa conversa:

*“Professor, a experiência de gravar o vídeo foi muito boa, pois lembrei o conteúdo. Eu estava com dificuldade em posicionar o celular, mas o meu pai me ajudou e conseguimos filmar” (Aluno A3).*

No vídeo, a explicação de A3 deixou claro que houve aprendizagem significativa e, inclusive, no final do vídeo, ele fez uma crítica às tabelas e ao fator 3,6 que era forçado a memorizar em anos anteriores, para transformar as unidades. O objetivo de os estudantes entenderem as transformações de unidades através do método que utiliza um fator unitário foi atingido. Pelo que A3 disse e da forma feliz como disse, percebeu-se, também, que nessas atividades extraclasse, onde o estudante é um protagonista do aprendizado, corroborando com os estudos de Medina (2011), pode-se promover a participação da família ou de outras pessoas no processo de ensino-aprendizagem do aluno.

Após a conversa com A3, foi iniciado o seminário “A Blitz da Física” para averiguar indícios de aprendizagem significativa acerca dos conteúdos trabalhados em nosso curso. O primeiro grupo a se apresentar foi o “The Physics”, que trouxe um grande painel com desenhos de várias placas de trânsito, dos pedais de um carro, de

uma lombada eletrônica, de um velocímetro e de anúncios que não obedeciam às normas do SI. Embaixo de cada desenho, os alunos escreveram explicações que relacionavam cada figura com os conceitos da Cinemática escalar e vetorial abordados no curso. Eles deram boas explicações sobre os conceitos físicos de aceleração, vetores, identificação da velocidade instantânea, unidades do SI e foram além das expectativas quando descreveram o funcionamento de uma lombada eletrônica. Foi uma boa apresentação, porém, ao término, o professor fez uma crítica construtiva, pois mesmo que os alunos tenham abordado o significado da velocidade instantânea através do desenho de um velocímetro, faltou a criação de placas que abordassem o conceito matemático da velocidade instantânea, desafio esse, lançado para os dois grupos. Os alunos responderam:

*“Professor, nós focamos mais nas placas existentes para explicar os conceitos da Física abordados no curso”* - The Physics – **(Alunos A1, A2, A7, B1 e B2)**. O professor compreendeu e percebeu, de acordo com o painel e as apresentações, que houve muitos indícios de aprendizagem significativa.

O outro grupo fixou fotos de jornal com notícias sobre acidentes de trânsito e argumentou: *“Essas fotos são para a reflexão dos perigos no trânsito causados pelo excesso de velocidade”* - Grupo Rosa dos Ventos – **(Alunos A3, A4, A5, A6 e B3)**.

Este argumento mostrou que a discussão que serviu para introduzir o conteúdo velocidade escalar instantânea foi significativa para eles. Confirmou-se que o ensino da Cinemática com o auxílio das placas de trânsito, além de descrever os movimentos com significado para os alunos, pode gerar reflexões sobre as leis e perigos no trânsito, promovendo um ensino mais humano e coerente, defendido por (LIMA, 2012). Utilizou-se também, desenhos feitos por eles de velocímetro, lombada eletrônica, algumas placas, situações de movimento; um mapa conceitual em uma cartolina e slides com placas de trânsito. Foi uma apresentação mais elaborada, que abordou todos os conceitos da Física estudados em nosso curso. Destaques para o aluno A4, que apresentou um mapa conceitual sobre aceleração e o explicou muito bem; para um desenho que eles fizeram de uma luta, na qual os adversários eram a aceleração e a inércia, mostrando que são conceitos opostos; e para um desenho com duas placas bem separadas e duas placas bem juntinhas, mas sem se tocar. Foi explicado:

*“O desenho das placas mais separadas representa o conceito de velocidade média, e o desenho das placas bem juntinhas, mas sem tocar, representa o conceito de velocidade instantânea, pois um corpo teria que percorrer uma distância infinitesimal entre uma placa e outra” (Alunos A3, A4, A5, A6 e B3 do Grupo Rosa dos Ventos).*

Foi atingido um dos objetivos que o professor esperava, pois, além de explicar que um velocímetro mostra o valor da velocidade instantânea, também, superou o desafio de expressar por placas o conceito matemático da velocidade instantânea, não pensado pelo grupo “The Phisics”. Após a última apresentação, os grupos trocaram, entre si, historinhas elaboradas por eles (Apêndice H), com erros sobre unidades de medida para serem percebidos e corrigidos. Durante essa atividade, um aluno disse:

*“Professor, além de propor erros nas unidades do SI, criamos um texto com erros em outros conceitos da Cinemática estudados em nosso curso. O texto que criamos foi melhor” (Aluno A1 do grupo The Phisics).*

Os textos criados pelos alunos abordaram com criatividade os conceitos da Cinemática, mas percebeu-se que A1 estava correto em seu comentário. Os dois grupos identificaram os erros contidos nas historinhas e os corrigiram, segundo a Física. Essa atividade mostrou indícios de aprendizagem significativa e promoveu mais interação entre os alunos.

### **Décimo Oitavo Encontro (09-09-2015)**

No dia 27-08-2015, foi socializada com 8 alunos uma atividade individual, com consulta foi permitida, com 27 questões abertas (Apêndice G), envolvendo os conteúdos ministrados no curso. Ao analisar as respostas dos alunos, verificou-se que a pergunta de nº 27, que constava de três itens (a, b e c) não ficou clara para a maioria dos alunos, pois dos 8 alunos, 5 responderam-lhe parcialmente, 2 alunos deixaram-na em branco e apenas 1 aluno acertou os três itens. Diante disso e ratificando o princípio crítico de Moreira da aprendizagem pelo erro (MOREIRA, 2011a), foi realizada uma aula extra, no dia 09-09-2015 (18º encontro) para uma nova explanação

do assunto e sanar o problema, com um método criado pelo autor para aclarar as dúvidas.

Participaram dessa aula apenas 5 alunos porque a escola estava em período de greve. Durante a greve, foi dificultado o acesso à escola, pois os municípios vizinhos em que os alunos moravam não ofereciam transporte. A maior dificuldade dos alunos, na questão 27, foi no item b, que pedia para encontrarem as expressões matemáticas da velocidade vetorial instantânea e aceleração vetorial instantânea. Uma atividade parecida com essa foi trabalhada pelos alunos no 14º encontro, em duplas, e conseguiram responder. Mas, essa atividade foi feita uma única vez. Por isso, considera-se que faltou realizar exercícios com diversas situações de aprendizagem, para consolidar cognitivamente o conteúdo da matéria de ensino (AUSUBEI, 2002), mas que, em essência, fosse pedido para o aluno encontrar as expressões matemáticas das velocidades e aceleração instantâneas vetoriais.

Devido à participação dos alunos nos encontros anteriores e pelas repostas coerentes dadas por eles no restante das questões da atividade das 27 questões, o professor confirmou que a maioria dos alunos tinha a base matemática para desenvolver o item b. Contudo, dos 8 alunos, 6 deixaram o item b em branco. Diante desses fatos, o professor considerou que eles não estavam entendendo como se começava o raciocínio físico da resolução para se obter as expressões vetoriais da velocidade e aceleração instantâneas. Consideramos que o problema não estava no desenvolvimento do item b, mas na falta de percepção dos alunos de como se começava a desenvolver o item b. Foi perguntado aos alunos: O que significa percorrer um infinitésimo de distância durante um infinitésimo de tempo?

*“É a velocidade instantânea, professor” (Alunos: A1 e B1).*

Resposta correta. Em seguida, foi pedido para que os alunos desenhassem, em seus cadernos, duas placas indicativas de posição:  $S$  e  $S + dS$ , e duas placas indicativas de tempo:  $t$  e  $t + dt$ , método criado pelo autor. Após um diálogo sobre essas placas, os alunos perceberam que de  $S$  para  $S + dS$ , percorre-se um infinitésimo de distância e de  $t$  para  $t + dt$ , gasta-se um infinitésimo de tempo. Assim, eles compreenderam que essas placas estão associadas ao conceito de velocidade instantânea.

Em seguida, o professor escreveu a seguinte situação de aprendizagem: A partir da equação horária  $S = t^{12}$ , qual a expressão da velocidade escalar instantânea? Para iniciar com significado a resolução dessa questão, fomos dialogando:

**Professor:** *Queridos, perceberam que as placas  $S$  e  $t$  estão evidentes na equação horária  $S = t^{12}$ ?*

**Alunos (A1 e A4):** *Sim, professor!*

**Professor:** *Beleza! Partindo dessas placas  $S$  e  $t$ , o corpo chega a que placas quando percorrer um infinitésimo de distância durante um infinitésimo de tempo?*

**Alunos (A1, A4 e B1):** *Chegará às placas  $S + dS$  e  $t + dt$ !*

**Professor:** *Perfeito! Por isso, vamos colocar a placa  $S + dS$  de um lado e a placa  $t + dt$  do outro e, em seguida, desenvolver! Entenderam?*

**Alunos (A1, A4 e B3):** *Professor, passei a entender mais! Assim, ficou bem mais fácil!*

Esse é o começo do desenvolvimento desse tipo de questão que alguns alunos não estavam entendendo, mas passaram a dar indícios de aprendizagem significativa com o auxílio das placas de indicações iniciais  $S$  e  $t$ , e das placas de indicações finais  $S + dS$  e  $t + dt$ . Relembrou-se como se desenvolviam binômios com infinitésimo e desenvolveu-se o restante dessa questão sem maiores problemas. Em seguida, o professor pediu que os cinco alunos encontrassem a expressão da velocidade instantânea, a partir das equações horárias:  $S = t^{20}$  e  $S = t^{13}$ . Os alunos utilizaram as placas indicativas de posição e tempo para obterem com entendimento a expressão da velocidade instantânea e conseguiram. Confirmou-se que as placas de trânsito e as que foram criadas pelo professor para dar uma melhor compreensão à dúvida gerada, são potencialmente significativas para o ensino e compreensão dos conceitos da Cinemática.

Em seguida, lembramos que para obter a expressão da aceleração instantânea escalar, a velocidade deve variar um infinitésimo ( $dV$ ) durante um infinitésimo de tempo ( $dt$ ), já que o conceito de aceleração está vinculado à variação de velocidade em um intervalo de tempo. O professor dialogou com os alunos que, também, seria possível pensar em placas que poderiam facilitar a compreensão do conceito e da obtenção da expressão matemática da aceleração instantânea nas perspectivas escalar e vetorial. Houve o diálogo:

**Professor:** *Se, em um instante  $t$ , a minha velocidade é  $V$ , qual será a minha velocidade final após uma variação infinitesimal de velocidade?*

**Alunos (A1, A2, B1 e B3):**  $V + dV!$

**Professor:** *Isso! E qual será o tempo que atingirei após um infinitésimo de tempo  $dt$ ?*

**Alunos (A4, B1 e B3):**  $t + dt!$

A percepção destas respostas é, praticamente, a mesma utilizada para o entendimento da velocidade instantânea. Assim, foi pedido para que os alunos desenhassem, em seus cadernos, mais duas placas, criação do autor, com indicações potencialmente significativas para a obtenção da expressão matemática da aceleração instantânea:  $V$  e  $V + dV$ . O professor lançou a seguinte situação de aprendizagem: A partir da equação horária  $v = t^5$ , qual a expressão da aceleração instantânea? Houve o diálogo:

**Professor:** *Que placas podemos aplicar à expressão  $V = t^5$  para entendermos que a velocidade varia um infinitésimo durante um infinitésimo de tempo?*

**Alunos (A4, B1 e B3):**  $V + dV$  e  $t + dt!$

**Professor:** *Excelente! Filhos! Tão vendo que é simples?*

**Alunos (A4 e B3):** *Essas placas ajudam muito, professor!*

Os alunos conseguiram desenvolver o restante da questão. Em seguida, pediu-se que os alunos, individualmente, encontrassem a expressão da aceleração instantânea a partir da equação horária:  $V = 4t^9$ . Eles conseguiram. O professor percebeu a evolução dos alunos e fazia acréscimos nas questões propostas para, gradativamente, aumentar o nível de dificuldade (Ausubel, 2002). Em seguida, elaborou outra situação de aprendizagem: Encontre a expressão da aceleração instantânea a partir da seguinte equação horária da velocidade:  $V = t^7 + t^3$ ? Um aluno comentou:

*“Professor, precisamos utilizar três placas, né?” (Aluno A4).*

O professor valoriza as perguntas e, de acordo com o princípio de Moreira da interação social e do questionamento (MOREIRA, 2011a), complementou: Correto, mas, essas três placas são diferentes?

Os alunos e o professor foram dialogando, e os estudantes concluíram que, de fato, aplicariam três placas para começar a resolução, mas, dessas três, duas têm o mesmo conteúdo para evidenciar as variações infinitesimais do tempo, já que a questão apresenta a soma de dois tempos ( $t^7$  e  $t^3$ ). A partir dessa discussão, os alunos iniciaram, com entendimento, a questão e foram desenvolvendo. Em um momento da resolução, foi lembrada a fatoração por evidência, e eles conseguiram com compreensão finalizar a questão. Em seguida, pediu-se que os alunos encontrassem, individualmente, a expressão da aceleração instantânea a partir das equações horárias:  $V = 5t^{10} + t^4$  e  $S = 3 + 6t + 7t^2$ .

Os alunos conseguiram responder. Percebemos o quanto essa aula extra foi significativa para os alunos. Após o término da aula, foi proposto aos cinco alunos que formassem uma dupla e um trio para responderem à questão 27, que gerou dificuldade, principalmente, no item b. Todos conseguiram responder ao item b. Portanto, foi construído um modelo mental inicial e corrigido, recursivamente, confirmando o princípio crítico da aprendizagem pelo erro (MOREIRA, 2011a). Quanto aos outros itens, todos responderam, de forma correta, ao item a, e, em relação ao item c, a dupla A1 e A4 cometeu pequenas fragilidades, mas o professor considera que foi por falta de atenção.

Foi proposto aos cinco alunos, como atividade de casa, a construção de plaquinhas, de acordo com a criatividade de cada um, que facilitassem a compreensão do conceito e obtenção da expressão matemática da velocidade e aceleração instantânea nas perspectivas escalar e vetorial. Depois de prontas, eles deveriam entregar esse material ao professor ou fotografar e postar no WhatsApp do curso.

Desses, cinco alunos, B1 e B3 fizeram essa atividade. Eles construíram plaquinhas com explicações sobre os conceitos de velocidade instantânea e aceleração instantânea (Apêndice F). O aluno B2 não pôde comparecer a este encontro, mas ficou sabendo que o professor tinha proposto essas atividades lúdicas de aprendizagem. Quando B2 encontrou o professor, entregou uma historinha em quadrinhos, criada por ele, na qual um irmão explicava os conceitos de velocidade e aceleração instantâneas para a sua irmã (Apêndice F). Essas atividades ratificam os estudos de Santiago e Martins (2009), de que a Física pode ser vista, nos anos iniciais do Ensino Médio, com situações reais do cotidiano dos alunos, de uma forma diferente e, em certo aspecto, mais lúdica. Principalmente, porque B2 tinha dificuldades na base matemática, mas demonstrou muita criatividade, potencial e interesse na parte

conceitual da Física. As realizações dessas atividades lúdicas, por parte dos alunos, demonstraram indícios de aprendizagem significativa sobre os conceitos de velocidade e aceleração instantâneas. No final deste encontro, houve o seguinte diálogo:

**Aluno (B1):** *Professor, se a posição de um corpo for dada por essa equação horária da posição,  $S = t^y$ , posso fazer esse cálculo para encontrar a velocidade instantânea?*

*O aluno entregou em folha de caderno com a resolução para ser conferida a seguir:*

$$S = t^y$$

$$S + dS = (t + dt)^y$$

$$S + dS = t^y + y \cdot t^{y-1} \cdot dt$$

$$dS/dt = y t^{y-1}$$

$$v = y t^{y-1}$$

**Professor:** *Lindo! Certíssimo! Parabéns! Filho, você resolveu uma questão literal que eu fui compreender na universidade, na disciplina de Cálculo I ou Física I.*

O curso pôde ajudar a alunos que, praticamente, não tinham base em matemática a adquirir um pouco dessa base e também, com muitas atividades potencialmente significativas, a desmistificar a ideia de que a Cinemática nasce e morre nas fórmulas sem significado algum.

### **Décimo nono Encontro (07-10-15)**

Foi aplicada a prova final, tabelas 23, 24, 25..., 47, para averiguação dos conteúdos ministrados no curso. Serão apresentadas as respostas dos alunos que foram agrupadas em categorias e analisadas nas tabelas a seguir:

**Tabela 23** – Categorização da prova final, 1ª questão: *O que eles entendem por unidade de medida?*

Nº	CATEGORIA	ALUNO	%
01	É o que nos indica a dimensão de cada coisa.	A2, A3, A4, A5, A6, A7, B1 e B3	80,0
02	Unidade de medida é... Ex.: 8 km, 8 metros e 8 centímetros. Que ajuda a indicar a distância de um percurso de um ponto a outro.	A1	10,0
03	Não respondeu	B2	10,0

**Discussão da tabela 23:**

As respostas dos alunos A2, A3, A4, A5, A6, A7, B1 e B3 demonstraram entendimento sobre o conceito de unidade de medida. O aluno A4 respondeu bem, pois, de fato, sem a unidade de medida, não sabemos qual a grandeza física que está sendo estudada. O termo “dimensão”, citado na resposta do conjunto de alunos, é apropriado, pois essa expressão, além de se referir ao “tamanho das coisas”, também, é usada como sinônimo de unidade de medida em Física.

Devido à resposta de 80% do grupo, se, em algum dia, o conteúdo de Física chamado “análise dimensional” for estudado, consideramos que lembrar-se-ão do curso. Deste modo, esse grupo não fará parte da estatística de que mais de 70% dos estudantes, ao terminarem o ensino médio, não se lembravam de quase nada do que estudaram nos anos anteriores, conforme Fernandes e Vianna (2011). A rigor, as unidades não medem as grandezas físicas, as unidades caracterizam as grandezas físicas. Quem realiza as medidas são as pessoas ou máquinas através dos dispositivos cabíveis. O aluno A1 deu uma resposta parcialmente aceita, pois foi muito específico ao relacionar o conceito de unidade de medida, apenas, à grandeza comprimento. O aluno B2 não respondeu. No 1º pré-teste, tabela 2, 50% dos alunos possuíam subsunçores relevantes para o conteúdo a ser estudado, ao passo que os outros 50% não souberam responder.

**Tabela 24** – Categorização da prova final, 2ª questão: *O que eles entendem por Grandeza Física?*

Nº	CATEGORIA	ALUNO	%
01	Grandeza física é algo que se pode medir dentro da Física. Ex.: velocidade.	A2, A3 e A7,	30,0
02	Grandeza física é a distância, quantidade e etc. de uma informação. Ex.: 500 m, o 500 é a grandeza física.	A1, A5, A6 e B1	40,0

03	Uma grandeza física é o modo que aquela coisa foi realizada. Ex.: Acelerando, seja mais ou menos, etc.	A4	10,0
04	Não respondeu	B2 e B3	20,0

#### Discussão da tabela 24:

As respostas dos alunos A2, A3 e A7 foram satisfatórias quanto ao conceito de Grandeza Física. O aluno A7 deu uma resposta muito significativa, pois o conceito de Grandeza Física, de fato, está atrelado ao que pode ser medido, ou seja, ao que pode ser quantificado. Por exemplo: o comprimento de um sofá pode ser medido, quantificado, já o próprio sofá, não. Portanto, o comprimento do sofá é uma grandeza física, enquanto que o sofá, propriamente dito, não é. O aluno A2 respondeu bem, pois além de precisarem de uma medida, há grandezas físicas que necessitam de uma orientação (direção e sentido) para serem compreendidas, são as grandezas vetoriais. Os alunos A1, A5, A6 e B1 foram pertinentes em relacionar grandezas físicas com as unidades de medida, mas, A5 e B1 se equivocaram ao afirmar que o número que antecede a unidade representa a grandeza física, pois o conceito de grandeza física está atrelado ao conjunto: número e unidade, no caso de grandezas escalares, e para as grandezas vetoriais, número, unidade, direção e sentido. Assim, nota-se que um número, apenas, é insuficiente para representar uma grandeza física. Já os alunos A1 e A6 confundiram os conceitos de grandeza física e unidade de medida que, embora estejam interligados, não significam o mesmo caso.

O aluno A4 não respondeu satisfatoriamente, pois associou as variações para conceituar uma grandeza física. Uma grandeza física, certamente, pode variar, mas, também, há casos em que ela não varia, ou seja, fica constante e, mesmo assim, continua sendo uma grandeza física. Os alunos B2 e B3 não responderam. No 1º pré-teste, tabela 3, 50% dos alunos possuíam conhecimentos relevantes para o conteúdo da matéria de ensino, no entanto, os outros 50% não souberam responder.

**Tabela 25** – Categorização da prova final, 3ª questão: *Qual o nome dado ao conjunto de unidades padronizadas mais utilizadas no campo científico?*

Nº	CATEGORIA	ALUNO	%
01	SI (Sistema Internacional de Unidades de medidas).	A2, A3, A4, A7 e B1	50,0
02	SI (Sistema Internacional de medidas)	A1, A5 e A6	40,0
03	Unidades de medida.	B3	

04	Não respondeu.	B2	10,0
----	----------------	----	------

#### Discussão da tabela 25:

Os alunos A2, A3, A4, A7 e B1 responderam corretamente, embora A2, A7 e B1 tenham dado mais detalhes, pois além de informar a sigla, escreveram o que ela significa. Os alunos A1, A5 e A6 acertaram quanto à sigla, mas se equivocaram ao escrever “Sistema internacional de medidas”. O SI é constituído por unidades de medida e não por todas as medidas. O aluno B3 deu uma resposta parcialmente aceita, pois, faltaram as palavras: “Sistema Internacional de”. O aluno B2 não respondeu. Na tabela 4 do 1º pré-teste, 87% dos alunos tinham conhecimentos prévios relevantes, enquanto que 13% não souberam responder.

**Tabela 26** – Categorização da prova final da 4ª questão: *Quais os significados dados pela Cinemática a duas placas de trânsito que estão na mesma unidade?*

Nº	CATEGORIA	ALUNO	%
01	A primeira indica o ponto que ela está em relação ao marco zero da pista. A segunda indica a distância que falta para chegar ao terminal rodoviário.	A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, B1 e B2	90,0
02	A um indica a velocidade e a 2 indica a quantos quilômetros até o local.	B3	10,0

#### Discussão da tabela 26:

O conjunto formado por 90% dos alunos abordou corretamente, com o devido rigor da Física, o conceito do ponto chamado “marco zero” ou “origem”, pois, segundo a Cinemática, esse ponto é o local ou o referencial, a partir do qual se mede a posição escalar ou vetorial de um corpo. A abordagem de 90% dos alunos confirma as pesquisas de Gaspar (1994), pois, sem rigor, no enfoque, principalmente, das grandezas vetoriais o ensino da Cinemática sofre restrições. A resposta de B3 foi equivocada quanto à primeira placa, mas correta em relação à segunda placa.

**Tabela 27** – Categorização da prova final da 5ª questão: *Quais as unidades padronizadas, no campo científico, para o comprimento, tempo, velocidade, aceleração e massa?*

Nº	CATEGORIA	ALUNO	%
----	-----------	-------	---

01	Comprimento = metro, tempo = segundo, velocidade = m/s, aceleração = m/s/s, massa = quilograma.	A6	10,0
02	m, s, m/s, m/s <sup>2</sup> , g.	A2, A3, A4, A5, A7 e B1	90,0
03	tempo: s, aceleração: m/s <sup>2</sup> , massa: kg, velocidade: m.	A1 e B2	
04	t, v, a, kg.	B3	

### Discussão da tabela 27:

O aluno A6 além de acertar todas as unidades, lembrou que a unidade de aceleração, no SI, metro por segundo ao quadrado ( $m/s^2$ ), também pode ser escrita como metro por segundo por segundo ( $m/s/s$ ). Neste último formato, fica evidente que a unidade de aceleração depende da unidade de variação de velocidade ( $m/s$ ) e de intervalo de tempo ( $s$ ), ambas no SI. Os alunos A2, A3, A4, A5, A7 e B1 acertaram quatro das cinco unidades. Destes seis alunos, cinco erraram a unidade de massa ou não a escreveram, e apenas um (A4) se enganou quanto à unidade de velocidade.

Não há tantos problemas para estes alunos, pois, nos cálculos da Cinemática, a grandeza massa é irrelevante. Estudou-se a massa como tentativa potencialmente significativa para os alunos compreenderem os conceitos de grandeza física e unidade de medida. A partir do momento em que eles responderam a maioria das quatro primeiras unidades, para a Cinemática, no SI, o objetivo foi atingido. Os alunos A1 e B2 deram respostas satisfatórias, acertaram, das cinco, três unidades. O aluno B3 acertou a unidade de massa, no SI, mas se equivocou ao ter escrito a representação das outras grandezas ao invés de ter escrito as unidades dessas grandezas.

**Tabela 28** – Categorização da prova final, 6ª questão: *O que eles entendem a respeito do método de transformação de unidades que utiliza a multiplicação por 1?*

Nº	CATEGORIA	ALUNO	%
01	É uma transformação que não usa necessariamente o “1”. Mas sim uma fração que se a gente observar bem resulta na mesma coisa que o “1”. É bem prático e que faz a gente entender	A2, A3, A4, A7 e B1	50,0
02	Dá para entender o passo a passo da transformação. Quando apenas multiplicamos ou dividimos por 3,6, não sabemos o porquê dele. Na multiplicação por 1 fica nítido como funciona.	A5, A6 e B3	30,0
03	Não respondeu	A1 e B2	20,0

### Discussão da tabela 28:

Os alunos A2, A3, A4, A7 e B1 adquiriram significado ao responder às características fundamentais de como se procede para transformar unidades pelo método que utiliza a multiplicação por 1, através de frações unitárias. A resposta do aluno B1 foi pertinente, evidenciou que, ao multiplicar o valor de uma medida por um fator unitário, o valor da medida não se altera, ou seja, a medida continua sendo a mesma, só que, após a transformação, estará expressa em outra unidade. Essa é a essência desse método. Os alunos A5, A6 e B3 responderam que o método que utiliza a multiplicação por 1 facilita bastante a compreensão da transformação de unidades e criticaram outros métodos de transformação de unidades já estudados por eles em anos anteriores. Porém, nenhum desses três alunos argumentou, pelo menos em linhas gerais, como se trabalha com esse método.

O aluno A5 destacou que passou a compreender o uso do fator 3,6 para a transformação de unidades de velocidade, depois que aprendeu o método que utiliza a multiplicação por 1 para transformar unidades. Existem muitos métodos para se transformar unidades, e todos são válidos, principalmente, quando o estudante entende o que se está fazendo, de acordo com as pesquisas de Fernandes e Vianna (2011), o aluno deve ser privilegiado e valorizado no processo de ensino. Pelas respostas dadas, este objetivo foi atingido em relação ao método utilizado. Os alunos A1 e B2 não responderam. Na tabela 5(a) do 1º pré-teste, 62% dos alunos apresentaram conhecimentos iniciais de base matemática importantes para a Física. No entanto, 38% não souberam responder. Na tabela 5(b) do 1º pré-teste, 50% têm subsunçores disponíveis para o tema a ser estudado, e os demais 50% não sabiam ou deram respostas fora do contexto.

**Tabela 29** – Categorização da prova final, 7ª questão: *Transformar unidades de uma das medidas de distância, em km, de uma placa de trânsito, para metro.*

Nº	CATEGORIA	ALUNO	%
01	$219 \text{ km} \cdot 1000 \text{ m}/1 \text{ km} = 219000 \text{ m}$	A1, A2, A3, A5 e A6	50,0
02	$20 \text{ km} \cdot 1000 \text{ m}/1 \text{ km} = 20000 \text{ m}$	A7, B1 e B3	40,0
03	$20 \text{ km} \cdot 1000 \text{ m}/1 \text{ km} \cdot 1 \text{ h}/3600 \text{ s} = 200/36 \text{ m}$	B2	
04	$1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$ . $20 \text{ km} = x$ . $1000/20 = 50$ . $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$ , $20 \text{ km} = 20000 \text{ m}$ .	A4	10,0

### Discussão da tabela 29:

Os alunos A1, A2, A3, A5, A6, A7, B1, B2 e B3, mesmo sem ser mencionado, no enunciado, adotaram o método que utiliza frações unitárias para transformar as unidades nesta questão. Assim, fica confirmada a aceitação e o entendimento para 80% dos alunos acerca desse método. Inclusive, os alunos que elogiaram esse método na 6ª questão, tabela 28, mas não explicaram, utilizaram corretamente na 7ª questão. Os alunos A1, A2, A3, A5, A6 desenvolveram a transformação de unidades e acertaram a resposta. Os alunos A7, B1 e B3 erraram um número na resposta final, mas esse erro, de forma alguma, compromete, para eles, o entendimento dessa questão. O aluno B2 se equivocou e fez a transformação para 20 km/h ao invés de 20 km que estava na placa. O aluno A4 montou uma regra de três para transformar as unidades, mas não conseguiu desenvolver esta questão.

**Tabela 30** – Categorização da prova final, 8ª questão: *Transformação de unidades para a grandeza velocidade, de km/h para m/s.*

Nº	CATEGORIA	ALUNO	%
01	$20 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 1000 \frac{\text{m}}{1 \text{ km}} \cdot 1 \frac{\text{h}}{3600 \text{ s}} = 200 \frac{\text{m}}{36 \text{ s}} = 5,55 \text{ m/s}$	A3, A5 e A7	30,0
02	$20 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 1000 \frac{\text{m}}{1 \text{ km}} \cdot 1 \frac{\text{h}}{3600 \text{ s}} = 20/36 = 0,5 \text{ m/s}$	B1, B2 e B3	30,0
03	$20 \cdot 3,6 = 72 \text{ m/s}$	A2 e A4	20,0
04	Não respondeu.	A1 e A6	20,0

### Discussão da tabela 30:

Os alunos A3, A5 e A7 responderam corretamente. Os alunos B1, B2 e B3 fizeram todo o desenvolvimento, mas, na resposta final, B1 cometeu um erro de simplificação, já B2 e B3 não simplificaram a resposta final. O professor considera que esses pequenos erros de cálculo ocorreram por desatenção desses alunos, mas de maneira nenhuma as resoluções deles ficam comprometidas, sugerindo assim o princípio da aprendizagem pelo erro (MOREIRA, 2011a). Os alunos A2 e A4 não conseguiram responder satisfatoriamente, pois A2 utilizou incorretamente o fator 3,6, já o aluno A4 cometeu alguns equívocos, entre eles, escrever que 1 hora vale 60 segundos. Os alunos A1 e A6 não responderam. Mesmo não sendo mencionado, no enunciado, o método que utiliza as frações unitárias para transformar unidades, 60%

dos alunos utilizaram-no em suas resoluções. Por essa constatação, o professor confirmou que os alunos demonstraram indícios de aprendizagem para esse método, inclusive para transformar unidades de velocidade.

**Tabela 31** – Categorização da prova final, 9ª questão: *Identificação de algum possível erro na grafia da unidade de medida em uma placa, segundo as normas do SI.*

Nº	CATEGORIA	ALUNO	%
01	Sim, pois nas unidades adotadas no Brasil metros só precisa de uma letra para indicar que é o (m) minúsculo.	A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, B1 e B3	90,0
02	Sim, pois a unidade para estar correta teria que ser 300 M.	B2	10,0

#### Discussão da tabela 31:

Dos alunos, 90% além de identificarem o erro, apresentaram a escrita correta da unidade segundo as normas do SI. O aluno B2 identificou o erro na unidade, mas ao reescrevê-la cometeu um equívoco, pois a grafia da unidade metro é representada, segundo as normas do SI, por um m minúsculo. Foram postadas pelo professor e alunos no WhatsApp do curso, fotografias com unidades de posição, deslocamento, tempo, velocidade, massa, volume de placas de trânsito, anúncios e embalagens. Os alunos debateram as grafias erradas, segundo as normas do SI, e se corrigiam. Esses debates corroborando com Medina (2011), despertam a curiosidade dos alunos e fazem o professor considerar que eles respeitarão a grafia correta das unidades de medida, também, em anos posteriores.

**Tabela 32** – Categorização da prova final, 10ª questão: *O que eles entendem a respeito da diferença entre os conceitos de infinito e infinitésimo.*

Nº	CATEGORIA	ALUNO	%
01	Infinito: algo grande demais. Infinitésimo: algo muito pequeno, quase zero.	A2, A3, A4, A6, A7, B1, B2 e B3	80,0
02	Infinito é algo que não tem fim, infinitésimo é a mínima distância percorrida.	A5	20,0
03	Infinito é uma “coisa” enorme que nunca acaba. Infinitésimo é algo extremamente, infinitamente pequeno que chega a ser desprezível.	A1	

### Discussão da tabela 32:

80% dos alunos deram respostas aceitáveis sobre o conceito de infinitésimo, que é pré-requisito para a compreensão das velocidade e aceleração instantâneas (foco do curso) nas perspectivas escalar e vetorial. Em geral, os alunos foram bem quanto ao conceito de infinito, porém, matematicamente, esse conceito é mais complexo do que as respostas dadas pelos alunos. O conceito de infinito que, normalmente, os alunos têm foi usado como subsunção para o aprendizado do conceito de infinitésimo. Este objetivo foi atingido durante as aulas e na prova final. Os alunos A2 e A4 foram bem, responderam, explicitamente, que um infinitésimo não é zero, mas é quase zero. O aluno A5 deu uma explicação parcialmente aceita, pois se equivocou ao relacionar o conceito de infinitésimo apenas à uma distância. A Cinemática, também, trabalha, por exemplo, com infinitésimos de tempo e de velocidade. O aluno A1 deu uma resposta parcialmente aceita porque, no final, se equivocou ao dizer que um infinitésimo é desprezível. A afirmação final de A1 atesta que um infinitésimo é zero, porém, de acordo com a matemática, um infinitésimo não é zero, ele tende a zero.

**Tabela 33** – Categorização da prova final, 11ª questão: *Qual a indicação de posição de uma placa, após um carro passar por uma placa que indica a posição “S” e ter percorrido um infinitésimo de distância durante um movimento retilíneo?*

Nº	CATEGORIA	ALUNO	%
01	Estaria em $S + dS$ , porque ele percorreu uma distância tão pequena que dá para dizer que o carro nem saiu do lugar.	A1, A2, A3, A4, A6, A7, B1, B2 e B3	90,0
02	Seria $S + d = Sd$ .	A5	10,0

### Discussão da tabela 33:

Percorrer um infinitésimo de distância significa, praticamente, não sair do lugar, ou seja, é como se as duas placas indicativas de posições, dessa questão, S e  $S + dS$ , fossem tão próximas a ponto de, praticamente, serem consideradas uma só. De acordo com a Cinemática, a velocidade escalar instantânea é a velocidade do carro entre essas duas placas. O aluno A1 acertou e ainda por cima justificou (explicitando a essência da velocidade escalar instantânea) a sua resposta sem ter sido pedido pelo

enunciado da questão. Essa é a vantagem de uma questão aberta. 90% dos alunos responderam corretamente. O aluno A5 se aproximou da resposta certa, mas foi insatisfatória, pois, além de ter colocado um “d” minúsculo sozinho que não representa um infinitesimal da distância para a matéria de ensino, escreveu uma igualdade, matematicamente, errada. Na tabela 12 do 2º pré-teste, 55% dos alunos tinham subsunçores apropriados para o entendimento do assunto, e 45% não souberam responder.

**Tabela 34** – Categorização da prova final, 12ª questão: *Desenvolvimento do Binômio de Newton  $(a + b)^3$ .*

Nº	CATEGORIA	ALUNO	%
01	$(a + b)^3 = a^3b^0 + a^2b^1 + a^1b^2 + a^0b^3 = 1a^3 + 3a^2b^1 + 3a^1b^2 + 1b^3$ 1 1 1 1 2 1 1 3 3 1 1 4 6 4 1 1 5 10 10 1	A1, A3, A6, B1	40,0
02	$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + b^3$	A2, A4, A7 e B3	50,0
03	É quando tem que criar novas possibilidades com a expressão e depois, resolvê-las.	A5	
04	Não respondeu.	B2	10,0

#### Discussão da tabela 34:

Responderam corretamente, 40% dos alunos. Os alunos A1 e A6 escreveram, na prova, o Triângulo de Pascal, demonstrando que este conteúdo auxilia no desenvolvimento de qualquer Binômio de Newton. Outros 40% dos alunos deram respostas parcialmente aceitas, pois se esqueceram de colocar alguns termos ou cometeram deslizes quanto a operações matemáticas. O aluno A2, embora tenha escrito o desenvolvimento do Binômio com os três primeiros termos, esqueceu-se, de colocar o quarto termo.

O aluno A4 começou a desenvolver a questão, mas, depois, cometeu erros de multiplicação. O aluno A7 escreveu todos os termos literais do desenvolvimento do Binômio, mas omitiu os coeficientes numéricos. Consideramos que ele não se lembrou do conteúdo Triângulo de Pascal. O aluno B3 escreveu as possibilidades de junção dos termos literais, mas, no lugar das somas, era para ser multiplicações e, depois,

esse aluno, também, precisaria escrever os coeficientes numéricos de cada termo. Estes quatro alunos (A2, A4, A7 e B3) apresentaram indícios de aprendizagem significativa, principalmente, considerando que esta prova foi feita, depois, de quase um mês, de estudarem os conteúdos em nosso curso.

O aluno A5 argumentou, com resquícios de aprendizagem significativa, como se faz uma parte do desenvolvimento, mas não desenvolveu. O aluno B2 não respondeu. No 2º pré-teste, tabela 11, não se lembravam do Binômio de Newton, 11% dos alunos e 89% não sabiam. Na elaboração dos mapas conceituais sobre Binômio de Newton, observou-se a não familiaridade dos alunos na estruturação do mapa, o que pode ter dificultado durante o processo de aprendizagem, embora, nas apresentações deles para o professor, tenha havido negociação e troca se significados deste conteúdo.

**Tabela 35** – Categorização da prova final, 13ª questão: *Desenvolvimento do Binômio de Newton que contém um elemento infinitesimal.*

Nº	CATEGORIA	ALUNO	%
01	$(t + dt)^9 = t^9 + 9t^8dt$	A2, A3, A7, B1, B2 e B3	60,0
02	$(t + dt)^9 = t^9 + t^8dt^1 + t^7dt^2 + t^6dt^3 + t^5dt^4 + t^4dt^5 + t^3dt^6 + t^2dt^7 + t^1dt^8 + dt^9$ . Não sei o resto!	A6	20,0
03	$t^9 + dt^8 + tdt^7$ .	A4	
04	Não respondeu	A1 e A5	20,0

#### Discussão da tabela 35:

Nessa questão, 60% dos alunos acertaram. O desenvolvimento de um Binômio que contém um infinitésimo é importante para que se obtenha, com significado, as expressões da velocidade e aceleração instantâneas, a partir de funções horárias polinomiais, sem recorrer à definição formal de Limite ou regras de derivação. O aluno A6 foi bem em sua resposta, escreveu com êxito os dez termos do desenvolvimento, mostrando o quanto foi significativo para ele o conteúdo Binômio de Newton, porém se esqueceu de desprezar os termos que têm infinitesimais com expoentes maiores que 1. O aluno A4 escreveu um dos termos, corretamente, mas se equivocou no restante do desenvolvimento. Os alunos A1 e A5 não responderam.

**Tabela 36** – Categorização da prova final, 14<sup>a</sup> questão: *Qual o significado da velocidade instantânea?*

Nº	CATEGORIA	ALUNO	%
01	Velocidade instantânea trata-se de pontos tão próximos um do outro e que são percorridos em tão pouco tempo que chega a ser quase um ponto único em que é determinado a velocidade naquele mesmo instante.	A3, B2 e B3	30,0
02	A velocidade que determinado objeto está naquele instante.	A1, A2, A4, A6 e A7	50,0
03	É a velocidade constante de uma partícula em movimento.	A5	
04	Uma velocidade tão rápida que chega a ser instantânea.	B1	20,0

#### **Discussão da tabela 36:**

Os alunos A3, B2 e B3 deram respostas aceitáveis, principalmente, por deixarem claro que a velocidade instantânea é a velocidade calculada entre duas posições infinitesimalmente próximas. Os alunos A1, A2, A4, A6 e A7 responderam bem ao associarem, implicitamente ou explicitamente o conceito de velocidade instantânea a um velocímetro, ou seja, ao valor da velocidade em determinado instante do movimento. A resposta do aluno A5 estaria apropriada se ele a tivesse finalizado com “Retilíneo e Uniforme”, pois, quando um corpo está em movimento retilíneo uniforme, a velocidade constante dele é a velocidade instantânea, porém a recíproca limita o conceito de velocidade instantânea. O aluno B1 associou a ideia de “rapidez” à palavra “instantânea” que por sinal, faz sentido para uma interpretação cotidiana, porém existem velocidades escalares instantâneas baixas, comprovadamente observadas em velocímetros, quando os corpos estão se movimentando bem lentamente. Assim, a resposta de B1, para a Cinemática, é insatisfatória. No 17º encontro, na apresentação do seminário sobre os conteúdos abordados no curso, o grupo chamado Rosa dos Ventos apresentou um desenho com duas placas separadas e duas placas bem próximas, indicativas de posição. O grupo explicou: “O desenho das placas mais separadas representa o conceito de velocidade média, e o desenho das placas bem juntinhas, mas sem tocar, representa o conceito de velocidade instantânea, pois um corpo teria que percorrer uma distância

*infinitesimal entre uma placa e outra*". O objetivo foi alcançado quando 80% dos alunos na prova final demonstraram adquirir significado do conceito velocidade Instantânea.

**Tabela 37** – Categorização da prova final, 15ª questão: *Como encontrar a expressão da velocidade escalar instantânea, a partir de uma equação polinomial horária da posição?*

Nº	CATEGORIA	ALUNO	%
01	$S + ds = (t + dt)^7$ $S + ds = t^7 + 7t^6 dt$ $ds/dt = 7t^6$ $v = 7t^6$ ;	A2, A3, A7, B1 e B3	50,0
02	$S + Ds = (t + dt)^7$ $S + Ds = (t^7 + 7t^6 dt)$ $S + Ds = 7t^6 dt$ .	B2	30,0
03	$S + dS = (t + dt)^7$ $S + ds = (t + dt)^7 + t + dt^6 + t^5 + dt^4 + tdt^3$ $ds = t + dt^6 + t^5 + dt^4 + tdt^3$ $dt = t^3$ Placas : S + ds, t + dt, v + dv;	A4 e A6	
04	Não respondeu.	A1 e A5	20,0

#### Discussão da tabela 37:

Os 50% dos alunos responderam à questão na íntegra e sem precisar recorrer a regras de derivação ou à definição formal de Limite. O aluno B2 fez a maior parte do desenvolvimento, mas se esqueceu de fazer um cancelamento que comprometeu a resposta final. Houve indícios de aprendizagem para B2. Os alunos A4 e A6 acertaram apenas o início do desenvolvimento. Tanto A4 quanto A6 não conseguiram desenvolver o Binômio com infinitésimo. Os alunos A1 e A5 não responderam à questão.

**Tabela 38** – Categorização da prova final, 16ª questão: *Percepção de algum conceito físico expresso na placa de trânsito do enunciado.*

Nº	CATEGORIA	ALUNO	%
01	Desaceleração.	A1, A3, A4, A5, A6, A7, B1 e B3	80,0
02	Variação de velocidade no sentido retrógrado	A2 e B2	20,0

### Discussão da tabela 38:

80% dos alunos perceberam o conceito compartilhado pela Cinemática expresso pela placa. O aluno B1 lembrou que, nas placas indicativas de quebra-molas ou de lombada eletrônica, também há o conceito de aceleração. Os alunos A2 e B2 usaram palavras inapropriadas em suas respostas, mas que não desfizeram os indícios de aprendizagem significativa. Em sua resposta, A2 usou o termo “retrógrado”, porém, pela foto do enunciado, não dá para saber se, no sentido do movimento, as placas indicativas de posição estão com valores decrescentes (movimento retrógrado). Mas A2 foi pertinente ao citar que a placa indica uma variação de velocidade. Considera-se que o aluno B2 quis se referir ao conceito de desaceleração, porém a expressão “variado” ficou inapropriada em sua resposta.

**Tabela 39** – Categorização da prova final, 17ª questão: *Classificação dos movimentos retilíneos em (MU), (MV), ou (MUV), a partir dos valores das velocidades instantâneas.*

Nº	CATEGORIA	ALUNO	%
01	MUV, MV, UM	A3, A5, A6 e B3	40,0
02	MV, MUV, UM	A4, A7 e B2	60,0
03	MU, MV, MUV	A1, A2 e B1	

### Discussão da tabela 39:

As respostas de 40% dos alunos estão corretas. Os alunos A4, A7 e B2 se equivocaram em apenas uma das três respostas. Associaram, A4 e B2, a palavra “variado” aos movimentos nos quais a velocidade instantânea varia, porém se equivocaram em relação à classificação do movimento do Logan, pois, embora esse movimento seja variado, não é uniformemente variado. Pela participação nas aulas, o professor considera que o aluno A7, devido a uma possível desatenção ou pressa, trocou a letra “V” pela letra “U”, no segundo espaçamento, referente ao Logan. Os alunos A1, A2 e B1 acertaram uma das três respostas.

**Tabela 40** – Categorização da prova final, 18ª questão: *Aceleração da luz*.

Nº	CATEGORIA	ALUNO	%
01	Que ela é incrivelmente rápida, porém a velocidade da luz é constante e não tem aceleração nenhuma.	A1, A3, A6, B1, B2	50,0
02	Pode-se dizer que é constante.	A2, A4 e A5	30,0
03	É a maior velocidade conhecida.	A7 e B3	20,0

**Discussão da tabela 40:**

Na categoria 01 (50% dos alunos), foram dados argumentos cientificamente aceitos, comprovando que a aceleração da luz é zero, de acordo com o enunciado, mesmo com uma velocidade tão alta. Estes alunos compreenderam o conceito de aceleração, pois a tendência dos alunos, como o 3º pré-teste, tabela 15, confirmou, é de achar que a aceleração da luz é alta, pelo fato de a velocidade da luz ser alta. O professor considera que esses alunos ao estudarem um assunto chamado Refração da luz, normalmente, abordado no 2º ano do ensino médio, perceberão que a luz tem aceleração, desde que passe de um meio para outro meio, por exemplo, do ar para a água, e assim, lembrar-se-ão do curso.

Compreende-se que o aluno B1 diferenciou os conceitos de velocidade e variação de velocidade, pois, na aula, dialogou-se que a aceleração não se mede pela velocidade, mede-se pela variação de velocidade em certo intervalo de tempo. Os alunos A2, A4 e A5 deram respostas frágeis. Na resposta de A2, de acordo com a Física, pode-se ter uma dupla interpretação, pois ao dizer que “a aceleração da luz é constante”, sugere a ideia de constante diferente de zero ou constante igual a zero.

Se o aluno A2 se referiu a uma aceleração constante e igual a zero, de acordo com o enunciado da questão, ele acertou. O aluno A4 acertou quando respondeu que a aceleração é nula, mas a sua justificativa está frágil, pois percorrer grandes distâncias em pouco tempo pode significar, por exemplo, uma aceleração de grande valor. Sendo assim, a aceleração não seria zero. O aluno A5 acertou quando escreveu que a luz não tem aceleração, mas escreveu “ela é constante”. O professor ficou na dúvida se o pronome “ela” se referia à aceleração ou à velocidade. Os alunos A7 e B3 argumentaram sobre a velocidade da luz, porém não escreveram sobre a aceleração da luz.

**Tabela 41** – Categorização da prova final, 19ª questão: *Nome da propriedade que os corpos têm em resistir à mudança de velocidade, estando um carro parado ou em movimento, sem mudar a posição do ponteiro do velocímetro.*

Nº	CATEGORIA	ALUNO	%
01	Inércia.	A1, A2, A3, A4 e A7	50,0
02	Movimento Uniforme.	B1 e B3	20,0
03	Aceleração (?).	A6	10,0
04	Não respondeu	A5 e B2	20,0

#### Discussão da tabela 41:

Responderam de forma correta 50% dos alunos. O conceito de Inércia, normalmente, é abordado em Dinâmica, mas foi possível confirmar através dos seminários, das aulas e por esta prova, que uma introdução ao conceito de Inércia pode ser compreensível para os alunos, usando argumentos da Cinemática. Os alunos B1 e B3 classificaram, corretamente, o nome do movimento, quando o ponteiro do velocímetro não muda de posição. Porém, não disseram o nome da propriedade que evidencia a tendência dos corpos em manter esse movimento ou o estado de repouso. O aluno A6 deu uma resposta equivocada. Os alunos A5 e B2 não responderam.

**Tabela 42** – Categorização da prova final, 20ª questão: *Como encontrar a expressão da aceleração escalar instantânea, a partir de uma equação polinomial horária da velocidade?*

Nº	CATEGORIA	ALUNO	%
01	$v + dv = 3(t + dt)^{12}$ $v + dv = 3(t^{12} + 12t^{11}dt)$ $v + dv = 3t^{12} + 36t^{11}dt$ $dv/dt = 36t^{11}$ $a = 36t^{11}$	A2, A3, A7, B1 e B3	50,0
02	$V + DV = 3(t + dt)^{12}$ $V + DV = t^{12} + 12t^{11}dt$ $V + DV = 3(t^{12} + 12t^{11}dt)$ $V + Dv = 3t^{12} + 36t^{11}dt$ $V = 36t^{11}dt$	A4 e B2	20,0
03	Não respondeu.	A1, A5 e A6	30,0

### Discussão da tabela 42:

Sem precisar recorrer à definição formal de Limite ou regras de derivação, 50% dos alunos acertaram a questão. O aluno B2 desenvolveu a maior parte, mostrando indícios de aprendizagem significativa, mas, no final, esqueceu-se de cancelar uma letra e trocou um expoente. O aluno A4 começou a desenvolver a questão, mas se confundiu no conteúdo Binômio com infinitésimo. Os alunos A1, A5 e A6 não responderam à questão.

**Tabela 43** – Categorização da prova final, 21ª questão: *Quais as características vetoriais indicadas pela placa de trânsito do enunciado?*

Nº	CATEGORIA	ALUNO	%
01	Módulo: Não sei o módulo, pois não é um versor de módulo 1, e não tenho como fazer o cálculo. Sentido: Sudeste. Direção: Inclinada.	A3, A7, B1 e B2	40,0
02	Sentido e direção; Inclinada para o Sudeste.	A2 e A4	60,0
03	Direção: Sudeste, Sentido: Inclinado, Módulo: Não indica o módulo do vetor.	A1, A5, A6 e B3	

### Discussão da tabela 43:

Para o que foi pedido no enunciado, 40% dos alunos lograram êxito na questão. A placa dessa questão não dá subsídios para saber o módulo (valor) do vetor, mas isso não é motivo para o aluno B2, que acertou o que foi pedido, afirmar que o vetor representado pela seta da placa não tem módulo. Todo vetor, geometricamente, tem um módulo, mas, nesta questão, o módulo do vetor não está explícito. A falta de rigor, neste caso, do aluno B2 não compromete os seus acertos.

Os alunos A2 e A4 deram respostas aceitáveis, mas não foram específicas. O aluno A2 escreveu que as características vetoriais presentes são direção e sentido, porém, não disse, especificamente qual é a direção (horizontal, vertical ou inclinada) e qual é o sentido (para onde o vetor aponta). Já, o aluno A4 escreveu que o vetor é inclinado para o sudeste, mas não especificou quais dessas características representam a direção e o sentido. Os alunos A1, A5, A6 e B3 responderam sobre o módulo do vetor, mas se equivocaram ao trocar os conceitos de direção e sentido.

Mesmo havendo alguns equívocos, todos os alunos se lembraram das características de um vetor que são módulo, direção e sentido e assim, para este

conteúdo, houve resquícios de aprendizagem significativa. No 4º pré-teste, tabela 21, só 11% tinham em mente conhecimentos superficiais sobre vetor. Para suprir essa deficiência, foi utilizado como situação de aprendizagem ou organizador prévio, ponte cognitiva (AUSUBEL, 2002), a Rosa dos Ventos que culminou em resultados satisfatórios de acordo com Oliveira (2006).

**Tabela 44** – Categorização da prova final, 22ª questão: *Explicação da afirmação “todo versor é um vetor, mas nem todo vetor é um versor.*

Nº	CATEGORIA	ALUNO	%
01	Todo versor é um vetor porque todos eles têm módulo 1, se encaixam no “padrão”, mas nem todo vetor é um versor pelo fato de que nem todos se encaixam no “padrão”, que no caso é ter módulo 1	A2, A3, A4, A5, A6, A7, B1, B2 e B3	90,0
02	Todo versor não é um vetor, porque a unidade dos vetores podem ser mais de 1. E o versor, não.	A1	10,0

#### Discussão da tabela 44:

90% dos alunos compreenderam que todo versor é um vetor. As questões que envolvem reciprocidades verdadeira ou falsa são potencialmente significativas para trabalhar conceitos. Constatou-se que o conteúdo versores facilitou a compreensão dos alunos em relação à Cinemática vetorial. O aluno A1 apresentou indícios de aprendizagem, porém cometeu um equívoco ao dizer que todo versor não é um vetor. No 13º encontro, que foi sobre o conteúdo versores, foram geradas várias situações de aprendizagem. Nele, o aluno B1 fez uma pergunta pertinente sobre a representação da direção de um vetor inclinado a partir do conteúdo dos versores. O professor, ao dar voz ao aluno, fez uso do princípio do abandono da narrativa de Moreira (2011a). Após debate com a classe, concluímos que todo vetor de um plano pode ser representado pelos versores. Esta conclusão facilitou o entendimento dos conteúdos de velocidade e aceleração instantâneas na perspectiva vetorial.

**Tabela 45** – Categorização da prova final, 23ª questão: *Quais as características do vetor velocidade  $\vec{v} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$ , sabendo que os versores  $\hat{i}$  e  $\hat{j}$  são versores da horizontal e da vertical?*

Nº	CATEGORIA	ALUNO	%
01	Desenhou corretamente o vetor $\vec{v}$ . Módulo: 25. Direção: Inclinação. Sentido: aproximadamente Nordeste.	B1	10,0

02	Sentido: Nordeste, pois está entre o norte e leste. Direção: Inclinada. Módulo: Não respondeu.	A3	70,0
03	Desenhou, corretamente, o vetor $\vec{v}$ . D: Nordeste. S: Inclinado. M: não respondeu.	A1	
04	Desenhou, corretamente, os vetores $3\hat{i}$ e $4\hat{j}$ e escreveu: $3\hat{i}$ : Direção horizontal. Sentido: Leste. Módulo $3u$ . $4\hat{j}$ : Direção: Vertical. Sentido: Norte. Módulo: $4u$	A2, A4, A6 e A7	
05	Desenhou, incorretamente, o vetor $\vec{v}$	B2	20,0
06	Não respondeu.	A5 e B3	

### Discussão da tabela 45:

As características (ou atributos) de um vetor, em uma perspectiva geométrica, são: direção, sentido e módulo. O aluno B1 desenhou o vetor velocidade, respondeu corretamente quanto à direção e ao sentido, mas, no momento de encontrar o módulo (valor) do vetor velocidade, esqueceu-se de extrair uma raiz quadrada. Esta desatenção, não exclui, em hipótese nenhuma, a aprendizagem significativa desse aluno. Confirmando a teoria de Ausubel, Novak e Hanesian (1980) que a aprendizagem significativa não é literal, é substantiva (MOREIRA, 2011b).

O aluno A3 fez um desenho para auxiliar na sua análise e respondeu, sobre a direção e o sentido do vetor velocidade, porém não encontrou o módulo. O aluno A1 desenhou o vetor velocidade e acertou a direção do vetor que é inclinado para o Nordeste, mas se confundiu ao dizer que a direção é Nordeste e o sentido é inclinado. É o contrário, ou seja, a direção é inclinada e o sentido é Nordeste.

O aluno B2 se equivocou ao desenhar incorretamente o vetor velocidade, porém, de acordo com o seu desenho, acertou a direção e o sentido do vetor desenhado por ele, mas, faltou, apenas, extrair uma raiz quadrada para achar o módulo. Mesmo desenhando, incorretamente, o vetor velocidade, houve indícios de aprendizagem significativa para B2.

Os alunos A2, A4, A6 e A7 responderam sobre as características dos vetores ( $3\hat{i}$  e  $4\hat{j}$ ) que compõem o vetor velocidade, mas não descreveram as características do vetor velocidade propriamente dito, como foi pedido pela questão. Para esses alunos, houve indícios de aprendizagem significativa a respeito dos vetores que compõem o vetor velocidade. Os alunos A5 e B3 não responderam.

**Tabela 46** – Categorização da prova final, 24ª questão: Se o movimento de um carro, no instante 1 s, a partir da expressão da velocidade vetorial instantânea  $\vec{v} = t^6\hat{i}$ , sabendo que  $\hat{i}$  é o versor base da horizontal, é acelerado ou retardado?

Nº	CATEGORIA	ALUNO	%
01	Acelerado $v + dv = (t + dt)^6\hat{i}$ $\vec{v} + d\vec{v} = t^6\hat{i} + 6t^5dt\hat{i}$ $dv/dt = 6t^5\hat{i}$ $a = 6t^5\hat{i}$	B1	10,0
02	$v + dv = (t + dt)^6\hat{i}$ $\vec{v} + d\vec{v} = t^6\hat{i} + 6t^5dt\hat{i}$ $dv/dt = 6t^5\hat{i};$ $v = t^6\hat{i}$	A7 e B3	60,0
03	Acelerado. $V = t^6\hat{i}$ $V = 1^6\hat{i}$ $V = 1\hat{i}$	A2 e A3	
04	Acelerado.	A4 e A6	30,0
05	Não respondeu.	A1, A5 e B2	

#### Discussão da tabela 46:

Para saber se o movimento é acelerado ou retardado em um determinado instante, a partir da expressão da velocidade vetorial instantânea, é preciso conhecer, também, a expressão da aceleração vetorial instantânea. O aluno B1 desenvolveu e encontrou a expressão da aceleração vetorial instantânea e respondeu, acertadamente, que o movimento é acelerado.

Os alunos A7 e B3 desenvolveram e encontraram, de forma correta, a expressão da aceleração vetorial instantânea, porém, A7 não respondeu se o movimento é acelerado ou retardado, e B3 se equivocou ao responder que o movimento é retardado. Os alunos A7 e B3 cometeram pequenos fragilidades, mas apresentaram indícios de aprendizagem significativa.

Os alunos A2 e A3 encontraram a expressão da velocidade vetorial instantânea, no instante 1s, e responderam que o movimento é acelerado, mas eles não encontraram a expressão da aceleração vetorial instantânea. Os alunos A4 e A6 responderam que o movimento, no instante 1 s, é acelerado, mas não deram justificativas. As questões foram abertas para os alunos justificarem, de algum modo, as suas respostas. Os alunos A1, A5 e B2 não responderam.

**Tabela 47** – Categorização da prova final, 25ª questão: *Como encontrar a expressão vetorial do vetor aceleração instantânea, a partir da expressão vetorial do vetor posição  $\vec{S} = t^{10}\hat{j}$ , onde  $\hat{j}$  é o versor base da vertical?*

Nº	CATEGORIA	ALUNO	%
01	$S = t^{10}\hat{j}$ $S + dS = (t + dt)^{10}\hat{j}$ $S + dS = (t^{10} + 10t^9dt)\hat{j}$ $S + dS = t^{10}\hat{j} + 10t^9dt\hat{j}$ $dS/dt = 10 t^9 \hat{j}$ $v = 10 t^9 \hat{j}$ $v + dv = 10 (t^9 + 9t^8dt) \hat{j}$ $v + dv = (10 t^9 + 90t^8dt) \hat{j}$ $v + dv = 10 t^9 \hat{j} + 90t^8dt \hat{j}$ $dv/dt = 90t^8 \hat{j}$ $a = 90t^8 \hat{j}$	A3	10,0
02	$S + ds = (t + dt)^{10}\hat{j}$ $S + ds = t^{10}\hat{j} + 10t^9dt \hat{j}$ $ds/dt = 10 t^9 \hat{j}$	A2 e A7	50,0
03	$S + ds = (t + dt)^{10}\hat{j}$ $S + dS = (t^{10} + 10t^9dt)\hat{j}$ $S + dS = t^{10}\hat{j} + 10t^9dt\hat{j}$ $dS/dt = 10 t^9 \hat{j}$ $a = 10 t^9 \hat{j}$	B1 e B3	
04	Desenhou, corretamente, o vetor posição $\vec{S}$ . $S + ds = t + dt^{10}$ $S + ds = (t + dt)^{10} + (t + dt)^9$ $dt = t^9$ Placas : S + ds, t + dt, v + dv	A4	
05	Não respondeu.	A1, A5, A6 e B2	40,0

#### Discussão da tabela 47:

O aluno A3 desenvolveu a questão sem cometer equívoco algum. Os alunos A2 e A7 procederam de forma correta ao encontrar a expressão do vetor velocidade instantânea, que faz parte da questão, mas não encontraram a expressão do vetor aceleração instantânea.

Os alunos B1 e B3 procederam, corretamente, ao encontrar a expressão do vetor velocidade instantânea, mas cometeram um equívoco ao escreverem que a expressão encontrada correspondia à expressão do vetor aceleração instantânea. O aluno A4 acertou uma pequena parte do desenvolvimento, mostrando indícios de aprendizagem significativa, mas se atrapalhou no desenvolvimento do Binômio com infinitésimo.

Os alunos A1, A5, A6 e B2 não responderam. Nas resoluções de 50% dos alunos, em nenhum momento, foi usada a definição formal de Limite ou regras de derivação. Esse foi um dos objetivos alcançados do nosso curso. Foi realizada uma aula de recursividade, alicerçada no princípio da aprendizagem significativa crítica, Moreira (2011a) da aprendizagem pelo erro, no final do curso, sobre os conteúdos desta questão 25, tabela 7, mas, por motivos, na época, principalmente, de greve escolar, só puderam comparecer cinco alunos A1, A2, A4, B1 e B3.

Desses alunos, A2, B1 e B3 tiveram um bom desenvolvimento nessa questão 25, demonstrando indícios de aprendizagem significativa. A seguir, apresenta-se a entrevista dos alunos sobre o curso e os conteúdos estudados.

### **Entrevista Escrita dos Alunos sobre o Curso e os Conteúdos Estudados**

Os alunos responderam a um questionário com o objetivo de analisar suas impressões sobre o curso, os conteúdos e a metodologia aplicada no cotidiano das aulas e, também, sobre a influência das estratégias utilizadas no processo de aprendizagem.

Nas respostas à primeira pergunta, a maioria dos alunos apresentou opiniões favoráveis quanto às expectativas do curso, das quais são citados alguns exemplos: *“Superou as minhas expectativas, pois achei que seria um curso mais simples, mas abordou profundamente o assunto”* (A2); *“Superou, pois não foram bem os assuntos que eu imaginei, foi além deles, me explicou o motivo do porquê fazemos cálculos e não só como resolvê-los, e mostrou assuntos que eu não imaginava que eram relacionados à Física, pois pensei que só podíamos resolver cálculos da Física usando fórmulas matemáticas e cálculos matemáticos”* (B1); *“Sim, pois pude aprender de uma forma bem simples conteúdos que tenho muita dificuldade”*; *Eu esperava um assunto mais perplexo, com bastantes fórmulas, etc. onde eu não entenderia nada. O curso foi além do que eu imaginava me fez entender tudo o que foi apresentado”* (A7).

Na segunda pergunta, sobre as dificuldades durante o curso com o conteúdo, as mais citadas foram as relativas ao Binômio de Newton (3 alunos), sobre velocidade (1), a parte teórica de alguns conceitos (1), aprender os cálculos (1), sentiram poucas dificuldades (4). Nas respostas à terceira pergunta, o número de dificuldades sanadas no final do curso, foi bem maior do que no início. Para as dificuldades sanadas,

destacou-se a forma de ensino no processo de aprendizagem; entre as que não foram sanadas, a causa foi ter faltado às aulas.

Sobre os pontos positivos do conteúdo (quarta pergunta), as opiniões foram favoráveis em sua totalidade. Sobre as estratégias metodológicas (quinta pergunta) usadas no decorrer do curso, seguem alguns exemplos das falas dos alunos: *“Foi interessante um novo modo de aprender Física”* (A1), *“Eu senti que sou capaz de aprender, aplicando a Física no meio em que vivemos”* (A4), *“A metodologia usada tornou mais simples o que me parecia terrível de entender. Espetacular, pois eu percebia Física viva nelas”* (A7), *“... foi muito bom, ajudou muito no meu aprendizado”* (B2).

Na sexta pergunta, as sugestões dos conteúdos do curso que devem ser sofrer melhorias, as opiniões também foram favoráveis quase em sua totalidade. Os alunos A5 e B3 citam como sugestão que a carga horária deveria ser maior, e o aluno A4 foi o único que sugeriu aulas práticas. Na sétima pergunta, oito alunos assumiram a segunda opção de como é importante demonstrar a fórmula, explicando, obtendo e interpretando o resultado.

Já os alunos B1 e B3 preferiram a primeira opção mais objetiva. Na oitava pergunta, os alunos foram unânimes em concordar como benefícios que as estratégias abordadas no curso foram essenciais para a aquisição do conhecimento e de habilidades. Na nona pergunta, também, todos concordaram que os conteúdos específicos sobre velocidade e aceleração instantâneas deveriam ser ministrados nas aulas regulares de Física no Ensino Médio, pois, além de auxiliar nos demais conteúdos, aprimorariam a base deles nesse nível de ensino, permitindo assim o ingresso na faculdade, com base nesse conteúdo.

Neste capítulo, serão apresentadas as considerações finais sobre os indícios ou evidências de aprendizagens dos alunos e as recomendações para futuras investigações nessa área de ensino, conforme relatado no produto final.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo geral deste trabalho foi analisar como se deu o processo de aprendizagem dos conteúdos de velocidade e aceleração instantâneas em uma perspectiva escalar e vetorial em movimentos retilíneos com os alunos dos primeiros anos do Ensino Médio, do Instituto Federal de Alagoas, Campus Santana do Ipanema. Foram criadas situações de aprendizagem potencialmente significativas com base no marco teórico que foi a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, Novak e Hanesian (1980) com aportes da Teoria da Aprendizagem Significativa Crítica de Moreira (2005), adequado para auxiliar tanto o ensino como as pesquisas sobre o ensino, em particular, de conteúdos da Física pertinentes a este trabalho.

A hipótese desta dissertação é de que os conceitos sobre grandeza física, unidade de medida, Sistema Internacional de Unidades, Binômio de Newton, infinitésimo, velocidade média, aceleração média e vetores, facilitam a aprendizagem dos conteúdos de velocidade e aceleração instantâneas para alunos do primeiro ano do Ensino Médio.

Embora a Cinemática descreva os movimentos sem se preocupar com suas causas, esta descrição requer questionamentos, análises e reflexões, mas, infelizmente, o foco de muitas aulas de Cinemática tem sido o mero emprego de definições e fórmulas, principalmente, em situações deslocadas do cotidiano. Isso descentraliza o ensino dos alunos. Esse fato dificulta a compreensão dos conceitos cinemáticos e suas aplicações cotidianas, conforme os relatos:

*Ronaldo, meu professor de física da oitava série não ensinava muito bem, e todos da minha sala desistiram de tentar entender ele. Talvez, até ele desistiu de ensinar. Resultado, não sei nada sobre a Física. Passei pelas provas e atividades, filando, pois eu não sabia de nada. E para passar no IFAL, eu tive a ajuda de um amigo que me fez decorar algumas fórmulas, quando na verdade, era para eu entender o que eu estava fazendo (Aluno do 1º ano, IFAL, campus Maragogi).*

*[...] sempre aprendi Física de maneira muito objetiva, sem evidenciar os porquês dos conteúdos” (Aluno A7).*

Diante do que foi dito, esta dissertação enfoca o processo de aprendizagem da Cinemática, especificamente, velocidade e aceleração instantâneas, no contexto de um curso extracurricular no Ensino da Física, buscando a evolução conceitual de alunos do primeiro ano do Ensino Médio, inseridos em um *continuun* entre a aprendizagem mecânica e a aprendizagem significativa.

Os conteúdos de Física ensinados pelo professor, autor desta dissertação, na perspectiva ausubeliana, procurando oferecer condições para que os alunos aprendam, não é e não foi uma tarefa fácil. De início, esse professor percebeu que não existe uma receita, nem tão pouco uma fórmula capaz de atender todas as demandas que implicam o processo de ensino, de modo a superar todas as dificuldades de aprendizagem dos alunos. Abandonar a tradição antiga de que o professor é o principal centro desse processo e delegar essa responsabilidade a todos os envolvidos tem sido uma constante.

Dar voz aos alunos, em todos os diálogos, motivando-os a tornarem-se ativos e participativos para aprender Cinemática, especificamente, os conceitos de velocidade e aceleração instantâneas, a partir do que eles já sabem, planejando situações de aprendizagem que fazem sentido para eles, foi a tarefa do professor/autor desta dissertação, preocupado em favorecer a aprendizagem significativa.

As descrições dos encontros e as análises dos dados coletados nesse curso extracurricular partiram da ideia de que o ensino é um processo ativo que está interligado na visão de Novak (2000) em etapas que são contínuas e interdependentes. Elas compreendem o planejamento, o desenvolvimento e a avaliação. Ambos os processos estão subsidiados pela TAS, e admite-se que os sujeitos (alunos) envolvidos nesse evento educativo compartilham significados (GOWIN, 1981). Tal admissão é facilitada também pelos aportes críticos dos princípios de Moreira (2005), os quais balizaram a preocupação do autor desta dissertação em identificar nas falas e atuações dos alunos, ao longo do curso extracurricular, como eles entendiam, interpretavam e usavam os conceitos ensinados.

A estratégia da TAS, para o levantamento dos conhecimentos prévios, foi um diferencial nas aulas, pois proporcionou interação com os alunos, participação e motivação. As possibilidades que esta Teoria oferece, como ser uma teoria escrita

para sala de aula e centrada no aluno, tendo como a variável mais importante os conhecimentos prévios, fez o docente se sentir diante de um laboratório humano, a sala de aula dele.

À medida que o professor lia as respostas dos alunos, conhecia seus pontos fortes, fragilidades, como exemplos: a maioria confundia grandeza física com unidade de medida; não sabia o teorema de Pitágoras ou desenvolver produtos notáveis básicos; e o que é pior: apresentava certa rejeição à Física pelos motivos já discutidos no primeiro encontro (tabela 8). Assim, a captação de conhecimentos prévios foi importante para perceber que os subsunçores dos alunos estavam em construção, isto é, possuíam algumas ideias prévias válidas para a Física e também para a condução e desenvolvimento das estratégias que guiaram esta dissertação.

A importância da criação de um grupo, administrado pelo professor, no WhatsApp mostrou-se incontestável. Por meio desse grupo, os alunos e o docente poderiam justificar possíveis faltas, enviar o mapa conceitual feito em casa, trocar ideias a respeito dos conteúdos entre si, fazer perguntas a qualquer momento, postar fotografias, principalmente, legendadas pelos alunos ou vídeos pertinentes ao aprendizado da Física e dar avisos em geral ao longo do curso. Por todas as possibilidades oferecidas pela rede social em questão e usufruídas pelo grupo envolvido no trabalho descrito nesta dissertação, evidenciou-se que o WhatsApp pode auxiliar no processo de ensino-aprendizagem.

As atividades que incluíram fotografar, executar, transformar as indicações das placas de trânsito ou anúncios que não tinham unidades do SI e criar legendas explicativas foram importantes porque, a partir delas, era discutida a diferença entre as grandezas posição e deslocamento, o que foi fundamental para o entendimento dos alunos sobre a velocidade instantânea conforme relatado no decorrer dos encontros.

O desenvolvimento dos conteúdos como Binômios de Newton, que continham um infinitésimo para não utilizar as definições formais de Limite ou regras de derivação, na obtenção das expressões das velocidade e aceleração instantâneas, a partir das equações horárias polinomiais, ganhou destaque e êxitos, durante os encontros. Conclusão essa que foi corroborada pelo ótimo desempenho dos alunos na prova final. Os estudantes compreenderam que o desenvolvimento desse Binômio, por maior que fosse o expoente natural, apresentava apenas dois termos.

É preciso deixar claro que as situações de aprendizagem utilizadas no decorrer do nosso curso para explicar os conteúdos velocidade e aceleração instantâneas, a alunos do primeiro ano do Ensino Médio, não desqualificam a notação usual dos limites de funções e as regras de derivação. O problema não está na matemática, mas, em muitos casos, na supervalorização da matemática ou nos cálculos sem significado algum para os alunos, principalmente, os iniciantes do Ensino Médio. Em todos os momentos que foram abordados os conceitos de velocidade e aceleração instantâneas, o conceito de limite estava presente, porém de uma forma, comprovada por este trabalho, conveniente ao entendimento dos alunos participantes do curso, diferentemente da forma como muitos livros didáticos do Ensino Médio de Cinemática abordam o tópico.

A experiência descrita nesta dissertação, ressalta o professor, foi marcante e enriquecedora para ele e para os alunos. Após o conhecimento da TAS, o professor assevera estar mudando a própria conduta como professor de Física, incorporando um novo olhar sobre o modo de ensinar e adotando como princípio básico a sua prática a percepção prévia dos estudantes para, dentro desse contexto, ensinar de acordo.

A elaboração dos mapas conceituais sobre os conceitos de Binômio de Newton, Aceleração e Vetores foi uma estratégia instrucional bastante utilizada pelos alunos, levando a considerar que os novos significados sobre esses conceitos, apresentado na forma de mapa conceitual, não foi uma atividade trivial. Pode-se inferir que para ocorrer a aprendizagem a partir da diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa, a natureza da relação entre dois conceitos formada pelo aluno deve ser explicitada no sentido de formar uma proposição aceita. O que tornou clara essa evidência foram os autores dos mapas apresentarem e negociarem os significados atribuídos para o professor.

Os mapas retrataram não só as fragilidades como também a evolução dos alunos no momento em que os estruturavam. Ficou clara para eles a importância de que o mapa pode ser sempre melhorado, pois um mapa feito hoje nunca será o mesmo mapa feito amanhã. Reside aí o valor de refazer os mapas, os quais, refeitos, evidenciaram uma série de significados atribuídos aos conceitos da matéria de ensino. Outra observação pertinente, durante a execução dos mapas nos diversos conceitos trabalhados, é a apresentação oral. Ao apresentar oralmente o mapa, possibilita-se

ao aluno estruturar, hierarquizar, diferenciar, relacionar, discriminar, integrar conceitos de um tema (MOREIRA, 2006a).

Quando se desenvolve uma pesquisa com o enfoque na TAS, sabe-se que se deve usar diversos instrumentos que podem ser capazes de fornecer informações acerca do processo de aprendizagem. Neste trabalho, foram usados vários instrumentos que, em consonância com a prova final, avaliação formal do conhecimento, mostram – pelos resultados apresentados - que houve um amplo progresso no conhecimento dos alunos. Só o recurso da prova não é, pois, suficiente. Ele precisa coexistir com outros expedientes avaliativos. Entretanto, diante das respostas, verificou-se a transformação dos conhecimentos sugerindo avanços significativos.

É fundamental destacar que os alunos entenderam e exploraram, nos mapas conceituais e nos seminários apresentados, que um quebra-molas, por exemplo, representa o conceito de aceleração, já que diante dessa lombada física, um móvel precisa diminuir, ou seja, variar a velocidade. Durante as aulas, percebeu-se o quanto as placas de trânsito foram potencialmente significativas para o ensino e aprendizado da Cinemática.

Na análise da entrevista final com os alunos, todos concordaram que os conteúdos específicos sobre velocidade e aceleração instantâneas deveriam ser ministrados nas aulas regulares de Física no Ensino Médio, pois, além de auxiliarem nos demais conteúdos da Cinemática, aprimorariam a base deles, nesse nível de ensino, permitindo assim o ingresso na faculdade, com base nesses conteúdos.

A partir do momento em que o conhecimento da Física é compartilhado através de situações de aprendizagem potencialmente significativas como recurso de ensino e aprendizagem, adotando-se a valorização das perguntas, dando-se voz aos alunos, eles passam a observar que os conteúdos são vivos e que, de fato, podem ser compreendidos e não simplesmente memorizados. Desta forma, constatou-se que o ensino estruturado pela Teoria ausubeliana sob os aportes da Aprendizagem Significativa Crítica facilitou a aprendizagem significativa dos alunos.

Não se pode deixar de informar aqui os acontecimentos negativos no decorrer deste trabalho em relação à evasão de alunos do curso extracurricular oferecido. Um dos motivos foi a greve escolar, que gerou dificuldades ao transporte dos estudantes. A greve é um fato frequente na realidade da escola pública brasileira. E o movimento paredista a que se refere aqui prejudicou, entre outros aspectos, o deslocamento dos

alunos contemplados pelo curso de que se tratou nesta dissertação. Mesmo com o número de alunos reduzido, o curso foi ministrado e procurou-se, por meio dele, melhorar o ensino de alguns tópicos de Física, com o objetivo de facilitar a aprendizagem.

Como sugestões para trabalhos futuros, apresenta-se o produto desenvolvido neste trabalho, um livreto, tanto para que o professor ensine quanto para que o aluno do primeiro ano do Ensino Médio possa aprender a partir de estratégias e situações de aprendizagem que possibilitem a aquisição de significados, ensejando assim o aprender a aprender.

## REFERÊNCIAS

- ANJOS, I. G. dos. **Física para o Ensino Médio**: volume único. São Paulo: IBEP, 2005.
- AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J.D.; HANESIAN, H. **Psicologia educacional** Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.
- AUSUBEL, D. P. **The acquisition and retention of knowledge**: a cognitive view. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000.
- AUSUBEL, D. P. **Adquisición y retención del conocimiento**: uma perspectiva cognitiva. Barcelona: Paidós, 2002.
- AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva**. Lisboa: Plátano, 2002.
- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições, 2011.
- BIPM. **Résumé de la Brochure sur le Système international d'unités, Le SI**. Rio de Janeiro: IMETRO, 2006. Disponível em: <[http://www.inmetro.gov.br/consumidor/pdf/Resumo\\_SI.pdf](http://www.inmetro.gov.br/consumidor/pdf/Resumo_SI.pdf)>. Acesso em: 14/10/2015.
- BONJORNO, J. R.; RAMOS, C. M. **Física 1**: mecânica. São Paulo: FTD, 1992.
- BONJORNO AZENHA et al. **Física Fundamental – novo**: volume único, 2º grau. São Paulo: FTD, 1999.
- BONJORNO AZENHA, R. et al. **Física**: história e cotidiano: ensino médio, volume único. São Paulo: FTD, 2005.
- CARRON, W.; GUIMARÃES, O. **As Faces da Física**. São Paulo: Moderna, 2002.
- DOCA, R. H.; BISCUOLA, G. J.; BÔAS, V. N. **Tópicos da Física, 1**: mecânica. São Paulo: Saraiva, 2007.
- DOCA, R. H.; BISCUOLA, G. J.; BÔAS, N. V. **Física 1**. São Paulo: Saraiva, 2013.
- ERAS NORDESTE. **1º Encontro regional de aprendizagem significativa**. Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco. Caruaru, Pernambuco, Brasil, 2015.
- FERNANDES, S. S.; VIANNA, D. M. “Da Arca de Noé à Enterprise”: uma atividade investigativa envolvendo sistema métrico. **Física na Escola**, v. 12, n. 2. 2011.
- FUKUI, A.; MOLINA, M.; SANTIAGO, V. **Física, 1ª série**: ensino médio. São Paulo: SM, 2009.

FUKE, L. F.; YAMAMOTO, K. **Física para o Ensino Médio, volume 1**. São Paulo: Saraiva, 2010.

GASPAR, A. O "R" de retilíneo. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 11, n. 1, p. 7-10, jan. 1994.

GOWIN, D. B. **Educating**. Ithaca, N.Y: Cornell University Press, 1981.

GOWIN, D. B.; ALVAREZ, M. C. **The art of education with V diagrams**. New York: Cambridge University, 2005.

HAZZAN, Samuel. **Fundamentos de Matemática Elementar**. São Paulo: Atual, 1977.

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos da Física, volume 1: mecânica**. Rio de Janeiro: LTC, 2014.

IMETRO. **Sistema Internacional de Unidades SI**. Rio de Janeiro: IMETRO, 2012. Disponível em: < <http://www.inmetro.gov.br/noticias/conteudo/sistema-internacional-unidades.pdf>>. Acesso em: 14/10/2015.

LABURU, C. E.; CARVALHO, A. M. Pessoa de. Noções de Aceleração em Adolescentes: uma Classificação. **Revista Brasileira de Ensino da Física**, vol. 15, n. 1, 1993.

LAVILLE, C.; DIONE, J. **A construção do saber: manual de metodologia da pesquisa em ciências humanas**. Porto Alegre: Artmed, 1999.

LIMA, L. G. de. O estudo do movimento retilíneo uniforme dos corpos através da leitura de trechos da segunda jornada do livro *Diálogo sobre os dois máximos sistemas do mundo Ptolomaico e Copernicano*, de Galileu Galilei. **Física na Escola**, v. 13, n. 1, 2012.

LIMA, M. F. de C.; SOARES, V. Brincar para construir o conhecimento: Jogo e Cinemática. **Física na Escola**, v. 11, n. 1, 2010.

LONGHINI, M. D.; SILVESTRE, R. F.; VIEIRA, F. C. F. Uma estratégia para a construção de rosa dos ventos envolvendo geometria, arte, astronomia e tecnologia. **Física na Escola**, v. 11, n. 1, 2010.

MACÊDO, M. A. R. A equação de Torricelli e o estudo do movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV). **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 32, n. 4, 4307, 2010.

MASINI, E. F. S.; Moreira, M. A. **Aprendizagem significativa. Condições para ocorrência e lacunas que levam a comprometimentos**. São Paulo: Vetor, 2008.

MEDEIROS, A. A Física nas Transmissões Esportivas: uma mecânica de equívocos. **Física na Escola**, v. 5, n. 1, 2004.

MEDINA, M. Ensinar Física para alunos do século XXI: Como ensinar unidades e medidas – Meio Metrinho ou Meio Metrão? **Física na Escola**, v. 12, n. 2, 2011.

MENDONÇA, C. A. S. El uso del mapa conceptual progresivo como recurso facilitador del aprendizaje significativo en Ciencias Naturales y Biología. **Tesis Doctoral**, Españã, Universidad de Burgos (UBU), 2012.

MOREIRA, M. A. **Pesquisa em ensino**: aspectos metodológicos e referenciais teóricos à luz do Vê epistemológico de Gowin. São Paulo: EPU, 1990.

MOREIRA, M. A. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999.

MOREIRA, M. A.; MASINI, E. F. S.. **Aprendizagem significativa**: a teoria de David Ausubel. São Paulo: Centauro, 2001.

MOREIRA, M. A. **Aprendizaje significativo: fundamentación teórica y estrategias facilitadoras**. Porto Alegre: UFRGS, 2003.

MOREIRA, M. A.. **Aprendizagem significativa crítica**. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2005.

MOREIRA, M. A. **A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula**. Brasília: Editora da UnB, 2006a.

MOREIRA, M. A.. **Mapas conceituais e diagramas “V”**. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2006b.

MOREIRA, M.A.. **Mapas conceituais e aprendizagem significativa**. São Paulo: Centauro, 2010a.

MOREIRA, M. A.. **Aprendizagem significativa crítica**. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRG, 2010b.

MOREIRA, M. A.. **Aprendizagem significativa crítica**. Porto Alegre: Impressos Portão, 2010c.

MOREIRA, M. A.. **Teorias de aprendizagem**. 2. ed. ampl. São Paulo: EPU, 2011a.

MOREIRA, M. A.. **Aprendizagem Significativa: a teoria e textos complementares**. São Paulo: Editora da Livraria da Física, 2011b.

MOREIRA, M. A.. **Metodologias de Pesquisa em Ensino**. Porto Alegre: Editora da Livraria da Física, 2011c.

MOREIRA, M. A.; BUCHEWEITZ, B. **Mapas conceituais: Instrumentos didáticos, de avaliação e de análise de currículo**. São Paulo: Moraes, 1987.

NOVAK, J. D.. **Uma teoria de educação**. São Paulo: Pioneira, 1981.

NOVAK, J. D.; GOWIN, D. B. **Learning how to learn**. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1984.

NOVAK, J. D. **Teoría y práctica de la educación**. Madrid: Alianza Editorial, 1985.

NOVAK, J. D.; GOWIN, D. B. **Aprender a aprender**. Lisboa: Plátano Editora, 1999.

NOVAK, J. D. **Aprender a criar e utilizar o conhecimento: mapas conceituais como ferramenta de facilitação nas escolas e empresas**. Lisboa: Paralelo, 2002.

NOVAK, D. J.; CANÃS, A. J.. Construyendo sobre nuevas ideas constructivistas y la herramienta CmapTools para crear un nuevo modelo educativo. *Boletín de Estudios e Investigación*: monografía. **Anais do Encontro Internacional sobre el Aprendizaje Significativo**, 8., Madrid, España, set. 2007.

NOVAK, J. D.; CAÑAS, A. J. The univarsity and ubiquitousness of concept maps. In Proceedings of the **Fourth International Conference on Concept Mapping**. Viña del Mar, Chile – Santiago de Chile: Universidad de Chile. 1,1-13, oct. 2010.

OLIVEIRA, Ivan S.. **Física Moderna: para iniciantes, interessados e aficionados**. São Paulo: Livraria da Física, 2010.

OLIVEIRA L. D. de. Aprendendo Física com o Homem-Aranha: utilizando cenas do filme para discutir conceitos de Física no Ensino Médio. **Física na escola**, v. 7, n. 2, 2006.

OLIVEIRA, P. M. C. de. **Corrida de vetores Física na Escola: Vacina contra o raciocínio aristotélico**, v. 10, n. 1, 2009.

PAULO, I. J. C. de.; Sousa, C. M. S de. **A teoria da aprendizagem significativa e seus desdobramentos na dinâmica do ensinar e aprender ciências**. Cuiabá: UAB/UFMT, 2011.

PORTO, R.; RÊGO, M.. **Física Básica**. São Paulo: Harbra, 2009.

RAMALHO JUNIOR, F.; FERRARO, N. G.; SOARES, P. A. de T.. **Os Fundamentos da Física 1**. São Paulo: Moderna, 2009.

SAMPAIO, J. L.; CALÇADA, C. S.. **Física Clássica**. São Paulo: Atual. 1998.

SAMPAIO, J. L.; CALÇADA, C. S.. **Física – volume único**. São Paulo: Atual. 2003.

SANT'ANNA, B.; REIS, H. C.; MARTINI, G.; SPINELLI, W.. **Conexões com a Física**. São Paulo: Moderna, 2010.

SANTIAGO, R. B.; MARTINS, J. C. A interpretação física de um golpe do karatê: o Gyaku-zuki. **Física na Escola**, v. 10, n. 2, 2009.

SOARES, P. A. T.; FERRARO, N. G.. **Física Básica do 2º grau**. São Paulo: Atual, 1981.

SILVA, C. X. da; BARRETO FILHO, B.. **Física aula por aula: mecânica**. São Paulo: FTD, 2010.

SILVEIRA, F. L. da. Um interessante e educativo problema de cinemática elementar aplicada ao trânsito de veículos automotores – a diferença entre 60 km/h e 65 km/h. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 28, n. 2: p. 468-475, 468 ago. 2011.

SOUZA, P.V.S.; DONANGELO, R. Velocidades média e instantânea no Ensino Médio: uma possível abordagem. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 34, n. 3, 3503, 2012.

TAYLOR, S.; BOGDAN, R.. **Introducción a los métodos cualitativos de la Investigación**. Buenos Aires: Paidós, 1986.

## Apêndice A - 1º PRÉ – TESTE (individual)



**INSTITUTO FEDERAL DE ALAGOAS – IFAL**

**Campus Santana do Ipanema – (Sertão)**

**Professor: Ronaldo Jorge Corrêa Filho**

**Disciplina: Física**

**Série: 1º ano do Ensino Médio**

**Aluno: \_\_\_\_\_**  
**16/06/2015**

**Data:**

### 1º PRÉ – TESTE (individual)

**Levantamento dos Conhecimentos Prévios (Pré-teste) sobre Unidades de Medida, Grandezas Físicas, Sistema Internacional de Unidades (SI), Transformações de Unidades.**

1) O que é unidade de medida?

---



---



---



---



---

2) O que é uma grandeza física?

---



---



---



---



---

3) O que é a sigla SI?

---



---



---



---



---

4) (a) Quando multiplicamos “algo” por 1, esse “algo” se altera?

---



---



---

(b) Porque?

---

---

---

---

5) Cite duas relações entre unidades de medida que você conhece?

---

---

---

---

---

---

6(a) Você sabe transformar 36 km/h em m/s?

---

---

---

---

(b) Se souber, faça?

---

---

---

---

---

---

7) Para você, qual a maior dificuldade no aprendizado da física?

---

---

---

---

---

---

## Apêndice B - 2º PRÉ – TESTE (individual)



**INSTITUTO FEDERAL DE ALAGOAS – IFAL**

**Campus Santana do Ipanema – (Sertão)**

**Professor: Ronaldo Jorge Corrêa Filho**

**Disciplina: Física**

**Série: 1º ano do Ensino Médio**

**Aluno: \_\_\_\_\_ Data: 23/06/2015**

### 2º PRÉ – TESTE (individual)

**Levantamento dos Conhecimentos Prévios (Pré-teste) sobre Binômio de Newton e Infinitésimos.**

1) O que é um Binômio?

---



---



---

2) (a) Você sabe desenvolver  $(x + 3)^2$  ou  $(x + 5)^3$ ?

---



---



---



---

(b) Se souber faça?

---



---



---

3) Você sabe o que é um Binômio de Newton?

---



---



---

4) Para você qual o significado da palavra infinitesimal?

---



---



---

**Apêndice C- Situações de Aprendizagem Em grupo, para iniciar o conteúdo Velocidade Instantânea.**



**INSTITUTO FEDERAL DE ALAGOAS – IFAL**

**Campus Santana do Ipanema – (Sertão)**

**Professor: Ronaldo Jorge Corrêa Filho**

**Disciplina: Física**

**Série: 1º ano do Ensino Médio**

**Aluno: \_\_\_\_\_**  
**07/07/2015**

**Data:**

**Situações de Aprendizagem**

**Em grupo, para iniciar o conteúdo Velocidade Instantânea.**

Situação de Aprendizagem 1:

- 1) Saindo da sala de aula, onde encontraríamos aplicações ou situações que mostram velocidade?

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Situação de Aprendizagem 2:

- 2) O que o status: “alta velocidade” pode gerar?

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Apêndice D - 3º PRÉ – TESTE (individual)



**INSTITUTO FEDERAL DE ALAGOAS – IFAL**

**Campus Santana do Ipanema – (Sertão)**

**Professor: Ronaldo Jorge Corrêa Filho**

**Disciplina: Física**

**Série: 1º ano do Ensino Médio**

**Aluno: \_\_\_\_\_ Data: 28/07/2015**

### 3º PRÉ – TESTE (individual)

#### Levantamento dos Conhecimentos Prévios (Pré-teste) sobre Aceleração Instantânea

1) O que é acelerar?

---



---



---



---



---

2) A luz se move com velocidade de 300000 km/s no vácuo. A luz é pouco, média, ou muito acelerada?

---



---



---



---

3) O que significa uma aceleração constante de  $10 \text{ m/s}^2$ ?

---



---



---



---

4) Quando jogamos um corpo para cima, o que acontece com ele?

---



---



---



---

5) O que é inércia?

---

---

---

---

---

6) Elabora uma pergunta sobre aceleração.

---

---

---

---

**Apêndice E - 4º PRÉ – TESTE (individual)****INSTITUTO FEDERAL DE ALAGOAS – IFAL****Campus Santana do Ipanema – (Sertão)****Professor: Ronaldo Jorge Corrêa Filho****Disciplina: Física****Série: 1º ano do Ensino Médio****Aluno: \_\_\_\_\_ Data: 11/08/2015****4º PRÉ – TESTE (individual)****Levantamento dos Conhecimentos Prévios (Pré-teste) sobre Vetores**

1) Qual a diferença entre direção e sentido?

---

---

---

---

---

---

2) A velocidade é 30 m/s. Você entendeu?

---

---

---

---

---

---

3) Para você, o que um vetor?

---

---

---

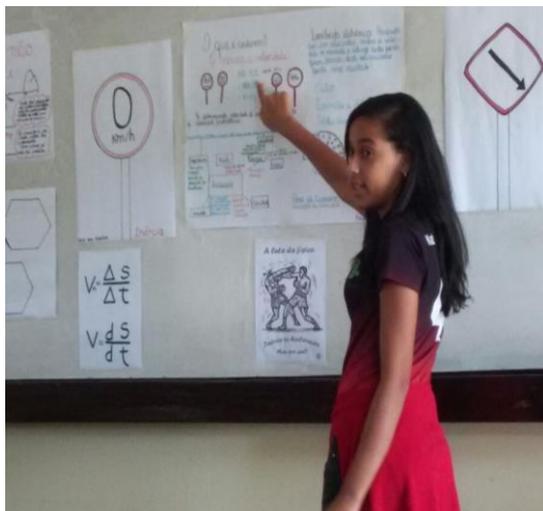
---

---

---

4) Você sabe utilizar o teorema de Pitágoras?

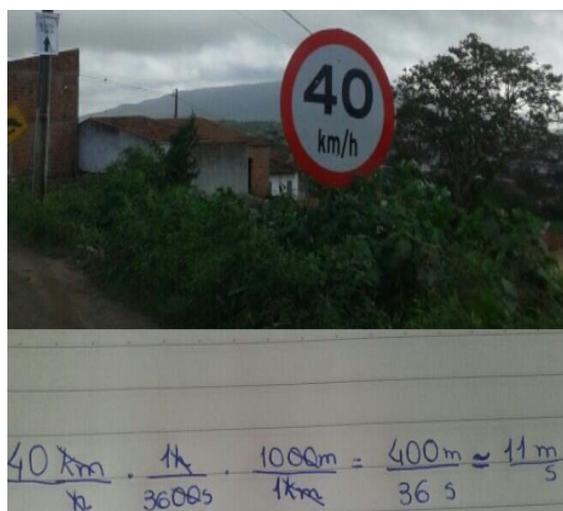
## Apêndice F - FOTOS DE ATIVIDADES DE APRENDIZAGEM



Figuras 1 e 2 : Seminário - A Blitz da Física



Figura 3: Seminário - A Blitz da Física



Figuras 4 e 5: Atividade individual extra classe



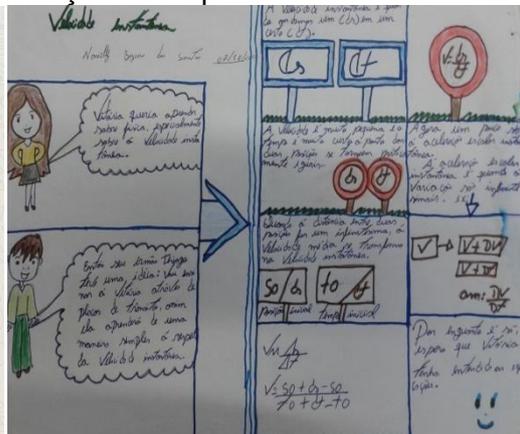
Figuras 5, 6 e 7: Atividades Colaborativas



Figuras 8 e 9: Construção e Apresentação de Mapas Conceituais



E a outra t+dt que no caso (dt) indica o tempinho gasto para nos deslocarmos de um ponto ate outro



Figuras 10, 11 e 12: Atividades lúdicas feitas pelos alunos para explicar os conteúdos de velocidade e aceleração instantâneas

## Apêndice G - ATIVIDADE AVALIATIVA COM CONSULTA



INSTITUTO FEDERAL  
ALAGOAS  
Câmpus Santana do Ipanema

### ATIVIDADE AVALIATIVA COM CONSULTA

ALUNO(A): \_\_\_\_\_

SÉRIE: \_\_\_\_\_

TURMA DO CURSO: \_\_\_\_\_

DATA: 27/08/2015.

01. Escreva algumas unidades de medida para as grandezas: distância, tempo e velocidade. Quais as unidades do SI para as grandezas: posição, tempo, velocidade, aceleração, massa e Força?
02. Você sabe transformar 15min em segundos? E em horas? E a velocidade de 5m/s em km/h? E 72km/h em m/s? Se sim, faça! Você sabia que podemos transformar unidades através de um fator unitário, ou seja, multiplicando por 1? Na expressão:  $S = 2t$  e  $S = 6t^2$  "S" indica posição. No SI, qual a unidade dos coeficientes "2" e "6"?
03. Qual o papel da velocidade?
04. O que significa uma velocidade média de 80km/h? Crie uma situação com dois trechos ou mais cuja velocidade média total dê 80km/h.
05. Qual a função do velocímetro de um carro? E a função de uma lombada eletrônica?
06. Qual a diferença entre posição e distância? Tempo e intervalo de tempo? Qual a diferença entre infinito e infinitésimo, de acordo com suas palavras?
07. Qual a diferença entre "variação média" e "variação instantânea"? Explique a seguinte afirmação: "A velocidade escalar instantânea é uma velocidade média".
08. Você sabe desenvolver os seguintes produtos notáveis:  $(x + 5)^2$ ,  $(x + 5)^3$ ? O que significa um infinitesimal elevado ao quadrado:  $dt^2$ ? Desenvolva:  $(S + ds)^8$  e  $(t + dt)^{13}$ . Os produtos notáveis dessa questão têm um nome especial. Qual é?
09. A luz propaga-se no vácuo com a imensa velocidade de 300 000 km/s. No vácuo, a luz acelera muito ou pouco? Explique.
10. Qual a diferença entre velocidade e aceleração?
11. A Física constatou que nosso corpo é um acelerômetro e não um velocímetro. Como você interpretaria essa frase?
12. Escreva três unidades para a grandeza aceleração?
13. O que significa acelerar? Normalmente, quantos pedais de acelerador têm em um carro?
14. Explique essa frase: "a aceleração escalar instantânea é uma aceleração média".
15. Qual o valor da aceleração da gravidade?
16. O que é um movimento variado? Qual o nome do movimento cuja aceleração é constante?
17. O que é inércia? Dê exemplos. Qual a relação entre inércia e aceleração?
18. O que significa uma aceleração constante de  $3m/s^2$ ?

19. Qual a diferença entre direção e sentido? Ou são iguais?
20. Se eu digo assim: “minha velocidade é 20m/s”, essa informação sobre velocidade é completamente entendível? Por que?
21. Qual a diferença entre um número e um vetor?
22. Todo versor é um vetor? E todo vetor é um versor? Explique.
23. Qual a diferença entre grandeza escalar e grandeza vetorial? Dê exemplos.
24. Na biologia, a expressão “vetor” é usada. O que é um vetor no contexto biológico?
25. Metaforicamente o que seria o cursor que aparece nas telas de todos os computadores do mundo?
26. A força é uma grandeza escalar? Explique.
27. Considere o seguinte vetor posição para uma partícula:  $\mathbf{S} = t^5\mathbf{j}$ , onde  $\mathbf{j}$  é o versor da direção vertical. Adote o SI. Responda:
- Qual o papel do vetor posição, vetor velocidade instantânea e vetor aceleração instantânea?
  - Ache as expressões vetoriais da velocidade vetorial instantânea e aceleração instantânea.
  - Considerando um plano cartesiano, qual a posição dessa partícula em 1s? Para onde a partícula tende a ir no instante 1s? Em 1s, essa partícula tem um movimento retardado ou acelerado? Desenhe os vetores posição, velocidade instantânea e aceleração instantânea no instante 1s.

## Apêndice H - TEXTOS ELABORADOS PELOS ALUNOS



### INSTITUTO FEDERAL DE ALAGOAS – IFAL

#### Campus Santana do Ipanema – (Sertão)

#### Atividade realizada no dia 28 de agosto de 2015.

**01) Em grupo, elaborem um texto, contendo erros físicos, o qual deverá ser corrigido pelo outro grupo.**

Texto criado pelo grupo: **The Fisick's (A1, A2, A7, B1, B2)**

Texto corrigido pelo grupo: **Rosa dos Ventos (A3, A4, A5, A6, B3)**

Eu e meus quatro amigos estávamos em uma viagem nas férias de verão. Seria preciso percorrer 240KM de nossa cidade até o local onde passaríamos as férias. No caminho, acho que no KM 85, vimos uma placa com um versor de unidade 3 e mais a frente perto do KM 115 avistamos um vetor de módulo 2 e sentido inclinado. Seguimos viagem, estávamos a uma velocidade de 30Km/h, saímos de nossa cidade as 08hrs00m para chegarmos ao local, exatamente as 16hrs, por esse motivo mantivemos a velocidade constante de 30Km/H.

Finalmente chegamos, logo em frente ao hotel onde ficaríamos hospedados, havia uma placa que dizia, “Restaurante a 3KM, porções por quilograma – havia uma seta que tinha direção sudoeste e sentido horizontal – ou a peso por apenas 10,00 reais.”

Depois que nos acomodamos no hotel e nos alimentamos no restaurante, fomos a uma festa que ficava a 5km do hotel, para chegarmos rápido mantivemos a velocidade constante com aceleração variável. Durante o caminho para a festa paramos para abastecer, tinha uma enorme placa que indicava que o posto era aberto 24Hs.

Seguindo diante, logo vimos uma placa que dizia: “Party House – local onde estava acontece a festa – a 60mtr”.



**INSTITUTO FEDERAL DE ALAGOAS – IFAL**  
**Campus Santana do Ipanema – (Sertão)**

**Atividade realizada no dia 28 de agosto de 2015.**

**01) Em grupo, elaborem um texto, contendo erros físicos, o qual deverá ser corrigido pelo outro grupo.**

Texto criado pelo grupo: **Rosa dos Ventos (A3, A4, A5, A6, B3)**

Texto corrigido pelo grupo: **The Fisick's (A1, A2, A7, B1, B2)**

Um grupo de alunos decidiu fazer um mapeamento das placas de trânsito. Eles começaram o mapeamento no Km 34, encontraram seis placas ao total quando chegaram ao Km 84.

A primeira placa indicava 30 Km/H em uma área escolar. A segunda placa continha um versor de direção sudoeste que indicava um museu próximo ao local. A terceira placa indicava um velocímetro logo à frente. Já adiante havia uma outra placa em que havia um vetor indicando uma curva a direita. A quinta continha um indicador de velocidade: 50Km/s. Na sexta e última placa continha a indicação que o Restaurante Sete Sabores se encontrava a 2Km dali.

Ao final da expedição eles concluíram o mapeamento de uma região de 50Km, onde a velocidade média do percurso total era de 40Km/H.

## Apêndice I - PROVA FINAL



INSTITUTO FEDERAL  
ALAGOAS  
Câmpus Santana do Ipanema

**INSTITUTO FEDERAL DE ALAGOAS – IFAL**

**Câmpus Santana do Ipanema – (Sertão)**

**Professor: Ronaldo Jorge Corrêa Filho**

**Disciplina: Física**

**Série: 1º ano do Ensino Médio**

**Aluno: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_  
/2015**

### PROVA FINAL

01. Explique o que você entende por unidade de medida?
02. Comente e exemplifique sobre o que é uma grandeza física?
03. Como se chama o nome dado ao conjunto de unidades padronizadas mais utilizadas no campo científico?
04. Narielle mora em um sítio próximo à escola e vai caminhando para casa. Em seu trajeto, ela se deparou com duas placas:



Figura 1- Placa de trânsito  
Fonte: o autor



Figura 2- Placa de trânsito  
Fonte: o autor

Embora essas placas estejam em km, segundo a física, qual a diferença entre os seus significados?

05. De acordo com o conjunto de unidades padronizadas no campo científico, quais são as unidades de comprimento, tempo, velocidade, aceleração e massa?

06. Muitas vezes, precisamos mudar as unidades nas quais uma grandeza física está expressa, o que pode ser feito através de vários métodos. Dentre os métodos de transformação de unidades, foi enfatizado, em nossas aulas, o método que utiliza a multiplicação por 1. O que você entende por esse método?

07. Ao caminhar por uma BR, verificamos uma placa que indicava as seguintes distâncias:



Figura 3- Placa indicativa de distâncias  
Fonte: o autor

Escolha uma dessas distâncias e transforme para metro.

08. O Professor Ronaldo foi visitar a sua mãe e, próximo à casa dela, se deparou com a seguinte placa:



Figura 4- Placa indicativa de velocidade máxima  
Fonte: o autor

Transforme a medida dessa velocidade para metros por segundo.

09. Durante uma viagem para Recife, Miguel percebeu que estava na hora do almoço e viu o seguinte anúncio:



Figura 5- Placa artesanal  
Fonte: o autor

De acordo com as unidades adotadas no Brasil e no campo científico, há erro na grafia da unidade representada na placa?

10. Comente a diferença entre infinito e infinitésimo, de acordo com as suas palavras?

11. Um carro, durante um movimento retilíneo, passa por uma placa que indica uma posição  $S$

Qual seria a indicação da próxima placa para que o carro percorresse um infinitésimo de distância?

12. De acordo com as explicações anteriores sobre o Binômio de Newton, desenvolva:  $(a + b)^3$ .

13. Desenvolva o seguinte Binômio de Newton que contém um elemento infinitesimal:  $(t + dt)^9$ .

14. Com as suas palavras, explique o que significa a velocidade instantânea.

15. A posição de um móvel obedece a seguinte equação horária da posição:  $S = t^7$ . Qual a expressão da velocidade escalar instantânea desse móvel?

16. Ana Laura, durante o trajeto com o seu carro, observou uma placa que indicava:



Figura 6- Placa de trânsito  
Fonte: o autor

Qual o conceito físico abordado por essa placa?

17. Observe a tabela abaixo e complete de acordo com as siglas referentes a cada movimento:

Movimento Uniforme = MU; Movimento Variado = MV; Movimento Uniformemente Variado = MUV.

Velocímetro do Carro	Indicação de Velocímetro no instante 1s	de	Indicação de Velocímetro no instante 2s	de	Indicação de Velocímetro no instante 3s	Sigla que indica o tipo de movimento
FUSCA	10 km/h		20 km/h		30 km/h	
LOGAN	10 km/h		20 km/h		50 km/h	
ECO SPORT	10 km/h		10 km/h		m/h	

Tabela 1 – Tabela de movimentos  
Fonte: o autor

18. Os estudos físicos constataram que, aproximadamente, durante um piscar de olhos, a luz consegue dar sete voltas e meia no planeta terra. Mantendo essa grande velocidade, o que podemos dizer sobre a aceleração da luz?

19. A propriedade que os corpos têm em resistir à mudança de velocidade, por exemplo, estando um carro parado ou em movimento, sem mudar a posição do ponteiro do velocímetro chama-se?

20. A equação horária da velocidade que rege o movimento de um avião é:  $v = 3t^{12}$ . Qual a expressão da aceleração escalar instantânea desse avião?

21. Fiz uma viagem de carro e me deparei com a seguinte placa:



Figura 7 - Placa de trânsito  
Fonte: o autor

Quais as características vetoriais expressas por essa placa?

22. Explique a seguinte afirmação: todo versor é um vetor, mas nem todo vetor é um versor.

23. Sabendo que  $\mathbf{i}$  e  $\mathbf{j}$  são os versores da horizontal e da vertical, respectivamente, quais as características do vetor velocidade  $\mathbf{v} = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$ ?

24. Considere o vetor velocidade instantânea para um carro:  $\mathbf{v} = t^6\mathbf{i}$ , onde  $\mathbf{i}$  é o versor da horizontal. No instante 1 s, o movimento desse carro é acelerado ou retardado?

25. O vetor posição de uma partícula é dado pela seguinte expressão:  $\mathbf{S} = t^{10}\mathbf{j}$ , onde  $\mathbf{j}$  é o versor da vertical. Qual a expressão vetorial do vetor aceleração instantânea?

## Apêndice J - LIVRETO

### LIVRETO

Este livreto contém estratégias facilitadoras de ensino e aprendizagem, dispostos em cinco Tópicos que levam os alunos dos primeiros anos do Ensino Médio a aprender com significado os conceitos de velocidade e aceleração instantâneas, em uma perspectiva escalar e vetorial, em movimentos retilíneos.

A decisão de elaborar este material foi motivada não só pelo fato de os alunos terem demonstrado interesse em estudar esses conceitos, por sentirem dificuldades ou para melhorar o seu conhecimento em Física, mas também para ratificar que esses conteúdos, apresentados por vários autores, podem ser ensinados de outra forma, que tenha significado para o aluno. Nesse contexto, debruçamo-nos a elaborar o produto educacional que compõe esta dissertação, de modo a oferecer, tanto para professores quanto para alunos, um material potencialmente significativo.

### TÓPICO 1

#### GRANDEZAS, UNIDADES, PREFIXOS E TRANSFORMAÇÕES

##### 1.1 LEVANTAMENTO DOS CONHECIMENTOS PRÉVIOS

Somos seres que pensamos, sentimos e agimos. A reflexão e o resgate dos conhecimentos prévios são essenciais para ajudar a compreender quais os conhecimentos da Física que os alunos possuem em sua mente, para ensinarmos de acordo. Portanto, antes de estudar o Tópico 1, que aborda os conteúdos: Grandezas físicas, Unidades de medida, Prefixos físicos, Sistema Internacional de Unidades e Transformação de Unidades, responda às seguintes atividades:

01. Responda com suas palavras:

a) O que é uma grandeza física?

---

---

---

b) O que é unidade de medida?

---

---

---

c) O que significa a sigla SI?

---

---

---

---

d) O que é uma fração unitária?

---

---

---

---

e) Cite uma relação entre unidades de medida de uma mesma grandeza que você conhece.

---

---

---

---

f) Você sabe transformar 36 km/h em m/s? Se souber, transforme.

---

---

---

---

g) Em sua opinião, o que dificulta o aprendizado da Física?

---

---

---

---

02. Como é importante compartilhar conhecimentos. Vamos a uma atividade colaborativa. Observem as embalagens de produtos trazidas pelo professor que são facilmente encontradas em mercados ou farmácias. Cada grupo pegue duas ou três dessas embalagens. Em seguida, cada grupo deve construir e preencher a tabela 1 (a quantidade de linhas horizontais desta tabela será a quantidade de embalagens trazidas pelo professor), abaixo, com informações contidas nas embalagens de cada produto. Depois, troquem as embalagens entre os grupos e continuem completando a tabela, até que todas as embalagens sejam registradas:

**Tabela 1** – Experimento com as embalagens

<b>PRODUTO</b>	<b>UNIDADE EXPOSTA ( )</b>	<b>PREFIXO FÍSICO ( )</b>
Caixa de comprimido	miligrama (mg)	mili (m)
...	...	...

**Fonte:** o autor

Após preencherem a Tabela 1, Respondam às questões:

a) Os produtos que representam a grandeza massa têm algo em comum? Justifique sua resposta.

---



---



---

b) Os produtos que representam a grandeza volume têm algo em comum? Justifique sua resposta.

---



---



---

c) Os produtos que representam a grandeza comprimento têm algo em comum? Justifique sua resposta.

---



---



---

d) Liste os produtos que representam a grandeza massa. Note que as suas unidades de medida não são iguais. Coloque esses produtos em ordem crescente, de acordo com suas unidades de medida. Qual a influência dos prefixos nessa ordem?

---



---



---

## 1.2 GRANDEZA FÍSICA E UNIDADE DE MEDIDA

“Em Física, números servem para quantificar propriedades relacionadas a objetos ou ao movimento de objetos”. (OLIVEIRA, 2010, p. 4).

Grandeza física é o que pode ser medido utilizando-se um instrumento apropriado. A rigor, podemos medir uma porta? Não! O que podemos medir, por exemplo, é a altura da porta. Por isso, a altura é uma grandeza física, mas a porta, não. Discuta com os seus colegas: A velocidade é uma grandeza física? E o tempo?

Como quantificar uma grandeza física? Bem, precisamos de um padrão adotado que corresponderá à unidade da grandeza física em questão. Por exemplo, 3 litros de suco de laranja têm um volume equivalente ao triplo da quantidade de um padrão ou unidade, que é o litro (L); um rolo de 60 metros de papel higiênico tem um comprimento 60 vezes maior do que uma unidade de medida padrão de comprimento, que é o metro (m); e assim por diante. Medir é comparar, ou seja, é saber quantas vezes o padrão ou unidade de medida cabe na medição. Portanto, nos exemplos anteriores, o volume do suco e o comprimento do papel são as grandezas físicas, já o litro (L) e o metro (m) são as suas unidades de medida, respectivamente.

É impressionante como as grandezas físicas e suas unidades de medida estão presentes em nosso cotidiano. As placas de trânsito e bulas de remédio representam ótimos exemplos:

**Figura 1** - Placa de trânsito



**Fonte:** o autor

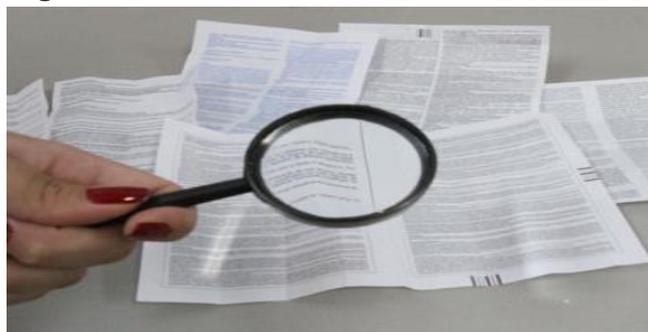
Esta placa (figura 1) indica que, a partir da mesma, devem-se percorrer 20 km, 95 km e 219 km para chegar a Jupi, Caruaru e Recife, respectivamente. Qual a grandeza física e a unidade de medida mostradas pela placa?

---

---

---

**Figura 2** - Bula de remédio



**Fonte:** <http://www.correiodeuberlandia.com.br/>

Vamos supor que na figura 2, a lupa esteja visualizando o seguinte trecho, bastante comum, de uma bula de remédio: (...) “quando conservado em temperatura ambiente (entre 15 °C e 30 °C) e ao abrigo de luz e umidade, apresenta uma validade de 24 meses a contar da data de sua fabricação. Nunca use medicamentos com o prazo de validade vencido. Além de não obter o efeito desejado, pode prejudicar a sua saúde”. Quais as grandezas físicas e unidades de medida citadas neste trecho da bula?

---



---



---



---

### 1.3 PREFIXOS FÍSICOS

Os prefixos são colocados antes de palavras principais para, basicamente, mudar-lhes o sentido. Por exemplo, o prefixo de origem grega **a** dá a ideia de negação em **afônico**.

Os prefixos físicos seguem essa dinâmica e representam quantidades. Em nossa prática colaborativa que envolveu as embalagens dos produtos, percebemos que a palavra **quilo** representa **1000**, **centi** representa **centésima parte** (1/100) e **mili** representa **milésima parte** (1/1000). Por exemplo, um quilograma = 1 kg = 1000 g. Um centímetro = 1 cm = 1/100 do metro.

Seria conveniente representarmos a distância entre Brasil e Japão em metros (m)? Não! É mais conveniente medir essa grande distância em quilômetros (km). Este é um típico exemplo que nos mostra a importância do prefixo físico “quilo” (k). Discuta com o seu professor: Qual seria uma unidade conveniente para medir a distância entre a Terra e o Sol?

Pesquise e complete a tabela 2:

**Tabela 2** – Alguns prefixos físicos

NOME	SÍMBOLO	QUANTIDADE
Quilo	K	1000 ou $10^3$
Mili	M	1/1000 ou $10^{-3}$
Mega		
Giga		
Deci		
Micro		
Nano		

Fonte: o autor

### 1.4 SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES (SI)

Em um passado remoto, cada país definia suas próprias unidades de medida. Por exemplo, imagine que em um jogo de barrinha (futebol com barras de gol

pequenas) tivéssemos que marcar a distância das barrinhas até um centro imaginário, onde se coloca a bola para iniciar o jogo, e para isso, usasse uma unidade de medida criada por nós chamada **passo**. São dez passos entre cada barrinha e o centro imaginário do espaço onde haverá o jogo. Vamos supor que o mais alto da turma conte os seus dez passos de uma barrinha até o centro e o mais baixo conte, também, os seus dez passos da outra barrinha até o centro. Seria um jogo honesto em termos de dimensão do espaço? Claro que não! Vamos para proporções maiores: na era globalizada em que atualmente vivemos, se cada país definisse as suas próprias unidades de medida, como seria o intercâmbio entre eles? Dificílimo! Na Inglaterra, por exemplo, eram usadas as seguintes unidades: **Jarda** (é a distância entre o nariz do rei e a extremidade de seu polegar) e **Pé** (equivale ao comprimento do pé do rei). O interessante era quando o Rei mudava, pois, as unidades de medida tinham que mudar também. É problema! (DOCA; BISCOLOLA; BÔAS, 2007).

Naturalmente, surgiu a necessidade de um conjunto de unidades de medida bem definidas, adotado em todos os países e que assim, estabelecesse uma comunicação eficaz entre eles: é o Sistema Internacional de Unidades, SI.

O SI que recebeu este nome em 1960, teve como propósito de sua criação a necessidade de um sistema prático mundialmente aceito nas relações internacionais, no ensino e no trabalho científico, sendo, naturalmente, um sistema que evolui de forma contínua para refletir as melhores práticas de medição que são aperfeiçoadas com o decorrer do tempo. (INMETRO, 2012, p. 06).

O SI apresenta sete unidades de base, mas para o nosso foco, que é o início da Mecânica, conheceremos três, listadas na tabela 3, dessas unidades de base.

**Tabela 3** – Grandezas e unidades de base para a Mecânica

<b>GRANDEZA</b>	<b>UNIDADE, SÍMBOLO</b>
Comprimento	metro, m
Tempo	segundo, s
Massa	quilograma, kg

**Fonte:** o autor

As unidades de base do SI são importantíssimas, pois as demais unidades do SI serão escritas a partir dessas unidades básicas. Por exemplo, as grandezas velocidade e aceleração são chamadas de **grandezas derivadas**, pois as suas unidades de medida derivam das unidades de base: metro e segundo. Nos capítulos 3 e 4, detalharemos sobre as grandezas velocidade e aceleração, mas neste momento, você precisa saber que as unidades de velocidade e aceleração, adotadas no SI, são, respectivamente: **m/s** e **m/s<sup>2</sup>**. Existem muitas outras grandezas derivadas além da velocidade e aceleração, por exemplo: área, volume, massa específica e densidade superficial. Pesquise e complete a tabela 4:

**Tabela 4** - Algumas grandezas derivadas e suas unidades no SI.

<b>ALGUMAS GRANDEZAS DERIVADAS</b>	<b>UNIDADES DE MEDIDA NO SI</b>
Área	
Volume	
Massa específica	
Densidade superficial	

**Fonte:** o autor

É fundamental conhecermos alguns padrões do SI orientados pelo Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia (INMETRO) para a grafia (escrita) de nomes e símbolos das unidades e expressão dos valores das grandezas, pois ao escrevermos corretamente, comunicamo-nos melhor e esses padrões facilitarão a leitura de artigos científicos e técnicos, que tanto contribuem para a nossa aprendizagem.

#### • **ALGUNS PADRÕES DO SI**

Em geral, os símbolos das unidades são escritos em letras minúsculas, porém, se o nome da unidade deriva de um nome próprio, a primeira letra do nome é maiúscula. Por exemplo, o símbolo da unidade metro (unidade da grandeza comprimento) é **m** e o símbolo da unidade Newton (unidade da grandeza força) é **N**.

Os símbolos das unidades são entidades matemáticas e não abreviações. Logo, não devem ser seguidos de ponto, exceto se estiverem localizados no final da frase. Como exemplo, observe o parágrafo imediatamente acima e note que no símbolo que representa a unidade metro, não coloquei o ponto, mas no símbolo que representa a unidade Newton, por estar no final da frase, coloquei o ponto.

Os símbolos não variam no plural e não se misturam símbolos com nomes de unidades numa mesma expressão. Escreve-se 46 cm e não 46 cms. Não podemos escrever, por exemplo, 50 metros/s, pois, em uma mesma expressão, só representamos as unidades apenas por símbolos ou apenas pelos seus nomes.

Quando se utiliza um prefixo físico, esse faz parte da unidade e precede o símbolo da unidade, sem espaço entre o símbolo do prefixo e o símbolo da unidade. Um prefixo deve acompanhar uma palavra ou símbolo, portanto, um prefixo jamais é empregado sozinho. Por exemplo, escreve-se km e não k m;

O prefixo quilo (k) é um dos mais usados e segundo o SI, ele sempre deve ser escrito por um k minúsculo, diferentemente do que podemos ver com frequência em açougues, feiras, mercados, mercearias, restaurantes e placas de sinalização de trânsito.

O uso correto dos símbolos das unidades do SI e das unidades em geral é obrigatório. Isso evita as ambiguidades e os erros de compreensão referentes aos valores das grandezas físicas.

Quanto à grafia do valor de uma grandeza, o valor numérico sempre precede a unidade e sempre existe um espaço entre o número e a unidade. Assim, o sinal de

multiplicação entre um número e a unidade é representado pelo espaço, logo se escreve 7 m e não 7m (INMETRO, 2012).

**Figura 3** – Anúncio de um posto de combustível



Fonte: o autor

Observando a figura 3, há algum erro na grafia das unidades em relação ao SI? Justifique sua resposta.

---



---



---

- **ATIVIDADE COM O WHATSAPP:**

Após o conhecimento de alguns padrões do SI orientados pelo Inmetro, cada aluno deve fotografar placas de trânsito, revistas, jornais, informes, isto é, de anúncios em geral que mostrem erros quanto à grafia das unidades do SI. Depois, legende essas fotos com a grafia correta, segundo o SI, e poste em nosso grupo do WhatsApp. Em seguida, organizaremos grupos, na sala de aula, para debatermos sobre essas postagens.

## 1.5 TRANSFORMAÇÃO DE UNIDADES

O SI é o único sistema de unidades que é reconhecido universalmente, de modo que ele tem uma vantagem distinta quando se estabelece um diálogo internacional. Outras unidades, isto é, unidades não-SI, são geralmente definidas em termos de unidade SI (BIPM, 2006, p. 05).

Em Física, é comum transformar unidades que não são do SI em unidades que são do SI.

Existem muitos métodos para se transformar unidades e todos eles são bastante válidos, principalmente, quando se entende o que se está fazendo. Mas existe, um método, muito significativo para a mecânica, que transforma unidades através da multiplicação pelo número 1. Como assim?

Por exemplo, 1 km é igual a 1000 m, logo 1000 m dividido por 1 km vale quanto? Muito bem! Vale 1. Cuidado, não estou dizendo que 1000 dividido por 1 é 1! Perceba como é importante observar as unidades! Portanto, a divisão (fração)  $1000 \text{ m}/1 \text{ km}$  representa um fator unitário ou fração unitária. E qual a vantagem em termos um fator unitário? A resposta é linda: quando o valor de uma medida é multiplicado por um fator unitário, o valor da medida não se altera, ou seja, a medida continua sendo a mesma, só que, após a transformação, estará expressa em outra unidade. E é exatamente isso que queremos!

Para converter 5 km em metros, por exemplo, procedemos assim: temos que multiplicar 5 km por uma fração unitária que cancele a unidade indesejada quilômetro (km) e sobre a unidade desejada metro (m). Como em 5 km, a unidade km está no numerador, multiplicamos 5 km por uma fração unitária que tenha a unidade km no denominador para podermos simplificar, ou seja:

$5 \text{ km} = (5 \text{ km}) (1000 \text{ m}/1 \text{ km}) = 5000 \text{ m}$ . Como 5 km foi multiplicado por 1 ( $1000 \text{ m}/1 \text{ km}$ ) e foi obtido 5000 m, de fato,  $5 \text{ km} = 5000 \text{ m}$ .

A grande pergunta para se transformar unidades através das frações unitárias é: qual a fração unitária que usarei para converter uma unidade de medida? Temos que pensar, mas para isto, é importante conhecermos algumas relações importantes para a Mecânica que estão representadas na tabela 5:

**Tabela 5** – Relações entre unidades que não são do SI com unidades do SI

GRANDEZA	NOME DA UNIDADE (SÍMBOLO)	RELAÇÃO COM AS UNIDADES DO SI
Comprimento	quilômetro (km)	$1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$
Tempo	minuto (min) hora (h)	$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$ $1 \text{ h} = 60^2 \text{ s}$
Massa	grama (g) tonelada (t)	$1000 \text{ g} = 1 \text{ kg}$ $1 \text{ t} = 1000 \text{ kg}$

**Fonte:** o autor

Resumindo, devemos encontrar, e não decorar, uma fração unitária de conversão que cancele a unidade indesejada e para isso, basta observar se a unidade indesejada está no numerador ou denominador.

## EXEMPLOS COMENTADOS SOBRE TRANSFORMAÇÕES DE UNIDADES

Observe as resoluções e reflita sobre os comentários

01. Converta para unidades do SI, utilizando a multiplicação por 1:

a) 2 min

**COMENTÁRIO E RESOLUÇÃO:**

Queremos converter minuto (min) para segundo (s), já que, no SI, a unidade da grandeza tempo é segundo. Para converter 2 min em segundo, temos que multiplicar 2 min por uma fração unitária que cancele a unidade indesejada minuto (min) e sobre a unidade desejada segundo (s). Como em 2 min, a unidade min está no numerador, multiplicamos 2 min por uma fração unitária que tenha a unidade min no denominador para podermos simplificar, ou seja:

$2 \text{ min} = (2 \text{ min}) (60 \text{ s}/1 \text{ min}) = 120 \text{ s}$ . Como 2 min foi multiplicado pela fração unitária  $(60 \text{ s}/1 \text{ min})$  que vale 1 (elemento neutro da multiplicação) e foi obtido 120 s, de fato,  $2 \text{ min} = 120 \text{ s}$ .

b) 1 h (Dica: 1 h vale 60 min)

**COMENTÁRIO E RESOLUÇÃO:**

Queremos converter hora (h) para segundo (s), já que, no SI, a unidade da grandeza tempo é segundo. O interessante, neste exemplo, é que vamos usar, para aproveitar a dica, duas frações unitárias, onde a primeira  $(60 \text{ min}/1 \text{ h})$  converterá hora em minuto e a segunda  $(60 \text{ s}/1 \text{ min})$ , minuto em segundo, isto é:

$$1 \text{ h} = (1 \text{ h}) (60 \text{ min}/1 \text{ h}) (60 \text{ s}/1 \text{ min}) = 3600 \text{ s}$$

Não importa se usamos duas frações unitárias, já que a multiplicação entre duas frações unitárias, ou seja, de 1 por 1 dá 1! Portanto, como multiplicamos 1 h por 1 (elemento neutro da multiplicação) e obtivemos 3600 s, realmente,  $1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$ . Porque, na tabela 5, 1 h vale  $60^2 \text{ s}$ ?

c) 72 km/h

**COMENTÁRIO E RESOLUÇÃO:**

Queremos transformar quilômetro (km) em metro (m) e hora (h) em segundo (s), já que, no SI, a unidade de velocidade é metro por segundo (m/s). Como queremos realizar duas transformações, usaremos, mais uma vez, duas frações unitárias, onde a primeira  $(1000 \text{ m}/1 \text{ km})$  converterá km em m e a segunda  $(1 \text{ h}/3600 \text{ s})$ , h em s, ou seja:

$$72 \text{ km/h} = (72 \text{ km/h}) (1000 \text{ m}/1 \text{ km}) (1 \text{ h}/3600 \text{ s}) = (720/36) \text{ m/s} = 20 \text{ m/s}$$

Perceba que em 72 km/h, a unidade km está no numerador e a unidade h, no denominador. Portanto, para haver os cancelamentos dessas unidades, a unidade km ficou no denominador e a unidade h, no numerador de suas respectivas frações unitárias. Como multiplicamos 72 km/h por 1 (elemento neutro da multiplicação) e obtivemos 20 m/s, de fato,  $72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$ .

### TENTE FAZER

01. Através de frações unitárias, faça as seguintes transformações de unidades:

a) 5 min para s

b) 240 s para min

c) 1500 m para km

d) 70 km para m

e) 4 h para s

f) 7200 s para

g) 10 m/s para km/h

h) 18 km/h para m/s

02. Quem é mais rápido: Miguel se movimentando com 1 km/h ou Luiz, com 1 m/s? Justifique sua resposta.

- **ATIVIDADE COM O WHATSAPP**

Fotografe placas de trânsito ou anúncios em geral que não estejam representados por unidades do SI. Depois, faça uma legenda, embaixo da foto, que mostre a conversão para as unidades do SI através da multiplicação por 1. Poste em nosso WhatsApp para discutirmos.

## TÓPICO 2

### 2 BINÔMIO DE NEWTON E INFINITÉSIMOS

#### 2.1. LEVANTAMENTO DOS CONHECIMENTOS PRÉVIOS

Somos seres que pensamos, sentimos e agimos. A reflexão e o resgate dos conhecimentos prévios são essenciais para ajudar a compreender quais os conhecimentos da Física que os alunos possuem em sua mente para ensinarmos de acordo, portanto, antes de estudar o Capítulo 2 que aborda os conteúdos: Binômio de Newton e Infinitésimos, responda às seguintes atividades:

01. Responda com suas palavras:

a) Para você, o que é um binômio?

b) Desenvolva os seguintes produtos notáveis:  $(x + 3)^2$  e  $(x + 5)^3$

c) Você sabe o que é um Binômio de Newton?

---



---



---



---

d) Para você, qual o significado da palavra infinitesimal?

---



---



---



---

## 2.2 INTRODUÇÃO

O Binômio de Newton é toda expressão com o formato  $(A + B)^n$ , onde o expoente  $n$  é um número natural (0, 1, 2, 3, 4, 5, ...). O estudo do desenvolvimento do Binômio de Newton, é muito significativo para o entendimento de grandezas instantâneas da física que serão abordadas nos capítulos 3 e 4.

## 2.3 TRIÂNGULO DE PASCAL

O Triângulo de Pascal é uma disposição numérica com infinitas linhas (números dispostos na horizontal). Observe o Triângulo de Pascal com as suas cinco primeiras linhas:

1  
 1 1  
 1 2 1  
 1 3 3 1  
 1 4 6 4 1  
 (.....)

Observe algumas propriedades, segundo Hazzan (1977):

- 1° Em cada linha do Triângulo, o primeiro elemento e o último valem 1;
- 2° A partir da terceira linha, cada elemento (com exceção do primeiro e do último) é a soma do elemento imediatamente acima dele com o antecessor localizados na linha anterior. Por exemplo, observe o penúltimo número da quinta linha do Triângulo de Pascal. É o número 4. Note que esse 4 é a soma do número que está imediatamente acima dele (1) com o antecessor (3)

- Qual seria a sexta linha do Triângulo de Pascal?

## 2.4 DESENVOLVIMENTO DO BINÔMIO DE NEWTON

Como obter o resultado, por exemplo, do Binômio de Newton  $(A + B)^3$ ?

Devemos nos lembrar de que o expoente 3 significa que a base  $(A + B)$  será multiplicada por ela mesma, três vezes, ou seja:

$$(A + B)^3 = (A + B) (A + B) (A + B) = 1A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + 1B^3$$

$$\text{Portanto: } (A + B)^3 = \mathbf{1A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + 1B^3}$$

Observe a interessante interpretação da Genética ao Binômio de Newton. Por exemplo:  $(A + B)^3$  = representa o somatório das possibilidades do nascimento de três filhos, onde A é o menino e B, a menina, ou seja:

Três meninos e nenhuma menina (AAA). Aqui, temos uma única possibilidade, os três filhos serem meninos, portanto, representa-se assim:  $1A^3$

Dois meninos e uma menina (AAB). Aqui, temos três possibilidades, a menina mais velha (BAA), a menina mais nova (AAB) e a menina como filha do meio (ABA), logo representa-se assim:  $3A^2B$

Um menino e duas meninas (ABB). Aqui, temos três possibilidades, o menino mais velho (ABB), o menino mais novo (BBA) e o menino como filho do meio (BAB), logo, representa-se assim:  $3B^2A$

Três meninas e nenhum menino (BBB): aqui, temos uma única possibilidade, os três filhos serem meninas, portanto, representa-se assim:  $1B^3$

Como foi dito, segundo a Genética, o Binômio de Newton é o somatório das possibilidades encontradas para cada caso, logo:

$$(A + B)^3 = \mathbf{1A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + 1B^3}$$

Como é bom relacionarmos as ciências!

- Desenvolva o Binômio de Newton  $(A + B)^4$  com o auxílio da Genética.

Você pode estar se perguntando: e para que serve o estudo do triângulo de Pascal?

Para responder essa pergunta, vamos desenvolver os cinco primeiros Binômios de Newton e perceber alguns padrões que serão importantes para a Física:

$$(A + B)^0 = 1$$

$$(A + B)^1 = (A + B) = 1A + 1B$$

$$(A + B)^2 = (A + B) (A + B) = 1A^2 + 2AB + 1B^2$$

$$(A + B)^3 = (A + B) (A + B) (A + B) = 1A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + 1B^3$$

$$(A + B)^4 = (A + B) (A + B) (A + B) (A + B) = 1A^4 + 4A^3B + 6A^2B^2 + 4AB^3 + 1B^4$$

Perceba que os coeficientes numéricos que estão destacados, acima, nos desenvolvimentos dos cinco primeiros Binômios de Newton formam as cinco primeiras linhas do Triângulo de Pascal (fantástico!):

**1**

**1 1**

**1 2 1**

**1 3 3 1**

**1 4 6 4 1**

Portanto, cada linha do Triângulo de Pascal representa os coeficientes numéricos de um Binômio de Newton, ou seja, no desenvolvimento do Binômio de Newton  $(A + B)^2$ , os seus coeficientes numéricos estão representados na 3ª linha do Triângulo de Pascal (**1 2 1**), em  $(A + B)^3$ , os coeficientes numéricos estão na 4ª linha do Triângulo de Pascal (**1 3 3 1**) e assim por diante.

Por exemplo, como desenvolver o Binômio  $(A + B)^5$  com o auxílio do Triângulo de Pascal?

Em primeiro lugar, vamos recorrer, novamente, à Genética:

Em  $(A + B)^5$ , as possibilidades do nascimento de 5 filhos, onde A representa o menino e B, a menina são:

5 meninos: ?  $A^5$

4 meninos e 1 menina: ?  $A^4B^1$

3 meninos e 2 meninas: ?  $A^3B^2$

2 meninos e 3 meninas: ?  $A^2B^3$

1 menino e 4 meninas: ?  $A^1B^4$

5 meninas: ?  $B^5$

Portanto:  $(A + B)^5 = ? A^5 + ? A^4B^1 + ? A^3B^2 + ? A^2B^3 + ? A^1B^4 + ? B^5$

As interrogações, acima, representam os coeficientes numéricos que estão na 6ª linha do Triângulo de Pascal, já que, em  $(A + B)^5$ , o expoente é 5, ou seja, se o expoente do Binômio é 3, consultamos a 4ª linha do Triângulo, se o expoente é 4, consultamos a 5ª linha do Triângulo e assim por diante. Logo, as interrogações no desenvolvimento de  $(A + B)^5$  são **1 5 10 10 5 1**, respectivamente (construa o Triângulo de Pascal até a 6ª linha).

Por fim:  $(A + B)^5 = 1 A^5 + 5 A^4B^1 + 10 A^3B^2 + 10 A^2B^3 + 5 A^1B^4 + 1 B^5$

O conhecimento do Triângulo de Pascal facilita o desenvolvimento de qualquer Binômio de Newton!

- Desenvolva o Binômio de Newton  $(A + B)^6$  com o auxílio do Triângulo de Pascal.

## 2.5 INFINITÉSIMOS

A palavra infinitésimo lembra a palavra infinito, mas, só lembra, pois, conceitualmente, elas não são iguais. Infinito dá a ideia de uma quantidade que é

extremamente grande. Infinitésimo representa a ideia de uma quantidade que é extremamente pequena. Como assim?

Imagine que eu bata duas palmas. A primeira palma foi realizada no instante  $t_0 = 1$  s e a segunda, em  $t = 4$  s. Qual o intervalo de tempo (variação de tempo) entre as duas palmas? Três segundos. Representamos uma variação pela letra grega delta ( $\Delta$ ) e, portanto, em nossa situação,  $\Delta t = 3$  s.

Se o instante inicial da palma for  $t_0 = 1$  s e o instante final,  $t = 1,001$  s, qual é, nesse caso, o valor da variação de tempo? Um milésimo de segundo, ou seja,  $\Delta t = 0,001$  s.

A variação de tempo anteriormente descrita foi de um milésimo de segundo que é uma variação pequena comparada a situações do nosso dia a dia! E, afinal, o que seria um infinitésimo? Bem, infinitésimo é uma variação extremamente pequena, ou seja, infinitamente menor que um milésimo. O infinitésimo é tão pequeno que tende a zero! Mas tender a zero não significa ser zero.

Simboliza-se uma variação infinitesimal, por exemplo, no tempo, por  $dt$ , ou seja,  $dt$  é quando a variação de tempo  $\Delta t$  tende a zero.

## 2.6 DESENVOLVIMENTO DO BINÔMIO DE NEWTON QUE CONTÉM UM INFINITÉSIMO

Há um detalhe fundamental, os elementos infinitesimais são variações que tendem a zero (são extremamente pequenas), mas quando um elemento infinitesimal está elevado a um expoente inteiro maior que 1, ele tende “tanto” a zero, **que pode ser considerado desprezível**, ou seja,  $(dt)^2$ ,  $(dt)^3$ ,  $(dt)^4$ ... são tão ínfimos que podem ser eliminados do cálculo. Por exemplo,  $10^{-5}$  é um número pequeno, pois  $10^{-5} = 0,00001$ .

Agora,  $10^{-5}$  elevado ao quadrado, isto é,  $(10^{-5})^2$  dá  $10^{-10}$  e  $10^{-10} = 0,0000000001$ . Percebemos que  $10^{-5}$  elevado ao quadrado é menor que apenas  $10^{-5}$ , ou seja,  $(10^{-5})^2$  é bem mais perto de zero do que  $10^{-5}$ , portanto, analogamente, uma variação infinitesimal (que é extremamente menor do que  $10^{-5}$ ) elevada aos expoentes 2, 3, 4, 5,... é tão próxima de zero que será considerada desprezível.

Vamos desenvolver Binômios de Newton que contêm uma variação infinitesimal e assim, perceberemos um padrão que será importante para a compreensão das grandezas velocidade e aceleração instantâneas que serão abordadas nos capítulos 3 e 4.

Observe:

$$(t+dt)^2 = (t+dt).(t+dt) = t^2 + 2tdt + dt^2$$

$$(t+dt)^3 = (t+dt).(t+dt).(t+dt) = t^3 + 3t^2dt + 3tdt^2 + dt^3$$

$$(t+dt)^4 = (t+dt).(t+dt).(t+dt).(t+dt) = t^4 + 4t^3dt + 6t^2dt^2 + 4tdt^3 + dt^4$$

Note que a partir do **terceiro termo no desenvolvimento** de cada Binômio de Newton, acima, a variação infinitesimal  $dt$  fica elevada a um expoente inteiro maior que 1. Qual a vantagem disso? Lembra, caro leitor? Como já foi explicado, esses

elementos podem ser **DESPREZADOS** e cada desenvolvimento de um binômio de Newton que contém uma variação infinitesimal terá apenas dois termos, logo:

$(t+dt)^2$  é aproximadamente  $t^2 + 2tdt$

$(t+dt)^3$  é aproximadamente  $t^3 + 3t^2dt$

$(t+dt)^4$  é aproximadamente  $t^4 + 4t^3dt$

- Complete a tabela 6:

**Tabela 6** – Aproximação binomial

<b>BINÔMIO DE NEWTON QUE CONTÉM UM INFINITÉSIMO</b>	<b>É APROXIMADAMENTE</b>
$(t + dt)^5$	
$(t + dt)^6$	
$(t + dt)^{13}$	
$(t + dt)^{100}$	
$(t + dt)^n$	

Fonte: o autor

- **ATIVIDADE COLABORATIVA**

Em duplas, construam mapas conceituais sobre Binômio de Newton e Infinitésimos.

## TÓPICO 3

### 3 VELOCIDADE ESCALAR INSTANTÂNEA E ACELERAÇÃO ESCALAR INSTANTÂNEA

#### 3.1. LEVANTAMENTO DOS CONHECIMENTOS PRÉVIOS

Somos seres que pensamos, sentimos e agimos. A reflexão e o resgate dos conhecimentos prévios são essenciais para ajudar a compreender quais os conhecimentos da Física que os alunos possuem em sua mente para ensinarmos de acordo, portanto, antes de estudar o Tópico 3 que aborda os conteúdos: velocidade escalar instantânea e aceleração escalar instantânea, em movimentos retilíneos, responda às seguintes atividades:

- Formem grupos de 5 alunos e dirijam-se ao pátio da escola. Em cada grupo, debatam entre si as duas primeiras perguntas (letras a e b) que abordam situações problema sobre o conceito de velocidade e, em seguida, ao retornar à sala, respondam-nas.

01. Responda com suas palavras:

a) Onde podemos encontrar aplicações ou situações que mostrem a ideia de velocidade?

---

---

---

---

b) Juliana disse à Rafaela, com muito orgulho, que o seu pai já desenvolveu em um carro uma velocidade de 180 km/h. O que o status: “estar a uma alta velocidade” pode gerar?

---

---

---

---

• Agora, individualmente, na sala de aula, respondam às seguintes perguntas com as suas palavras sobre o conceito de aceleração:

c) O que significa acelerar?

---

---

---

---

d) A luz se move com velocidade de 300 000 km/s no vácuo. Para você, a luz é pouco, média ou muito acelerada?

---

---

---

---

e) O que significa uma aceleração constante de  $10 \text{ m/s}^2$ ?

---

---

---

---

f) Quando jogamos um corpo para cima, o que acontece com ele?

---

---

---

---

g) O que é Inércia?

---



---



---



---

h) Elabore uma pergunta sobre aceleração.

---



---



---



---

### 3.2. INTRODUÇÃO

O movimento é uma característica do Universo, que pode ser observada nas mais variadas situações, desde fatos do cotidiano, como os graciosos passos de um casal de bailarinos, até a agitação dos átomos e moléculas no microcosmo e a movimentação de estrelas e galáxias no macrocosmo.

Os médicos necessitam da Física dos movimentos para mapear o fluxo de sangue em um paciente quando percebem uma artéria parcialmente obstruída, geólogos utilizam esta física para estudar o movimento de placas tectônicas, na tentativa de prever terremotos, e motoristas a usam para reduzir a velocidade diante de uma lombada eletrônica. Quanta aplicação! A Cinemática é a parte da física que estuda a classificação e comparação dos movimentos (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2014).

O movimento é algo fascinante e podemos especular que, no Universo, nada é mais antigo do que o movimento. Nosso objetivo, nos capítulos 3 e 4 é estudarmos a velocidade e a aceleração instantâneas numa perspectiva escalar e vetorial, pois essas grandezas representam os alicerces para a compreensão da Cinemática. A velocidade é uma grandeza que expressa o movimento; e a aceleração é uma grandeza que nos auxilia a entender como ocorre o movimento. Compreender essas grandezas é, de alguma maneira, compreender o Universo.

### 3.3. POSIÇÃO, DESLOCAMENTO E EQUAÇÃO HORÁRIA DA POSIÇÃO

Na figura 4, temos duas placas que indicam comprimentos. A placa ao fundo da imagem indica “km 85” e a outra placa indica “A 700 m”. Embora essas placas indiquem comprimentos, há alguma diferença, além das medidas, entre elas?

**Figura 4** – Placas que mostram comprimentos



**Fonte:** o autor

Para a compreensão da velocidade escalar instantânea e aceleração escalar instantânea, é importante conhecermos os conceitos físicos de posição, deslocamento e equação horária da posição.

Qual a sua **posição**? Essa pergunta dá margem a muitas interpretações do tipo: posição econômica, posição política ou até mesmo a posição dentro de um time. Mas, do ponto de vista da Física, determinar a posição significa localizar um objeto em relação a um ponto de referência, normalmente, chamado de origem (ou marco zero). Por exemplo, em uma BR, o que significa uma placa de trânsito cuja indicação é “km 15”? Significa que essa placa se localiza a 15 km da origem da BR considerada, ou seja, quando um carro passar por essa placa, ele está localizado a 15 km da placa que indica “km 0” (marco zero). A posição é uma grandeza que pode ser representada por qualquer letra, mas, em trajetórias retilíneas, por exemplo, ao longo de uma reta horizontal que aponta para a direita (chamaremos de eixo  $x$ ), representaremos a posição pela letra  $X$ . Se a posição de uma moto, em certo instante, é  $X = 3$  m, quer dizer que essa moto se localiza a 3 m, à direita, da origem (posição  $X = 0$ ) do eixo  $x$ . Essa convenção, para determinar a posição de um corpo, é bastante utilizada pela Cinemática.

A mudança de uma posição  $X_1$  (posição inicial) para uma posição  $X_2$  (posição final) caracteriza um **deslocamento**  $\Delta X$ , definido assim:  $\Delta X = X_2 - X_1$ . Portanto, o deslocamento é uma variação de posição, e uma variação, em Física, é simbolizada pela letra grega delta ( $\Delta$ ); por isso, a variação de posição é representada por  $\Delta X$ . Note que o deslocamento só depende das posições inicial e final! Portanto, se um automóvel parte da posição  $X_1 = 3$  m, passa por várias posições, mas volta para a posição 3 m ( $X_2 = 3$  m), o deslocamento desse carro é nulo.

Toda expressão que permite obter o valor da posição num instante qualquer do movimento é chamada de **equação horária da posição**. Por exemplo, se a posição de uma bicicleta é dada pela expressão:  $X = 3t$ , onde  $X$  é a posição para um certo instante de tempo  $t$  e as unidades estão no SI, qual a posição da bicicleta no instante

7 s? Basta substituímos  $t = 7$  s em:  $X = 3.(7) = 21$  m. Portanto, no decorrer do movimento, a posição da bicicleta vale 21 m no instante 7 s.

- **ATIVIDADE PARA CASA:**

Cada aluno deve fotografar placas que indiquem comprimentos e legendá-las dizendo se elas indicam posição ou deslocamento. Em seguida, postar em nosso WhatsApp para discutirmos.

### 3.4. VELOCIDADE ESCALAR INSTANTÂNEA

Imaginemos um ônibus em movimento e uma pessoa caminhando despreocupadamente. Qual deles é o mais rápido? Muito possivelmente o ônibus é mais rápido, pois, num mesmo intervalo de tempo, o ônibus percorrerá uma distância maior do que a percorrida pela pessoa. Podemos dizer, de acordo com a Física, que a velocidade do ônibus é maior do que a velocidade dessa pessoa.

Interessante que a velocidade é uma grandeza física fundamental para os animais predadores que estão entre os bichos mais velozes da natureza. O guepardo, por exemplo, é um mamífero que atinge velocidades próximas de 110 quilômetros por hora, em pouco tempo, numa caçada. Afinal, a velocidade é essencial para os que caçam outras espécies em busca de alimentação; e, também, a velocidade é importante, em muitos casos, para os animais que fogem!

Vamos supor que o ônibus citado anteriormente percorra uma distância de 160 quilômetros em 4 horas, isto é, em **MÉDIA**, ele percorreu 40 quilômetros a cada hora, ou seja, a velocidade média no percurso ( **$V_m$** ) foi de 40 km/h. A velocidade média é definida como a razão entre o deslocamento e o intervalo de tempo gasto, ou seja:  **$V_m = \Delta X / \Delta t$** . Note que para o nosso ônibus:  $\Delta X = 160$  km e  $\Delta t = 4$  h, logo  $V_m = 160$  km/4 h = 40 km/h.

Em uma estrada com trechos engarrafados e destruídos, por exemplo, o motorista terá que aumentar e diminuir a velocidade do carro várias vezes. Assim, a velocidade média é uma grandeza insuficiente para descrever o movimento, já que a mesma só considera o início e o fim do movimento (Não se esqueça de que o deslocamento, numerador da  $V_m$ , só depende das posições inicial e final!). O físico Isaac Newton se deparou com essa insuficiência e, para resolvê-la, inventou a velocidade instantânea (Oliveira, 2010).

Ao observarmos o velocímetro de um ônibus, notamos que o ponteiro marca um valor de velocidade em cada momento e não apenas no momento inicial e final do percurso. Portanto, o velocímetro não indica a velocidade média, mas sim aquela que se verifica no momento em que é efetuada a leitura. Essa é a chamada **velocidade escalar instantânea ( $v$ )**. Com o advento da tecnologia foram criados os velocímetros digitais, mas o princípio é mantido, ou seja, marcar um valor de velocidade em cada instante. Para uma descrição mais completa do movimento, é fundamental

estudarmos a velocidade em cada instante e não apenas nos limitarmos aos instantes inicial e final de um movimento.

**Figura 5** – É importante observar as determinações de velocidades escalares instantâneas máximas para a segurança de todos.



Fonte: o autor

- **ATIVIDADE PARA CASA:**

Cada aluno deve fotografar placas ou dispositivos que indiquem velocidades escalares instantâneas e explicar qual o significado de cada indicação. Respondam, também, às seguintes perguntas: ambulâncias, veículos de polícia e do corpo de bombeiros podem desobedecer às placas de trânsito? Por quê? Postem as fotos e as respostas das perguntas em nosso WhatsApp para discutirmos.

Para um corpo ter velocidade, é necessário variar a posição, ou seja, sair de uma posição inicial (associada a um instante inicial) para uma posição final (associada a um instante final), pois a velocidade caracteriza o movimento em relação a determinado referencial! Então, como achar a velocidade em um único instante, já que o conceito de velocidade requer obrigatoriamente dois instantes, um inicial e um final? Que pergunta linda! Para respondermos a essa pergunta, basta o instante final e o instante inicial serem extremamente próximos! Ou seja, o instante final deve **tender** ao instante inicial ao ponto de eles serem considerados como um único instante! Entendeu o que significa tender? É a máxima aproximação sem coincidir, isto é, é quando a variação **tende** a zero, mas não é zero! A diferença entre esses instantes, segundo o Cálculo infinitesimal de Isaac Newton, deve ser um infinitésimo de tempo  $dt$  e por consequência, a posição final, também, deve **tender** a posição inicial de modo que a diferença entre essas posições seja um infinitésimo de distância  $dx$  (se precisar, vale a pena dar uma lida no conceito de Infinitésimo que foi tratado no capítulo 2). **É como se um objeto partisse de uma placa que indica a posição  $X$ , num tempo  $t$ , e chegasse numa placa que indique a posição  $X + dx$ , num tempo  $t + dt$ , isto é, o objeto percorreu um infinitésimo de distância  $dx$  durante um infinitésimo de tempo  $dt$ .** Assim, compreendemos que a velocidade escalar instantânea ( $v$ ) é a

velocidade média calculada em intervalos infinitesimais de posição e tempo, logo:  $v = dX/dt$ .

Vamos perceber o conceito de velocidade escalar instantânea a partir da velocidade média para intervalos de tempo cada vez menores no seguinte exemplo:

Caio tem um carrinho de brinquedo que se move de acordo com a seguinte equação horária da posição  $X = t^2$ , válida no SI. Qual a velocidade desse carrinho no instante **1 s**?

Perceba que esta questão está pedindo a velocidade escalar instantânea no instante **1 s**! Caio, muito curioso, e depois de ter estudado sobre velocidade escalar instantânea, resolve encarar esse problema. Ele está munido de um cronômetro, trena e uma caneta para calcular a velocidade média de seu carrinho entre os intervalos de tempo:

- a) **1 s** e 2 s; b) **1s** e 1,5 s; c) **1 s** e 1,1 s; d) **1 s** e 1,01 s; e) **1 s** e 1,001 s.

Como foi pedida a velocidade escalar no instante **1 s**, Caio o manteve como o tempo inicial em cada intervalo de tempo considerado. Veja o que o menino fez:

Inicialmente, Caio ligou o carrinho e entre os instantes 1 s e 2 s, marcados com o seu cronômetro, mediu a distância percorrida pelo brinquedo eletrônico com a sua trena e registrou 3 metros. Caio, desenrolado, usou a fórmula da velocidade escalar média ( $V_m$ ):  $V_m = \Delta X/\Delta t = 3\text{m}/1\text{s}$  e encontrou **3m/s**. Caio poderia ter usado a equação horária da posição dada  $X = t^2$  para encontrar o deslocamento do carro. Observe:  $X = (1)^2 = 1 \text{ m}$  e  $X = (2)^2 = 4 \text{ m}$ . Logo, de 1 m a 4 m, o deslocamento do carrinho foi  $\Delta X = 3 \text{ m}$ .

Fez o procedimento anterior para o intervalo de 1 s a 1,5 s e com sua trena Caio percebeu que o carrinho percorreu 1,25 m. Mais uma vez, usou a expressão da velocidade escalar média:  $V_m = \Delta X/\Delta t = 1,25\text{m}/0,5\text{s}$  e encontrou **2,5m/s**. (comprove que o deslocamento, realmente, foi de 1,25 m a partir da equação horária dada  $X = t^2$ )

Caio repetiu o procedimento para o intervalo de 1 s a 1,1 s e com sua trena Caio percebeu que o carrinho percorreu 21 cm que equivalem a 0,21 m. Ele usou a expressão da velocidade escalar média:  $V_m = \Delta X/\Delta t = 0,21\text{m}/0,1\text{s}$  e encontrou **2,1m/s**. (comprove que o deslocamento, realmente, foi de 0,21 m a partir da equação horária  $X = t^2$ )

Caio percebe que para o intervalo entre 1 s e 1,01 s, ficará difícil de usar seu cronômetro e trena, pois, os valores marcados serão bastante pequenos. Mas, Caio é esperto e ele se lembra de que pode usar a equação horária da posição para calcular a distância percorrida pelo carrinho nesse curto intervalo de tempo e assim, obter o valor da velocidade média.  $X = (1)^2 = 1 \text{ m}$  e  $X = (1,01)^2 = 1,0201 \text{ m}$ . Logo a distância percorrida de 1 m até 1,0201 m foi de 0,0201 m. Calculou a velocidade escalar média e encontrou  $V_m = 0,0201\text{m}/0,01\text{s} = \mathbf{2,01m/s}$ .

Entre 1 s e 1,001 s, Caio, já ligado, fez:  $X = (1)^2 = 1 \text{ m}$ . e  $X = (1,001)^2 = 1,002001 \text{ m}$ . Portanto, o deslocamento de 1 m até 1,002001 m foi de 0,002001 m. Ao usar a expressão da velocidade escalar, encontrou  $V_m = 0,002001 \text{ m}/0,001\text{s} = \mathbf{2,001m/s}$ .

Tabela 07 - Caio construiu uma tabela para descobrir a velocidade do carro no instante 1s:

DISTÂNCIA ( $\Delta S$ )	INTERVALO DE TEMPO ( $\Delta T$ )	VELOCIDADE ESCALAR MÉDIA ( $V_M$ )
3m	1s	3m/s
1,25m	0,5s	2,5m/s
0,21m	0,1s	2,1m/s
0,0201m	0,01s	2,01m/s
0,002001 m	0,001s	2,001m/s.

Fonte: o autor

Caio percebeu que quanto menor o intervalo de tempo entre 1s e o instante final, ou seja, quanto mais o instante final se aproxima do instante inicial (1 s), o intervalo de tempo e a distância percorrida pelo carrinho tendem a zero. E é nessa tendência que a velocidade média fica mais perto de 2 m/s, ou seja, a velocidade média tende a 2 m/s. Pois é, 2m/s é a velocidade instantânea no instante 1s tão procurada por Caio. Parabéns, Caio, pela persistência!

Conceitualmente, a velocidade escalar instantânea é a velocidade escalar média obtida entre dois instantes cuja variação de tempo é tão pequena que tende a zero, ou seja, é quando o instante final tende ao instante inicial. Com essa belíssima ideia a velocidade passa a ser medida em um instante específico.

- **ATIVIDADES COLABORATIVAS:**

Ao lembrar da perseverança de Caio e considerando a equação horária da posição de seu carrinho, formem duplas e achem a velocidade escalar instantânea no instante 3 s. Depois, as mesmas duplas, construam mapas conceituais sobre a velocidade escalar instantânea.

Podemos, também, perceber a velocidade escalar instantânea a partir da seguinte ideia, já comentada: **É como se um objeto partisse de uma placa que indica a posição  $X$ , num tempo  $t$ , e chegasse numa placa que indique a posição  $X + dX$ , num tempo  $t + dt$ , isto é, o objeto percorreu um infinitésimo de distância  $dX$  durante um infinitésimo de tempo  $dt$ .**

Os próximos exemplos comentados ilustram bem essa essência da velocidade escalar instantânea:

- a) A posição de uma bola numa trajetória reta é dada pela seguinte equação horária:  $X=2t$ . Considere que a posição da bola é medida em metro o tempo em segundo. Qual a velocidade escalar instantânea da bola para qualquer instante  $t$ ?

### RESOLUÇÃO E COMENTÁRIOS:

Bem, nosso objetivo é acharmos a divisão entre os elementos infinitesimais  $dX/dt$  que define a velocidade escalar instantânea. Temos uma relação de dependência entre a posição da bola “X” e o tempo “t” regida pela igualdade  $X=2t$ . Para a bola percorrer um infinitésimo de distância  $dX$  num infinitésimo de tempo  $dt$ , ela deve partir da posição  $X$  no tempo  $t$  e chegar à posição final  $X + dX$  no tempo final  $t + dt$  (Esse é o segredo!). Portanto, vamos substituir essas grandezas finais em  $X=2t$  e, assim, acharemos a velocidade escalar instantânea. Vamos lá:

$$X = 2t$$

$$X+dX = 2.(t+dt)$$

$$X+dX = 2t + 2dt$$

Mas,  $X = 2t$ , logo:

$$2t + dX = 2t + 2dt$$

Subtraindo  $2t$  de ambos os membros e isolando  $dX/dt$ , temos:  $dX/dt= 2$ .

De acordo com as unidades de medidas dadas, a velocidade escalar instantânea é:  **$V=2$  m/s (2 metros por segundo)**.

Note que a velocidade escalar instantânea, nesse caso, resultou em um “número puro”, ou seja, temos uma velocidade instantânea constante independente do tempo, caracterizando um movimento retilíneo uniforme (MRU). Interessante, pois a tendência natural da bola é manter essa velocidade constante. Essa tendência foi bastante estudada pelos cientistas Galileu Galilei e Isaac Newton, mas foi Newton que a denominou **INÉRCIA**.

- b) O movimento de um carro numa larga poça de água caracteriza uma aqua-planagem. Esse movimento foi regido pela seguinte equação horária da posição (ou espaço):  **$S = 6t + 2$** . Adote unidades do Sistema internacional (**SI**), ou seja, posição em metro e tempo em segundo. Qual a velocidade escalar instantânea desse carro para qualquer tempo  $t$  durante a aquaplanagem?

### RESOLUÇÃO E COMENTÁRIOS:

Vamos à procura do quociente  $ds/dt$  que equivale à velocidade escalar instantânea. No tempo inicial  $t$ , a posição inicial é  $S$  e no tempo final  $t+dt$ , **ocorre a posição final  $S+ds$  (ESSE É O SEGREDO!)**. Logo, vamos substituir essas grandezas finais em  **$S=6t+2$**  e, assim, acharemos a velocidade escalar instantânea. Vamos lá:

$$S = 6t + 2$$

$$S + ds = 6.(t + dt) + 2$$

$$S + ds = 6t + 6dt + 2$$

Mas,  $S = 6t + 2$ , portanto:

$$6t + 2 + ds = 6t + 6dt + 2$$

Subtraindo  $6t + 2$  de ambos os membros e isolando  $ds/dt$ , temos:  $ds/dt = 6$

De acordo com as unidades de medidas dadas, a velocidade escalar instantânea é:  **$V = 6 \text{ m/s}$  (6 metros por segundo).**

Mais uma vez a velocidade escalar instantânea é constante, evidenciando um Movimento Uniforme.

### CURIOSIDADE:

Querido leitor, não o nome Inércia, mas o conceito de Inércia já estava presente há muito tempo. Observe um trecho do livro “Os Lusíadas”, publicado em 1572, de Luís Vaz de Camões: “não há cousa, a qual natural seja, que não queira perpétuo o seu estado”. Segundo Camões, tudo, naturalmente, quer perpetuar seu estado inicial! Inércia pura! A Física é linda!

- c) Próximo à superfície terrestre, um parafuso é abandonado a partir do repouso e realiza um movimento vertical descendente. O local desse experimento tem ar rarefeito ao ponto de ser desconsiderada a resistência do ar. A equação horária da queda desse parafuso é  **$S = 5t^2$**  em unidades do **SI**. Qual a velocidade escalar instantânea do parafuso?

### RESOLUÇÃO E COMENTÁRIOS:

Será que mais uma vez a tendência inercial vai imperar? Após acharmos a velocidade escalar instantânea, teremos essa resposta.

O procedimento para acharmos a velocidade escalar instantânea resume-se ao tempo final  **$t + dt$**  associado à posição final  **$S + ds$**  (**ESSE É O SEGREDO!**). Agora, vamos substituir essas grandezas finais em  **$S = 5t^2$** . Vamos lá:

$$S = 5t^2$$

$$S + ds = 5.(t + dt)^2$$

### IMPORTANTE:

Querido leitor, há um detalhe fundamental e belíssimo. Os elementos infinitesimais são variações que tendem a zero, mas quando um elemento infinitesimal está elevado a um expoente inteiro maior que 1, no desenvolvimento de um Binômio de Newton, ele tende “tanto” a zero, **que pode ser considerado desprezível**, ou seja,  **$(dt)^2$  é tão “super-mega-ultra pequeno” que sairá do cálculo** (vale a pena reler, no capítulo 2, o desenvolvimento do Binômio de Newton com um Infinitésimo). Que lindo! Retomando:

$$S + ds = 5.(t + dt)^2$$

Desenvolvendo o produto notável e multiplicando por 5:

$$S + ds = 5t^2 + 10.t.dt + 5.dt^2$$

Mas,  $S = 5t^2$ , logo:

$$5t^2 + ds = 5t^2 + 10.t.dt + 5.dt^2$$

Subtraindo  $5t^2$  de ambos os membros, eliminando  $5.dt^2$  por ser desprezível e isolando  $ds/dt$ , temos:  $ds/dt = 10.t$

De acordo com as unidades de medidas dadas, a velocidade escalar instantânea é:  **$V = 10t$ , em unidades do SI.**

Bem, a tendência inercial foi vencida, pois, durante a queda livre do parafuso, isto é, livre da resistência do ar, sua velocidade escalar instantânea está dependendo do tempo, ou seja, é uma velocidade escalar instantânea não constante. Com um olhar mais criterioso a expressão  $V = 10t$  nos revela que a cada segundo, a velocidade instantânea aumenta 10 m/s, isto é, varia do mesmo jeito! Quando a cada unidade de tempo temos a mesma variação de velocidade instantânea, o movimento é chamado de Movimento Uniformemente Variado (MUV). Entendeu, caro leitor? Toda vez que um corpo cair livremente próximo à superfície da Terra, ou seja, apenas sob a ação da gravidade, a queda será um MUV. Essa conclusão belíssima foi tomada por Galileu Galilei. Não é à toa que Isaac Newton, disse:

“Se enxerguei mais longe, é porque me apoiei em ombros de gigantes”. Linda frase que homenageou Galileu. Valeu, Newton!

- d) Um projétil é atirado verticalmente para cima e seu movimento é representado pela seguinte equação horária da posição:  **$X = 27t - t^3$ , em unidades do SI.** Qual a velocidade escalar instantânea do projétil?

### RESOLUÇÃO E COMENTÁRIOS:

A ideia para achar a velocidade escalar instantânea é que o projétil iniciou o seu movimento na posição  $X$  no tempo  $t$  e chega na posição final  $X + dX$  no tempo final  $t + dt$  (Esse é o segredo!). Portanto, vamos substituir essas grandezas finais em  $X = 27t - t^3$ . Vamos lá:

$$X = 27t - t^3$$

$$X + dX = 27.(t + dt) - (t + dt)^3$$

**Sabemos que  $X = 27t - t^3$  e  $(t + dt)^3 \cong t^3 + 3t^2dt$**  (Vale a pena lembrar, no capítulo 2, o desenvolvimento do binômio de Newton com um infinitésimo), temos que:

$$27t - t^3 + dX = 27t + 27dt - (t^3 + 3t^2dt)$$

$$27t - t^3 + dX = 27t + 27dt - t^3 - 3t^2dt$$

Subtraindo  $27t - t^3$  de ambos os membros, colocando  $dt$  em evidência e isolando  $dX/dt$  para acharmos a velocidade escalar instantânea, temos:

$$dX/dt = 27 - 3t^2$$

De acordo com as unidades de medidas dadas, a velocidade escalar instantânea é:  **$V = 27 - 3t^2$ , em unidades do SI.**

Note, querido leitor, que na expressão  $V = 27 - 3t^2$ , no primeiro segundo de subida, a velocidade é 24 m/s, no segundo segundo, 15 m/s e no terceiro segundo, a velocidade vale zero, ou seja, a cada segundo de movimento, a velocidade instantânea não varia do mesmo jeito, logo o movimento vertical do projétil não é um movimento uniformemente variado (MUV). E agora? Como classificar o movimento? É simples, pois como a velocidade escalar instantânea depende do tempo (já que em sua expressão aparece a variável do tempo  $t$ ), a mesma varia, portanto, podemos classificá-lo como Movimento Variado (MV). Esse exemplo é importante, pois passamos a verificar que os movimentos não são apenas Uniformes ou Uniformemente Variados!

É fascinante quando ENTENDEMOS um princípio e a partir dele brotam várias consequências como, por exemplo, achar a velocidade escalar instantânea.

- **ATIVIDADE INDIVIDUAL EM CLASSE:**

Nas seguintes expressões horárias que representam a posição de uma partícula em função do tempo, encontre a velocidade escalar instantânea e classifique o movimento retilíneo em UNIFORME, VARIADO ou UNIFORMEMENTE VARIADO:

- |  |   |
|--|---|
| a) $X = 12t$ , em unidades do SI.            | b) $X = 7 + 3t$ , em unidades do SI.        |
| c) $X = 8t^2$ , em unidades do SI.           | d) $X = 9 + 4t + 6t^2$ , em unidades do SI. |
| e) $S = 5t^4$ , em unidades do SI.           | f) $S = 2 + 11t^3$ , em unidades do SI.     |
| g) $S = 3 - 4t^2 + t^5$ , em unidades do SI. | h) $S = K \cdot t^n$ , e agora?             |

- **ATIVIDADE PARA CASA:**

Pesquise três exemplos sobre INÉRCIA e discuta-os com o seu professor.

### 3.5. ACELERAÇÃO ESCALAR INSTANTÂNEA

**Figura 6** - Placas de trânsito



**Fonte:** o autor

Vamos supor que o velocímetro de um carro indique uma velocidade escalar instantânea de 60 km/h e depois de 1 s, ele registre uma velocidade escalar instantânea de 50 km/h. Quando um móvel fica mais lento (ou mais rápido) é porque houve uma variação de velocidade, em certo intervalo de tempo, e assim, surge uma grandeza, na Cinemática, muito presente em nosso cotidiano: a **aceleração**.

A aceleração se caracteriza pela mudança de rapidez de um móvel! Por exemplo, dois veículos transitando no mesmo sentido e com velocidades iguais. Um deles só poderá ultrapassar o outro se aumentar a sua rapidez, isto é, se aumentar a sua velocidade; para isso, ele deverá acelerar o veículo durante certo tempo.

Mas lembre-se de que a mudança de rapidez significa mudança de velocidade para mais, mas também, para menos! Portanto, podemos afirmar que, cientificamente, o pedal do freio de um carro também é um acelerador? Sim, pois o pedal do freio varia a velocidade do carro! Se a velocidade varia, a aceleração está presente! Podemos dizer que a mudança de velocidade para menos, em certo tempo, é chamada de desaceleração.

Ao se deparar com a placa da figura tal, que grandeza física vem em sua mente?

**Figura 7** - Placa de trânsito indicativa de lombada.



**Fonte:** o autor

Em uma trajetória retilínea, vamos supor que no instante inicial  $t_1$ , um corpo tem velocidade  $V_1$  e no instante final  $t_2$ , o corpo tem velocidade  $V_2$ , ou seja, no intervalo de tempo  $\Delta t = t_2 - t_1$ , a velocidade variou  $\Delta V = V_2 - V_1$ . A partir dessas variações, ao longo de uma reta, a aceleração média é:  **$a_m = \Delta V / \Delta t$** .

- **ATIVIDADES INDIVIDUAIS:**

Um carro vai de 0 a 100 km/h em 4 s. Qual a aceleração média desse carro? O que significa a unidade  $m/s^2$ ?

- **ATIVIDADE COLABORATIVA:**

Em duplas, construam um mapa conceitual sobre aceleração.

- **ATIVIDADE PARA CASA:**

Cada aluno deve fotografar placas ou descrever situações que abordem o conceito de aceleração. Depois, devem postar em nosso whatsApp para debatermos.

Assim como a velocidade média, a aceleração média só depende de dois instantes, o inicial e o final, mas um movimento não é apenas formado pelos instantes inicial e o final. Como a taxa de velocidade varia nos outros instantes? Ou melhor, como encontrar a aceleração para qualquer instante? Para responder a essas perguntas, surge a **aceleração escalar instantânea**.

Para achar a aceleração escalar instantânea, a diferença entre a velocidade final  $V_2$  e a velocidade inicial  $V_1$  deve ser um infinitésimo de velocidade ( $dV$ ) e a diferença entre o tempo final  $t_2$  e o tempo inicial  $t_1$  deve ser um infinitésimo de tempo ( $dt$ ). Por isso, a expressão da aceleração escalar instantânea é a expressão da aceleração escalar média com infinitésimos:  **$a = dV/dt$**

Quando a variação de velocidade tende a zero e, conseqüentemente, o intervalo de tempo, também tende a zero, há tanta proximidade entre o instante inicial e o instante final que é como se eles fossem um único instante! Assim, a aceleração média tende a aceleração escalar instantânea. **É como se o velocímetro indicasse  $V$ , num tempo  $t$ , e depois, indicasse  $V + dV$ , num tempo  $t + dt$ , isto é, o móvel variou um infinitésimo de velocidade  $dV$  durante um infinitésimo de tempo  $dt$** . Essa é a essência da aceleração escalar instantânea.

Os próximos exemplos comentados ilustram bem a obtenção da aceleração escalar instantânea:

- a) A equação horária da velocidade, no SI, de uma partícula que se move numa trajetória retilínea é  $V = 3t$ . Qual a aceleração escalar instantânea dessa partícula no instante 10 s?

## RESOLUÇÃO E COMENTÁRIOS:

Queremos encontrar a razão  $dv/dt$  que define a aceleração escalar instantânea. A ideia é essa: **É como se o velocímetro indicasse  $V$ , no tempo  $t$ , e depois, indicasse a velocidade final  $V + dV$ , no tempo final  $t + dt$ .** Agora, vamos substituir essas grandezas finais em  $V = 3t$  (esse é o segredo!):

$$V = 3.t$$

$$V + dv = 3.(t + dt)$$

$$V + dv = 3t + 3dt$$

Como  $V = 3t$ , vamos subtrair ambos os membros por  $3t$ . Assim, resultará em:

$$dv = 3dt$$

$$dv/dt = 3$$

Logo, a aceleração instantânea é  **$a = 3 \text{ m/s}^2$** . Note que a aceleração instantânea resultou em um número “puro” (diferente de zero), ou seja, resultou em um valor que independe do tempo. Portanto, para qualquer instante (instante 10 s ou outro) de tempo, a aceleração será constante e igual a  $3 \text{ m/s}^2$ . Essa aceleração constante significa que a velocidade, a cada segundo, varia do mesmo jeito, isto é, a velocidade varia  $3 \text{ m/s}$  a cada segundo. Estamos diante de um Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV), pois a velocidade varia do mesmo jeito a cada segundo, caracterizando assim, uma aceleração constante.

OBS.: Temos o conceito de Inércia no MRUV?

b) Um carro é regido pela seguinte expressão horária da velocidade:

$V = t^5$ , em unidades do SI, em uma trajetória retilínea. Esse carro está realizando um MRUV?

## RESOLUÇÃO E COMENTÁRIOS:

Quando um carro se desloca segundo um MRUV, ele apresenta aceleração independente do tempo (um número puro diferente de zero), ou seja, tem aceleração escalar instantânea constante. Portanto, vamos descobrir a aceleração escalar instantânea e assim, caracterizar o movimento. Para isso, a velocidade deve variar um infinitésimo ( $dV$ ) durante um infinitésimo de tempo ( $dt$ ), ou seja, a velocidade inicial é  $V$  (no instante  $t$ ) e a velocidade final é  $V + dV$  (no tempo final  $t + dt$ ). Agora, vamos substituir as grandezas finais na expressão horária da velocidade  $V = t^5$ :

$$V = t^5$$

$$V + dV = (t + dt)^5$$

Relembrando o capítulo 2 (importantíssimo), sabemos que o desenvolvimento de um binômio de Newton com um infinitésimo apresenta dois termos:

$$(t + dt)^5 \cong t^5 + 5t^4dt \quad \text{Logo:}$$

$$V + dV = t^5 + 5t^4 dt$$

Mas  $V = t^5$ , portanto vamos subtrair ambos os membros por  $t^5$ . Assim, temos que:

$$dV = 5t^4 dt$$

$$dV/dt = 5t^4$$

$$\mathbf{a = 5t^4}$$

Note que a aceleração escalar depende do tempo (não é um número puro!). Ou seja, para cada instante de tempo, a aceleração escalar instantânea terá um valor específico. Por exemplo: em  $t = 1$  s, a aceleração é  $a = 5 \cdot (1)^4 = 5 \text{ m/s}^2$ ; em  $t = 2$  s, a aceleração vale  $a = 5 \cdot (2)^4 = 5 \cdot 16 = 80 \text{ m/s}^2$  e em 3 s, a aceleração resulta em  $5 \cdot (3)^4 = 5 \cdot 81 = 405 \text{ m/s}^2$ . O que isso significa? Significa que a velocidade varia, a cada segundo, mas não do mesmo jeito (logo, esse movimento não é um MRUV)! Portanto, como a aceleração existe, estamos diante de um Movimento Variado (MRV).

- **Explique a seguinte afirmativa:** Todo MRUV é um MRV, mas nem todo MRV é um MRUV?
- c) As posições de uma moto, num trajeto retilíneo, são regidas pela seguinte expressão horária:  
 $\mathbf{X = 7 + 2t}$ , em unidades do SI. Caracterize o movimento dessa moto.

### RESOLUÇÃO E COMENTÁRIOS:

Sabemos que a aceleração escalar instantânea é a razão (fração) entre o infinitésimo de velocidade ( $dV$ ) e o infinitésimo de tempo ( $dt$ ), portanto, a partir da equação horária da posição, acharemos a expressão da velocidade escalar instantânea para depois acharmos a aceleração escalar instantânea.

A ideia para achar a velocidade escalar instantânea é que a moto iniciou o seu movimento na posição  $X$  no tempo  $t$  e chega à posição final  $X + dX$  no tempo final  $t + dt$ :

$$X = 7 + 2t$$

$$X + dX = 7 + 2(t + dt)$$

$$X + dX = 7 + 2t + 2dt$$

Mas  $X = 7 + 2t$ , logo:

$$dX = 2dt$$

$$dX/dt = 2$$

$$\mathbf{V = 2 \text{ m/s}}$$

Note que, nesse caso, a velocidade escalar instantânea não depende do tempo, ou seja, para qualquer instante, a velocidade será sempre 2 m/s! Como a velocidade escalar instantânea é constante (a velocidade não varia), a aceleração escalar é nula e assim, esse movimento não é variado! Portanto, estamos diante de um Movimento retilíneo Uniforme (MRU).

- **ATIVIDADE INDIVIDUAL EM SALA:**

Vamos supor que uma super-formiga caminhe ao longo de uma reta e o seu movimento obedece à seguinte equação horária da posição:  $S = t^7$ , válida no SI. Qual a aceleração escalar instantânea dessa formiga para um instante  $t$  qualquer? Esse movimento é um MRU, MRUV ou MRV? Justifique a sua resposta.

- **ATIVIDADE PARA CASA:**

Ache a posição, a velocidade escalar instantânea e a aceleração escalar instantânea, em unidades do SI, no instante 1 s, para cada equação horária da posição:

- a)  $S = t^4$                       b)  $S = 6t^{10}$                       c)  $X = 2 + 3t + t^2$

**CURIOSIDADE SOBRE ACELERAÇÃO:**

Você já percebeu que o nosso corpo reage a acelerações e não a velocidades. Como assim? Se estamos em um carro a 90 km/h ou em um avião a 900 km/h, podemos saber que estamos em movimento, mas não sentimos o movimento! Já quando um carro freia (varia a velocidade) bruscamente, ou quando o avião está aterrissando (ou decolando), sentimos, muitas vezes, através daquele “frioquinho” na barriga, o movimento. Em uma montanha russa, por exemplo, pagamos pela aceleração e não pela velocidade! (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2014). Cite outras situações que evidenciam a reação do nosso corpo a acelerações.

## TÓPICO 4

### 4 VELOCIDADE INSTANTÂNEA E ACELERAÇÃO INSTANTÂNEA NUMA PERSPECTIVA VETORIAL

#### 4.1. LEVANTAMENTO DOS CONHECIMENTOS PRÉVIOS

Somos seres que pensamos, sentimos e agimos. A reflexão e o resgate dos conhecimentos prévios são essenciais para ajudar a compreender quais os conhecimentos da Física que os alunos possuem em sua mente para ensinarmos de acordo, portanto, antes de estudar o Tópico 4 que aborda os conteúdos: velocidade instantânea e aceleração instantânea numa perspectiva vetorial, em movimentos retilíneos, responda às seguintes atividades:

01. Responda com suas palavras:

a) Qual a diferença entre direção e sentido?

---

---

---

---

b) Se eu digo: um carro passou por aqui com velocidade de 30 m/s. Você entendeu essa informação?

---

---

---

---

c) Para você, o que é um vetor?

---

---

---

---

d) Você sabe utilizar o Teorema de Pitágoras?

---

---

---

---

## 4.2. INTRODUÇÃO

Imagine dois alunos, Ronaldo e Caio, conversando em frente à escola. Ronaldo perguntou:

- Onde você mora, Caio?

Caio respondeu:

- Moro a 800 m da escola. É pertinho. Aparece lá em casa para estudarmos.

Ronaldo disse:

- Beleza, Caio! Mas a tua casa fica a 800 m da escola para qual lado?

Caio respondeu:

- Eita! Desculpa, cara! Como é que tu irias saber onde fica a minha casa se eu não te informar, além da distância a ser percorrida, uma orientação, ou seja, uma distância e um sentido? Foi mal!

Ronaldo disse:

- Tranquilo, amigo! Pensa um pouco para você me dar a orientação certinha de como chegar em tua casa e quando eu chegar lá, estudaremos as noções básicas de **vetores**.

Para entendermos a velocidade e a aceleração instantâneas numa perspectiva vetorial, devemos conhecer sobre: as grandezas escalares e vetoriais, vetor e vetores unitários.

### 4.3. GRANDEZAS ESCALARES E GRANDEZAS VETORIAIS

Em Física, há dois tipos de grandezas: as escalares e as vetoriais. Vejamos alguns exemplos: se a massa de um corpo é 3 kg, compreendemos bem que esse corpo tem uma massa 3 vezes o padrão quilograma. O número “3” acompanhado da unidade “kg” foram suficientes para compreendermos o significado da massa do corpo. A massa é uma grandeza escalar.

Ao medir um pedaço de giz por uma régua, encontramos um comprimento de 3,25 cm. O número “3,25” acompanhado da unidade “cm” foram suficientes para determinarmos o comprimento do giz. O comprimento é uma grandeza escalar.

Em Pernambuco, existe uma ponte de 1 km que liga os municípios de Itapissuma e Itamaracá. Se você percorrer essa ponte, o seu deslocamento será de 1 km, mas ficará uma dúvida: você fez o deslocamento de Itapissuma para Itamaracá ou de Itamaracá para Itapissuma? A ponte que liga essas localidades tem uma única direção de tráfego, porém dois sentidos de percurso. Perceba que para o deslocamento ficar bem compreendido, não basta um número (“1”) acompanhado da unidade (“km”), precisamos, também, de uma orientação, ou seja, de uma direção e um sentido. O deslocamento é uma grandeza vetorial.

Se você disser que passou um carro com uma velocidade de 100 km/h, surgirá uma dúvida: “em qual direção passou esse carro”? Para a informação sobre uma velocidade ficar completa, é necessário, além do número (100) seguido da unidade (km/h), uma orientação. Por isso, a velocidade é uma grandeza vetorial.

Na linguagem comum, a expressão acelerar significa ficar mais rápido, porém, segundo a Física, acelerar significa variar a velocidade em certo tempo; e a variação da velocidade pode ser tanto para mais quanto para menos. Numa trajetória retilínea, por exemplo, se a aceleração estiver a favor da velocidade, o carro fica mais rápido e se a aceleração estiver contra a velocidade, o carro fica mais lento. Ou seja, a aceleração, além de um valor acompanhado da unidade, precisa de uma orientação, logo a aceleração é uma grandeza vetorial.

Quantidades que ficam caracterizadas apenas por números seguidos de unidade são chamadas de grandezas escalares, e quantidades associadas à orientação, ou seja, direção e sentido são chamados de grandezas vetoriais.

- **ATIVIDADE PARA CASA:**

Pesquise e escreva algumas grandezas escalares e algumas grandezas vetoriais.

As grandezas vetoriais são representadas por vetores. Mas o que é um vetor?

#### 4.4. VETOR

Figura 08 - As setas representam muito bem o conceito de vetor.



Fonte: o autor

Se, alguma vez, já usamos as expressões do tipo: “dobre à direita”, “siga em frente por 2 km”, “estrutura vertical”, “ladeira muito inclinada” ou “eixo horizontal”, é porque fizemos o uso da linguagem dos vetores.

Mas afinal, qual o significado de um vetor para a Física? O vetor é um segmento de reta orientado, podendo ser representado por uma seta, que apresenta três características: módulo, direção e sentido.

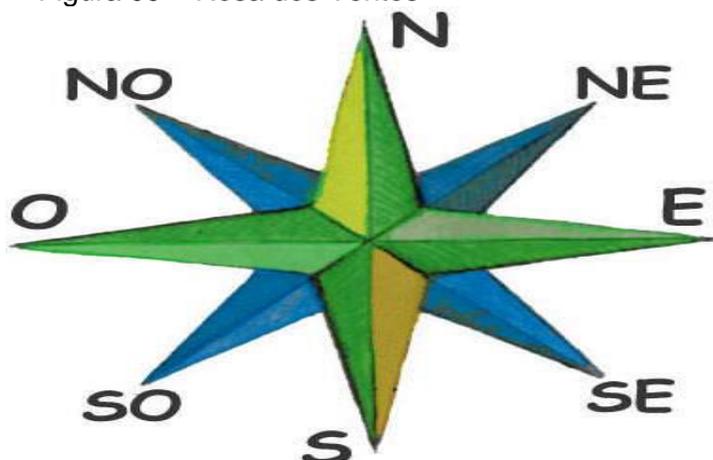
O módulo é o “tamanho do vetor” (numa escala estabelecida), ou seja, é a intensidade do vetor que é representada por um número seguido de uma unidade de medida. Por exemplo, quando informamos que o deslocamento para chegarmos a um determinado local é de 800 m, informamos apenas o módulo (número seguido da unidade). O velocímetro de um carro indica apenas o módulo da velocidade, (por exemplo, 30 km/h) pois ele não mostra a direção nem o sentido. O módulo de um vetor também pode ser chamado de intensidade, valor ou magnitude.

A direção é definida por uma reta. A reta imaginária que passa pelo vetor, também chamada de reta suporte, define a direção do vetor. Trabalharemos em um plano e, portanto, a direção de um vetor pode ser: vertical, horizontal ou inclinada (também chamada de oblíqua). Por exemplo, na Rosa dos ventos ou rosa dos rumos, a reta que passa pelos pontos cardeais Norte (N) e pelo Sul (S) representa a direção vertical; a reta que passa pelos pontos cardeais Leste (L) e oeste (O) representa a direção horizontal.

O sentido é para onde o vetor aponta. A extremidade de um vetor (a pontinha da seta) indica para onde ele aponta. Por exemplo, na Rosa dos ventos ou rosa dos rumos, temos os sentidos: Norte (ou para cima), Sul (ou para baixo), Leste (para direita), Oeste (ou para esquerda), dentre outros.

Vistos os conceitos de orientação (direção e sentido), percebemos que direção e sentido não são iguais! Mas não devemos esquecer que toda direção tem dois sentidos! Por exemplo, na Rosa dos ventos, há uma direção inclinada que tem os sentidos Nordeste (NE) e Sudoeste (SO).

Figura 09 – Rosa dos Ventos



Fonte: <http://portalmeudidatico.blogspot.com.br/2012/11/a-rosa-dos-ventos-e-mapa.html>

**Legenda:** Rosa dos ventos ou rosa dos rumos que mostra os pontos cardeais: Norte (N), Sul (S), Leste (E), Oeste (O) e os pontos colaterais: Nordeste (NE), Sudeste (SE), Noroeste (NO), Sudoeste (SO). A Rosa dos ventos representa um importante instrumento de aprendizado para o entendimento dos vetores.

- **ATIVIDADES COMENTADAS:**

01. Setas são as representações mais comuns de vetores. Quais as características dos vetores associados aos endereços na seguinte da placa?

Figura 10 – Placa de supermercado



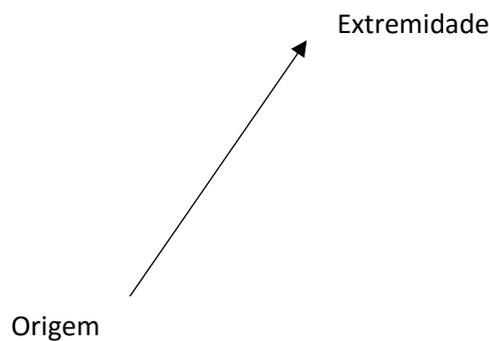
Fonte: o autor

**RESOLUÇÃO COMENTADA:**

As características de um vetor são: direção, sentido e módulo. A seta associada à AV. Professor Joaquim Cavalcanti representa um vetor com direção horizontal e sentido para a direita. Não dá para determinar o módulo desse vetor, pois não há indicação de seu tamanho.

A seta associada à Rua Ministro João Alberto representa um vetor com direção horizontal e sentido para a esquerda. Como não temos uma indicação de tamanho, não dá para dizer o módulo desse vetor.

02. Escreva as características do seguinte vetor cujo tamanho é 2 cm?

**RESOLUÇÃO COMENTADA:**

Os atributos ou características de um vetor são: módulo, direção e sentido.

Módulo: **2 cm** (o módulo é um número seguido de uma unidade de medida associado à seta, ou seja, ao vetor)

Direção: **inclinada** (se a direção não é horizontal e nem vertical, no plano da página, ela é inclinada)

Sentido: **aproximadamente Nordeste** (o sentido desse vetor seria nordeste se ele formasse com a reta horizontal imaginária que passa pela origem um ângulo de  $45^\circ$ , segundo a Rosa dos ventos. Percebemos que esse vetor não forma  $45^\circ$  com a horizontal. Por isso, escrevi “aproximadamente”)

**ATIVIDADE INDIVIDUAL EM SALA:**

- Determine as características dos seguintes vetores:

a) Magnitude 5 m:



b) Intensidade 5 m:





**RESOLUÇÃO E COMENTÁRIOS:**

- a) Já sabemos que o versor  $\hat{i}$  é um vetor horizontal que aponta para direita e tem módulo 1. O vetor representado pela expressão  $3\hat{i}$  tem a mesma orientação que o versor  $\hat{i}$ , mas é três vezes maior, logo seu desenho é:



- b) O vetor representado pela expressão  $-5\hat{i}$  é cinco vezes maior que o versor  $\hat{i}$ , mas apresenta sentido oposto ao versor  $\hat{i}$  por causa do sinal negativo, logo seu desenho é:



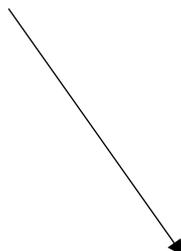
- c) Já sabemos que o versor  $\hat{j}$  é um vetor vertical que aponta para cima e tem intensidade 1. O vetor representado pela expressão  $2\hat{j}$  tem a mesma orientação que o versor  $\hat{j}$ , mas é duas vezes maior, logo seu desenho é:



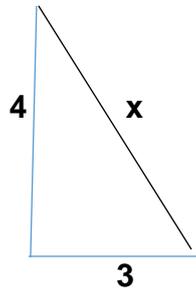
- d) O vetor representado pela expressão  $-4\hat{j}$  aponta no sentido oposto ao do versor  $\hat{j}$ , por causa do sinal negativo, e apresenta uma intensidade quatro vezes maior, logo o seu desenho é:



- e) Esse vetor é interessantíssimo, pois o mesmo é uma composição de dois vetores: um horizontal ( $3\hat{i}$ ) que aponta para direita (leste) e um vertical ( $-4\hat{j}$ ) que aponta para baixo (sul). Portanto, a partir da Rosa dos Ventos, a composição entre sul e leste dá sudeste (essa é a dica!). Logo, o desenho desse vetor aponta para, aproximadamente, o Sudeste (esse vetor composição apontaria exatamente para o Sudeste se o vetor que aponta para o leste e o vetor que aponta para o sul tivessem o mesmo módulo! Por quê?):



**OBS.:** Note que a partir do desenho do vetor  $3\hat{i} - 4\hat{j}$ , podemos construir um triângulo retângulo, onde o tamanho da hipotenusa ( $x$ ) é o módulo do vetor desenhado, o cateto horizontal é o módulo do vetor  $3\hat{i}$  e o cateto vertical é o módulo do vetor vertical  $-4\hat{j}$ :



O Teorema de Pitágoras nos informa que a área do quadrado formado pela hipotenusa ( $x \cdot x = x^2$ ) é igual à soma das áreas dos quadrados formados pelos catetos ( $3 \cdot 3 = 9$  e  $4 \cdot 4 = 16$ ), logo:

$$X^2 = 9 + 16$$

$$X^2 = 25$$

Como  $x$  é um módulo,  $x = 5$ .

Portanto, o módulo do vetor  $3\hat{i} - 4\hat{j}$  é 5 u (onde u representa uma unidade de medida).

- **ATIVIDADES EM SALA:**

01. A partir dos versores estudados, o que podemos dizer a respeito dos vetores horizontais? E dos vetores verticais? E dos vetores inclinados?

02. Informe as características dos vetores:

a)  $7\hat{i}$

b)  $-10\hat{j}$

c)  $12\hat{i} + 5\hat{j}$

## 4.6. VETORES ESPECIAIS: VETOR POSIÇÃO, VETOR VELOCIDADE INSTANTÂNEA E VETOR ACELERAÇÃO INSTANTÂNEA

### 4.6.1. VETOR POSIÇÃO

A localização de um objeto pode ser especificada através de um vetor que liga um ponto de referência (a origem de um eixo, por exemplo) ao objeto. Esse vetor é conhecido como **vetor posição** ( $\vec{p}$ ). Em uma BR, por exemplo, a origem ou o ponto de referência é o marco zero (km 0). Qual o vetor posição associado a uma placa de uma BR cuja indicação é km 4? É um vetor com origem na placa “km 0” e extremidade na placa “km 4”, isto é, supondo que é para direita que as posições aumentam, esse vetor posição terá direção horizontal, sentido para a direita e módulo (tamanho) 4 km. Em termos dos versores estudados (vetores unitários de base), esse vetor posição é representado assim:  $\vec{p} = 4\hat{i}$

- **ATIVIDADE EM CLASSE:**

01. Determine os atributos (módulo, direção e sentido) dos seguintes vetores posição: Considere as unidades do SI.

- $\vec{p} = 9\hat{i}$
- $\vec{p} = 2\hat{i} + 2\hat{j}$
- $\vec{p} = -24\hat{i} + 7\hat{j}$

### 4.6.2. VETOR VELOCIDADE INSTANTÂNEA

Quando falamos da velocidade de uma partícula, em geral, estamos nos referindo ao vetor velocidade instantânea ( $\vec{v}$ ) em um certo instante, ou seja, estamos nos referindo à rapidez numa determinada direção e sentido. Pense: o velocímetro nos mostra a velocidade instantânea vetorial ou a velocidade instantânea escalar?

Quando o vetor posição varia um infinitésimo ( $d\vec{p}$ ) durante um infinitésimo de tempo ( $dt$ ), temos o vetor velocidade instantânea dado pela expressão:  $\vec{v} = d\vec{p}/dt$ .

Como a variação do vetor posição tende a zero (não é zero, pois varia um infinitésimo!), a velocidade instantânea vetorial ( $\vec{v}$ ) indica, num instante  $t$ , o sentido do movimento. Por exemplo, se, no instante 5 s, o vetor velocidade instantânea de um corpo aponta para cima, quer dizer que, no instante 5 s, o corpo está subindo.

**OBS.:** Como o tempo é uma grandeza escalar não se coloca a “setinha” indicativa de vetor em cima do  $t$ .

• **EXEMPLOS COMENTADOS:**

01. Determine a expressão do vetor velocidade instantânea de uma partícula sabendo que o seu vetor posição é dado por  $\vec{p} = t^4\hat{i}$ .

**RESOLUÇÃO COM COMENTÁRIOS:**

Para acharmos a velocidade instantânea vetorial, devemos lembrar que a posição vetorial deve variar um infinitésimo ( $d\vec{p}$ ) chegando ao valor final  $\vec{p} + d\vec{p}$  e o tempo deve variar um infinitésimo ( $dt$ ) chegando ao valor final  $t + dt$ . Agora, vamos substituir esses valores finais em  $\vec{p} = t^4\hat{i}$ . Vamos lá:

$$\vec{p} = t^4\hat{i}.$$

$$\vec{p} + d\vec{p} = (t + dt)^4\hat{i}$$

Do capítulo 2 (importantíssimo), sabemos que  $(t + dt)^4 = t^4 + 4t^3dt$ , logo:

$$\vec{p} + d\vec{p} = (t^4 + 4t^3dt)\hat{i}$$

$$\vec{p} + d\vec{p} = t^4\hat{i} + 4t^3dt\hat{i}$$

Como  $\vec{p} = t^4\hat{i}$ , vamos subtrair ambos os membros por  $\vec{p}$ , logo:

$$d\vec{p} = 4t^3dt\hat{i}$$

$$d\vec{p}/dt = 4t^3\hat{i}$$

$$\vec{v} = 4t^3\hat{i}$$

A velocidade vetorial instantânea indica para onde ocorre o movimento em cada instante e como a expressão do vetor velocidade instantânea depende apenas do versor  $\hat{i}$ , podemos afirmar que a partícula se move ao longo da reta horizontal. Qual o sentido desse movimento em cada instante?

02. Sabendo que a posição vetorial de um corpo é  $\vec{S} = 2t^7\hat{j}$ , em unidades do SI, qual a posição do corpo e a velocidade no instante 2 s?

**RESOLUÇÃO COM COMENTÁRIOS:**

Primeiramente, vamos encontrar a expressão do vetor velocidade instantânea, lembrando que a posição vetorial ( $\vec{S}$ ) deve variar um infinitésimo ( $d\vec{S}$ ) chegando ao valor final  $\vec{S} + d\vec{S}$  e o tempo deve variar um infinitésimo ( $dt$ ) chegando ao valor final  $t + dt$ . Agora, vamos substituir esses valores finais na expressão da posição vetorial  $\vec{S} = 2t^7\hat{j}$ . Vamos lá:

$$\vec{S} = 2t^7\hat{j}$$

$$\vec{S} + d\vec{S} = 2(t + dt)^7\hat{j}$$

Lembrando que  $(t + dt)^7 = t^7 + 7t^6dt$

$$\vec{S} + d\vec{S} = 2(t^7 + 7t^6 dt) \hat{j}$$

$$\vec{S} + d\vec{S} = 2t^7 \hat{j} + 14t^6 dt \hat{j}$$

Como  $\vec{S} = 2t^7 \hat{j}$ , podemos subtrair  $\vec{S}$  de ambos os membros. Logo:

$$d\vec{S} = 14t^6 dt \hat{j}$$

$$d\vec{S}/dt = 14t^6 \hat{j}$$

$$\vec{v} = 14t^6 \hat{j}$$

Agora, vamos substituir o instante  $t = 2$  s nas expressões da posição vetorial e velocidade vetorial instantânea:

$$\vec{S} = 2t^7 \hat{j}.$$

$$\vec{S} = 2(2)^7 \hat{j}$$

$\vec{S} = 256 \hat{j}$ . Em 2 s, o corpo se encontra a 256 m, acima da origem (ponto referencial, também conhecido como marco zero). Por que acima?

$$\vec{v} = 14t^6 \hat{j}$$

$$\vec{v} = 14(2)^6 \hat{j}$$

$\vec{v} = 896 \hat{j}$ . No instante 2 s, o corpo se move para cima com velocidade de 896 m/s

- **ATIVIDADE EM CLASSE:**

Em duplas, resolvam a seguinte questão:

01. Desenhe os vetores posição e velocidade instantânea, no instante 3 s, a partir da posição vetorial:

a)  $\vec{p} = t^4 \hat{i}$

b)  $\vec{x} = -2t^7 \hat{j}$

#### 4.6.3. VETOR ACELERAÇÃO INSTANTÂNEA

O vetor posição ( $\vec{p}$ ) indica a posição de um corpo, em um certo instante, em relação a uma origem; o vetor velocidade instantânea ( $\vec{v}$ ) indica, em um certo instante, para onde ocorre o movimento (direção e sentido do movimento), mas nenhum desses vetores, sozinhos, indica como ocorre o movimento, ou seja, se o movimento fica mais lento, mais rápido ou se mantém a mesma velocidade vetorial. A partir do auxílio do vetor aceleração instantânea, saberemos como ocorre o movimento.

Acelerar significa variar a velocidade em certo tempo e para obter a aceleração vetorial instantânea, o vetor velocidade deve variar um infinitésimo ( $d\vec{v}$ ) durante um infinitésimo de tempo ( $dt$ ). Assim, a expressão do vetor aceleração instantânea é  $\vec{a} = d\vec{v}/dt$ .

Vamos priorizar (como fizemos até agora) os movimentos retilíneos.

No movimento retilíneo acelerado (aumento de rapidez), em certo instante, o vetor aceleração instantânea ( $\vec{a}$ ) tem o mesmo sentido do vetor velocidade instantânea ( $\vec{v}$ ); por exemplo, você dá um passo para frente (seu vetor velocidade é para frente) e uma pessoa, durante a tua passada, te empurra para frente (foi gerado em você um vetor aceleração para a frente). O que acontece? Você se move, durante a sua passada, mais rapidamente!

No movimento retilíneo retardado (diminuição de rapidez), em certo instante, o vetor aceleração instantânea ( $\vec{a}$ ) tem sentido contrário ao do vetor velocidade instantânea ( $\vec{v}$ ); por exemplo, você dá um passo para frente (seu vetor velocidade é para frente) e uma pessoa, durante a tua passada, te empurra para traz (foi gerado em você um vetor aceleração para traz). O que acontece? Você se move, durante a sua passada, mais lentamente!

- **EXEMPLO COMENTADO:**

01. Uma partícula se move em cada instante de acordo com a velocidade vetorial instantânea  $\vec{v} = t^{12}\hat{i}$ . Qual o vetor aceleração instantânea, em cada instante  $t$ , para essa partícula?

**RESOLUÇÃO COM COMENTÁRIOS:**

Para acharmos a aceleração instantânea vetorial, devemos lembrar que a velocidade vetorial deve variar um infinitésimo ( $d\vec{v}$ ) chegando ao valor final  $\vec{v} + d\vec{v}$  e o tempo deve variar um infinitésimo ( $dt$ ) chegando ao valor final  $t + dt$ . Agora, vamos substituir esses valores finais em

$\vec{v} = t^{12}\hat{i}$ . Vamos lá:

$$\vec{v} = t^{12}\hat{i}$$

$$\vec{v} + d\vec{v} = (t + dt)^{12}\hat{i}$$

Do estudo do Binômio de Newton com um infinitésimo (no capítulo 2), sabemos que  $(t + dt)^{12} = t^{12} + 12t^{11}dt$  (vale à pena entender essa igualdade). Logo:

$$\vec{v} + d\vec{v} = (t^{12} + 12t^{11}dt)\hat{i}$$

$$\vec{v} + d\vec{v} = t^{12}\hat{i} + 12t^{11}dt\hat{i}$$

Como  $\vec{v} = t^{12}\hat{i}$ , vamos subtrair  $\vec{v}$  de ambos os membros e obter:

$$d\vec{v} = 12t^{11}dt\hat{i}$$

$$d\vec{v}/dt = 12t^{11}\hat{i}$$

$$\vec{a} = 12t^{11}\hat{i}$$

A aceleração vetorial instantânea dessa partícula tem direção horizontal e sempre aponta para a direita (por quê?); o módulo dependerá do instante considerado.

- **ATIVIDADE EM CLASSE:**

01. Em duplas, construam um mapa conceitual sobre vetores e apresentem-no ao seu professor.
02. O vetor posição de um corpo é  $\vec{p} = t^3\hat{j}$ . Para o instante 1 s, diga onde esse corpo está (em relação a uma origem), para onde ele está indo e se o movimento é retardado ou acelerado.

## TÓPICO 5

### 5. REVISÃO GERAL

#### 5.1 INTRODUÇÃO

Essas questões têm o objetivo de consolidar ainda mais o que aprendemos em nosso material potencialmente significativo. Bons estudos!

#### 5.2 QUESTÕES PARA A CONSOLIDAÇÃO DO CONHECIMENTO

01. Escreva algumas unidades de medida para as grandezas: posição, tempo e velocidade.
02. Quais as unidades do SI para as grandezas: posição, tempo, velocidade, aceleração, massa e força?
03. Transforme 15 min em segundos e depois, transforme 15 min em uma fração de hora.
04. Uma velocidade de 5m/s equivale a quantos km/h? E 72km/h equivale a quantos m/s?
05. Você sabia que além de outros métodos, em geral, podemos transformar unidades de medida através de um fator unitário, ou seja, multiplicando por 1? Em caso positivo, descreva esse processo através de um exemplo.
06. Na expressão:  $S = 2t$  e  $S = 6t^2$  "S" indica a grandeza posição. No SI, qual a unidade dos coeficientes "2" e "6"?
07. Na Física, qual o papel da velocidade?

08. O que significa uma velocidade média de 80km/h?
09. Crie uma situação com dois trechos ou mais cuja velocidade média total dê 80km/h.
10. Qual a função do velocímetro de um carro?
11. Qual a função de uma lombada eletrônica?
12. Qual a diferença entre as grandezas posição e deslocamento?
13. Qual a diferença entre tempo e intervalo de tempo?
14. Qual a diferença entre infinito e infinitésimo, de acordo com suas palavras?
15. Qual a diferença entre “variação média” e “variação instantânea”?
16. Explique a seguinte afirmação: a velocidade escalar instantânea é uma velocidade média especial.
17. Desenvolva os seguintes produtos notáveis:  $(x + 5)^2$  ,  $(x + 5)^3$ . Como se chamam esses produtos notáveis?
18. O que significa um infinitesimal elevado ao quadrado, por exemplo  $dt^2$ ?
19. Desenvolva as seguintes expressões que têm um elemento infinitesimal:  $(S + dS)^8$  e  $(t + dt)^{13}$ .
20. A luz propaga-se no vácuo com a imensa velocidade de 300 000 km/s. No vácuo, a luz acelera muito ou pouco? Explique.
21. Qual a diferença entre velocidade e aceleração?
22. O nosso corpo é um acelerômetro e não um velocímetro. Como você interpreta essa frase?
23. Escreva três unidades para a grandeza aceleração?
24. Normalmente, quantos pedais de acelerador têm em um carro?
25. Explique essa frase: a aceleração escalar instantânea é uma aceleração média especial.

26. Qual o valor da aceleração da gravidade?
27. O que é um movimento retilíneo variado?
28. Qual o nome do movimento cuja aceleração é constante?
29. Com suas palavras, o que é inércia? Dê exemplos.
30. Qual a relação entre inércia e aceleração?
31. O que significa uma aceleração constante de  $12\text{m/s}^2$  ?
32. Qual a diferença entre direção e sentido?
33. Se eu digo assim: “um carro passou com velocidade de  $72\text{ km/h}$ ”, essa informação sobre velocidade é completamente entendível?
34. Qual a diferença entre um número e um vetor?
35. Todo versor é um vetor? E todo vetor é um versor? Explique.
36. Qual a diferença entre grandeza escalar e grandeza vetorial? Dê exemplos.
37. Imagine um plano cartesiano. Como localizar um corpo, utilizando esse plano cartesiano?
38. Na biologia, a expressão “vetor” é usada. O que é um vetor no contexto biológico?
39. Metaforicamente o que seria o cursor que aparece nas telas de todos os computadores do mundo?
40. A força é uma grandeza escalar? Explique.
41. Qual o papel do vetor posição, vetor velocidade instantânea e vetor aceleração instantânea?
42. Considere o seguinte vetor posição para uma partícula:  $\vec{p} = t^5\hat{j}$ , onde  $\hat{j}$  é o versor da direção vertical que aponta para cima. Adote o SI. Responda:
- d) Ache as expressões vetoriais da velocidade vetorial instantânea e aceleração instantânea.
- e) Desenhe os vetores posição, velocidade instantânea e aceleração instantânea no instante  $1\text{s}$ .

- f) Considerando um plano cartesiano, qual a posição dessa partícula em 1s? Para onde a partícula tende a ir no instante 1s? Em 1s, essa partícula tem um movimento retardado ou acelerado?

43. Explique essa afirmação: todo vetor é igual ao seu módulo vezes um versor.

44. Considere o seguinte vetor:  $\vec{Q} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$ , onde  $\hat{i}$  é o versor da direção horizontal que aponta para direita e  $\hat{j}$  é o versor da direção vertical que aponta para cima. Quais as características do vetor  $\vec{Q}$ ?