

MNPEF

Mestrado Nacional
Profissional em
Ensino de Física



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA

**SEQUÊNCIA DE ENSINO POR INVESTIGAÇÃO SIGNIFICATIVA NO ESTUDO DAS
RELAÇÕES ENTRE FÍSICA E MÚSICA EM ATIVIDADES EXPERIMENTAIS
ENVOLVENDO O OSCILADOR DE MELDE**

Joel Vieira de Araújo Filho

Recife/PE

Dezembro – 2018

**SEQUÊNCIA DE ENSINO POR INVESTIGAÇÃO SIGNIFICATIVA NO ESTUDO
DAS RELAÇÕES ENTRE FÍSICA E MÚSICA EM ATIVIDADES
EXPERIMENTAIS ENVOLVENDO O OSCILADOR DE MELDE**

Mestrando: Joel Vieira de Araújo

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação Profissional em Ensino de Física (MNPEF) polo Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE) como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador: Prof. Dr. Francisco Nairon Monteiro Júnior

Banca Examinadora:

Presidente: Prof. Dr. Francisco Nairon Monteiro Júnior

Instituição: PPGPEF e Departamento de Educação da UFRPE

Membro Interno: Prof. Dr. Alexandro Cardoso Tenório

Instituição: PPGPEF e Departamento de Educação da UFRPE

Membro Externo: Prof. Dr. Alberes Lopes de Lima

Instituição: Colégio Militar do Recife

Suplente Interno: Prof. Dr. Ernande Barbosa da Costa

Instituição: Departamento de Física da UFRPE

Recife/PE

Dezembro – 2018

A663s Araújo Filho, Joel Vieira de
Sequência de ensino por investigação significativa no estudo das relações entre física e música em atividades experimentais envolvendo o oscilador de Melde / Joel Vieira de Araújo Filho. – 2018.
101 f.: il.

Orientador: Francisco Nairon Monteiro Júnior.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Programa de Pós-Graduação Nacional de Mestrado Profissional em Ensino de Física, Recife, BR-PE, 2018.

Inclui referências.

1. Aprendizagem significativa
 2. Ensino por investigação
 3. Oscilador de Melde
 4. Música
 5. Física – Estudo e ensino
- I. Monteiro Júnior, Francisco Nairon, orient. II. Título

CDD

530.07



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO

Ata de defesa da dissertação de mestrado de Joel Vieira de Araújo Filho, intitulada “SEQUÊNCIA DE ENSINO POR INVESTIGAÇÃO SIGNIFICATIVA NO ESTUDO DAS RELAÇÕES ENTRE FÍSICA E MÚSICA EM ATIVIDADES EXPERIMENTAIS ENVOLVENDO O OSCILADOR DE MELDE”, orientada pelo Prof. Dr. Francisco Nairon Monteiro Júnior, apresentada à banca examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós Graduação Profissional em Ensino de Física, em 14 de dezembro de 2018.

Os membros da Banca Examinadora consideraram o (a) candidato (a)

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Francisco Nairon Monteiro Júnior (DED/UFRPE)

Prof. Dr. Alexandro Cardoso Tenório (DED/UFRPE)

Prof. Dr. Ernande Barbosa da costa (DF/UFRPE)

Prof. Dr. Alberes Lopes de Lima (CMR-PE)

Recife/PE

Dezembro – 2018

DEDICATÓRIA

À Sociedade Brasileira de Física (SBF), ao programa de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF) e a Capes (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pela iniciativa em promover o aprimoramento em um nível de pós-graduação stricto sensu a profissionais da educação básica.

Ao Departamento de Física (DF) da Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE).

Aos meus pais Joel Vieira de Araújo (In Memoriam) e Antonia das Graças Silva, que construíram o que sou hoje.

Ao meu amigo, e orientador nesse trabalho, Prof. Dr. Francisco Nairon Monteiro Júnior, por ter sido não só um orientador, mas um incentivador e participante ativo nesse projeto.

Aos meus filhos Nubya Thaysa da Silva Araújo e Júlio César Gomes Pacheco de Araújo, que são motivos para que eu deseje sempre mais, não só por mim, mas também por eles.

À minha amiga, professora Silmia Pereira, por sempre me incentivar, sempre confiar em mim, inclusive ter me levado à defesa do pré-projeto. Obrigado.

A meu gestor na Escola de Referência em Ensino Médio (EREM) Olinto Victor, Romero Aguiar, e meu gestor adjunto na mesma instituição, Rui Gilberto, pela possibilidade e viabilidade que sempre trouxeram a mim nessa difícil jornada.

Aos estudantes da Escola de Referência em Ensino Médio (EREM) Olinto Victor, por terem participado desse projeto e dele fazerem parte importante.

RESUMO

SEQUÊNCIA DE ENSINO POR INVESTIGAÇÃO SIGNIFICATIVA NO ESTUDO DAS RELAÇÕES ENTRE FÍSICA E MÚSICA EM ATIVIDADES EXPERIMENTAIS ENVOLVENDO O OSCILADOR DE MELDE

Mestrando: Joel Vieira de Araújo Filho

Orientador: Prof. Dr. Francisco Nairon Monteiro Júnior

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação da Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE) no Curso de Mestrado Profissional de Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

O presente trabalho resulta das inquietações nascidas na práxis pedagógica no ensino médio e consiste numa Sequência de Ensino por Investigação (SEI) significativa no estudo das cordas oscilantes fixas de instrumentos musicais, notadamente o violão. Tal produto oferece uma nova ‘roupagem’ para o oscilador de Melde com o uso de aplicativo grátis de celular, bem como de alto-falante e amplificador para gerar ondas harmônicas com cordas de violão. Aplicamos a SEI na Escola de Referência em Ensino Médio (EREM) Olinto Victor, Recife-PE. A experiência vivenciada apontou a viabilidade na busca da aprendizagem significativa no contexto das cordas vibrantes, bem como a importância dos organizadores prévios como motivadores da busca de conhecimentos novos. Apontou ainda a importância da fase de problematização como geradora de inquietações nos alunos e ainda a importância do trabalho experimental em grupo na passagem da representação abstrata do conhecimento à manipulação de conceitos e variáveis, indicando que atividades manipulativas têm sua importância quando o manipulador do aparato tem consciência de seus atos ao realizar o experimento.

Palavras-chave: Aprendizagem Significativa, Ensino por Investigação, Oscilador de Melde, Música, Ensino de Física.

Recife/PE

Dezembro - 2018

ABSTRACT

SEQUENCE OF TEACHING BY SIGNIFICANT INVESTIGATION IN THE STUDY OF RELATIONS BETWEEN PHYSICS AND MUSIC IN EXPERIMENTAL ACTIVITIES INVOLVING THE MELDER OSCILLATOR

Master: Joel Vieira de Araújo Filho
Dissertation Advisor: Dr. Francisco Nairon Monteiro Júnior

Master's thesis presented to the Post-Graduation Program of the Federal Rural University of Pernambuco (UFRPE) in the National Professional Master's Degree Course in Physics Teaching (NPMDPT), as part of the requirements necessary to obtain a Master's degree in Physics Teaching.

The present work is the result of the worries born in the pedagogical praxis in high school and consists of a sequence of teaching by investigation (STI) significant in the study of fixed oscillating strings of musical instruments, especially the guitar. Such a product offers a new 'dressing' for the Melde oscillator with the use of free mobile application as well as speaker and amplifier to generate harmonic waves with guitar strings. We apply to STI at School of Reference in High School Olinto Victor, Recife-PE. The lived experience pointed to the viability in the search for meaningful learning in the context of the vibrating strings, as well as the importance of the previous organizers as motivators of the search of new knowledge. He also pointed out the importance of the problematization phase as a source of unease in students and also the importance of experimental group work in the transition from the abstract representation of knowledge to the manipulation of concepts and variables, indicating that manipulative activities have their importance when the manipulator of the apparatus has awareness of their actions while performing the experiment

Keywords: Significant Learning, Research Teaching, Melde Oscillator, Music, Physics Teaching.

Recife/PE

December - 2018

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO	10
CAPÍTULO 2: REFERENCIAIS TEÓRICOS	15
2.1. APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA	15
2.1.1. APRENDIZAGEM	15
2.1.2. ENSINO SIGNIFICATIVO.....	15
2.1.3. APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA – AUSUBEL.....	17
2.1.4. A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E O PAPEL DO PROFESSOR.....	17
2.1.5. APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA CRÍTICA – MOREIRA.....	19
2.2. ENSINO POR INVESTIGAÇÃO.....	21
2.2.1. DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO.....	21
2.2.2. ENSINO DE CIÊNCIAS POR INVESTIGAÇÃO.....	23
2.3. ONDAS ESTACIONÁRIAS EM CORDAS VIBRANTES FIXAS	27
2.3.1. ONDAS.....	27
2.4. CORDAS VIBRANTES NA MÚSICA: O EXEMPLO DO VIOLÃO	28
2.4.1. MÚSICA - SOM.....	28
2.4.2. SOM EM CORDAS ELÁSTICAS FIXAS: O EXEMPLO DO VIOLÃO	31
CAPÍTULO 3: PRODUTO EDUCACIONAL - SEQUÊNCIA DE ENSINO POR INVESTIGAÇÃO SIGNIFICATIVA NO ESTUDO DAS RELAÇÕES ENTRE FÍSICA E MÚSICA EM ATIVIDADES EXPERIMENTAIS ENVOLVENDO O OSCILADOR DE MELDE.....	35
3.1. DO APARATO EXPERIMENTAL.....	35

3.2. METODOLOGIA.....	47
3.2.1. CONJUNÇÃO APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E ENSINO POR INVESTIGAÇÃO.....	47
3.2.2. ONDAS ESTACIONÁRIAS NA MÚSICA: UMA PROPOSTA DE SEQÜÊNCIA DE ENSINO POR INVESTIGAÇÃO (SEI) SIGNIFICATIVA	51
 CAPÍTULO 4: APLICAÇÃO DO PRODUTO E ANÁLISE.....	60
4.1. AULA INICIAL: ORGANIZADORES PRÉVIOS, PROBLEMATIZAÇÃO, CONSTRUÇÃO DE HIPÓTESES E DO PLANO DE TRABALHO	61
4.2. USO DO APARATO NA OBTENÇÃO DE DADOS, ANÁLISE DESSES DADOS.....	68
4.3. CONCLUSÃO E COMUNICAÇÃO ENTRE OS GRUPOS	75
4.4. DISCUSSÃO	78
 5. CONCLUSÃO	83
 REFERÊNCIAS.....	86
 APÊNDICE - RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE ONDAS NUMA CORDA FIXA	90

CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO

Desde muito cedo nos interessamos por ciência, por descobrir o que há no mundo que o torna como é. Toda criança faz perguntas aos adultos que até impressionam. As crianças têm uma imaginação, uma curiosidade que é linda, inerente a elas próprias. Em tudo mexem. Correm, saltam, quebram, rabiscam paredes, quadros... E agora, em nosso novo mundo tecnológico, aprendem muito rapidamente a manipular aparelhos complexos, como *tablets* e *smartphones*. Sabem baixar aplicativos de jogos, ver vídeos, conversar em redes sociais... São motivadas a aprenderem ciência sem saber, intuitivamente, sem ter consciência de que o que estão fazendo advém do mundo científico. Por outro lado, nos anos finais do ensino básico, essa curiosidade, essa alegria em aprender ciência, essa motivação, parece que... Perdem-se. Mas, o que houve? Como nos diz Pozo e Crespo (2009, p. 15),

Espalha-se entre os professores de ciências, especialmente nos anos finais do ensino fundamental e do ensino médio, uma crescente sensação de desassossego, de frustração, ao comprovar o limitado sucesso de seus esforços docentes. Aparentemente, os alunos aprendem cada vez menos e tem menos interesse pelo que aprendem. Essa crise da educação científica, que se manifesta não só nas salas de aula, mas também nos resultados da pesquisa em didática das ciências [..].

Sim, como bem escreveram os autores acima mencionados, parece existir uma crise no ensino de ciências. Mas essa crise não é recente; vem de muitas décadas de um trabalho pedagógico conservador e tecnicista. E esse analfabetismo científico se reflete na própria sociedade, conservando uma sociedade desigual e sem capacidade de refletir sobre as corretas decisões político-econômicas que envolvam ciências e tecnologia. Cachapuz *et al* (2011, p.19) afirma que “o desenvolvimento de qualquer programa de educação científica deveria começar com propósitos correspondentes na educação geral [...] e requer estratégias que evitam a repercussão das desigualdades sociais no âmbito educativo.” É salutar afirmar que a alfabetização científica da sociedade não deve buscar a formação de especialistas em física, química ou biologia, mas sim a formação de um cidadão que tenha a capacidade de tomar consciência de suas decisões em relação a aspectos da ciência na sociedade, considerando a própria ciência como parte da cultura de nosso tempo. Visões deformadas da ciência, ou até a própria negação dos paradigmas científicos, contribuem para uma sociedade em que seus cidadãos não podem, nem sabem, se posicionar politicamente e criticamente nas decisões em que requer o mínimo de conhecimento da

tecnologia ou ciência, tais como produtos transgênicos, aquecimento global ou lixo tecnológico.

Sempre nos incomodaram, durante nossos anos de prática em ensino de física, problemas tais como motivação dos alunos, transposição didática dos conteúdos, matematização excessiva e baixo rendimento escolar na área de ensino das ciências da natureza – física, química e biologia. No início de nossa docência, há aproximadamente 18 anos, praticávamos o mesmo processo que nos foi imposto: ciência descontextualizada, matematizada, “decorativa” e de alto índice de reprovação e rejeição entre os alunos. E isso nos incomodou. Por que os alunos não gostam de física? Por que não conseguem aprender conceitos que possuem relação direta com suas experiências cotidianas? Eram alguns de meus questionamentos. Não sabíamos que alienadamente estávamos apenas reproduzindo uma educação opressora, de visão elitista e bancária. Estávamos apenas narrando conteúdos, de forma estática e de alta subjetividade. E nossas avaliações eram memoristas, como o saque de um depósito que fora feito durante as aulas. Produzíamos e reproduzíamos, assim, uma educação somática, em que a palavra do professor é lei a ser copiada e seguida. Como nos fala Freire (1994, p. 33),

A narração, de que o educador é o sujeito, conduz os educandos à memorização mecânica do conteúdo narrado. Mais ainda, a narração os transforma em “vasilhas”, em recipientes a serem “enchidos” pelo educador. Quanto mais vá “enchendo” os recipientes com seus “depósitos”, tanto melhor educador será. Quanto mais se deixem docilmente “encher”, tanto melhores educandos serão.

E negávamos a esse ser oprimido a palavra e o pensamento livre, e, o mais importante, a sua própria consciência de ser oprimido. E isso nos inquietava. Não podia está correto! Essa forma de ensino produzia aprendizagem de fato? Que tipo de cidadão teríamos formado? E, a pergunta que mais nos inquietava: para que ensinar física? Buscamos respostas. E, por conta própria, entramos em contato com Paulo Freire, Jean Piaget, Lev Vygotsky, Dermeval Saviani, e outros. Alguns deles, como Piaget e Vygotsky, tínhamos estudado durante o curso de licenciatura em física na UFRPE, mas não de forma significativa. Foram anos de leitura, descobrimento e “libertação”. Como diz o próprio Freire (*id*, p.30),

A ação libertadora, pelo contrário, reconhecendo esta dependência dos oprimidos como ponto vulnerável, deve tentar, através da reflexão e da ação, transformá-la em independência. Esta, porém, não é doação que uma liderança, por mais bem intencionada que seja, lhes faça. Não podemos esquecer que a libertação dos oprimidos é libertação de homens e não de “coisas”. Por isto, se não é autolibertação – ninguém se liberta sozinho, também não é libertação de uns feita por outros.

Portanto, vimos que a libertação de nossos estudantes, a conscientização dos oprimidos, se faz em conjunto. Deveríamos libertar-nos da “educação bancária” juntos, um conscientizando o outro, alunos e professor. Por isso, para que nossas aulas pudessem fazer sentido aos estudantes, antes deveriam fazer sentido ao professor; para que o conteúdo da aula desperte motivação e interesse, deve partir da visão do estudante, do que ele sabe, do que ele é capaz de saber. Não há liberdade no silêncio dos alunos, no monólogo do professor e na mecanização de uma avaliação. E nessa busca de liberdade, encontramos no Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF) uma ponte valiosa e fundamental. Tivemos a chance de aprofundar conhecimentos, debater processos didáticos de ensino-aprendizagem em física, de conhecer teorias e métodos inovadores, estimulantes e promissores. Além de conhecer mais a fundo conhecimentos de eletromagnetismo, física estatística, mecânica quântica, tivemos a oportunidade de conhecer o pensamento de importantes pesquisadores em processo de aquisição de novos conhecimentos e metodologias de ensino de ciências, tais como David Ausubel, Pedro Demo, Marco A. Moreira, Anna M. P. de Carvalho, Antonio Cachapuz, Juan Ignacio Pozo, etc.

Durante o mestrado, encontramos na teoria cognitiva da aprendizagem significativa e na metodologia de ensino por investigação em ciências uma promissora dupla teoria-método capaz de trazer significado à aprendizagem de conceitos em física, com ativa participação dos alunos e alfabetização científica cidadã. Logo, começamos a pesquisa e leitura de artigos, teses e livros sobre aprendizagem significativa e ensino por investigação. Zompero e Laburú (2010, p.18) nos mostra, em um artigo de 2010, publicado na Revista Eletrónica de Investigación en Educación en Ciencias, que a

[...] aprendizagem significativa, a qual se relaciona em muitos aspectos com as idéias da metodologia de investigação no ensino de ciências. Os aspectos em que tal aproximação pode ser evidenciados são o engajamento dos estudantes; a resolução do problema, para os quais os alunos deverão mobilizar conhecimentos da experiência adquirida; a emissão de hipóteses nas quais é possível a identificação dos conhecimentos prévios dos alunos, bem como a possibilidade que as atividades proporcionem aos estudantes reorganizarem seus conhecimentos na estrutura cognitiva, ao tomarem contato com novas fontes de informações .

Ficamos muito empolgados nessa investigação, principalmente após reencontrarmos um professor de nossa graduação, o nosso atual orientador nesse trabalho, professor Dr. Francisco Nairon Monteiro Júnior. Ele nos trouxe a investigação de um mundo prazeroso,

envolvente, que está presente em qualquer meio socioeconômico: a música. Esse campo de estudo nos empolgou mais ainda, pois pareceu-nos um encaixe perfeito entre teoria cognitiva (aprendizagem significativa), metodologia de ensino de ciências (ensino por investigação) e conteúdo de estudo em física relevante, significativo e motivador para os estudantes (o estudo de acústica musical). Dentro do estudo físico da acústica musical, instrumento de cordas vibrantes, notadamente o violão, nos pareceu muito promissor como organizador prévio, por ser um instrumento musical muito conhecido, fácil de ser encontrado e que traz vários questionamentos dentro de seu funcionamento. Porém, ao pesquisarmos nos livros textos de ensino médio, vimos a precariedade e superficialidade com que a acústica musical é tratada. Em artigo publicado em 2011, Monteiro Junior e Carvalho mostraram que pesquisas feitas em livros didáticos do 9º ano do ensino fundamental e 2º ano do ensino médio trazem conceitos de som de modo superficial e reducionista. Além disso, no mesmo artigo, Monteiro Junior e Carvalho (2011, p. 140) mostraram que

Tais textos didáticos quando fazem uso de ligações com a música, o fazem de forma bastante superficial, limitando-se, quase sempre, a falar das cordas e tubos sonoros, das notas musicais e, quando muito, das escalas maior e menor natural. Contudo, discussões que a nosso ver são centrais como, por exemplo, a relação entre o padrão de intervalos de frequência da escala cromática e as progressões geométricas sequer é citada.

Assim, começou nossa pesquisa com o objetivo de desenvolver uma seqüência de ensino por investigação significativa envolvendo a física das cordas oscilantes fixas. Nesse sentido, a música produzida por essas cordas em instrumentos musicais nos pareceu uma área de estudo estimulante e potencialmente significativa aos estudantes.

Observamos, durante nossos estudos, que conceitos como frequência, comprimento de onda, amplitude, volume e intensidade do som, além da relação do som com a matemática, como as frações na escala pitagórica ou progressões geométricas na escala temperada, podem ser significativamente exploradas por meio do estudo das cordas oscilantes fixas em instrumentos musicais. Para isso, tivemos o violão como incentivador dos estudos, e desenvolvemos uma nova montagem de um aparato desenvolvido em meados do século XIX para o estudo de ondas estacionárias, o oscilador de Melde. Fizemos uma nova roupagem do aparato, mais moderna, usando aplicativo de celular, que pode ser adaptada às pesquisas de várias variáveis em ondulatória e acústica musical, além de ser de fácil manipulação pelos estudantes. Com isso, objetivamos um estudo consciente, motivador e significativo de conceitos em ondulatória e acústica musical,

principalmente os que apresentam cordas oscilantes fixas em instrumentos musicais, inicialmente o violão, mas que possa se estender a outros instrumentos, como o berimbau, que é um instrumento importante para a cultura brasileira. Pensamos em uma aula mais participativa, centrada no estudante, de livre debate de ideias, além de motivar o estudante a maior pesquisa, aprofundando seus conhecimentos e tornando-se capaz de tomar decisões conscientes sobre políticas econômico-sociais que dependam do desenvolvimento científico-tecnológico. A motivação em aprender, em buscar saber mais, de forma significativa, pode ser um dos caminhos para uma sociedade mais democrática e consciente. O estudo motivador, inovador, significativo e crítico das cordas oscilantes fixas em música pode ser uma porta aberta à possibilidade de abrir a mente do estudante a novas possibilidades, de ser capaz de ler o mundo em uma sociedade que está em constante mudança, como alternativa a um ensino que mais se assemelha a uma ‘ilha’ de conhecimento com conteúdos prontos, fixos. Como afirma Fourez (2003, p.122),

Quando se defende a tese de que os cursos de ciências devem tornar os alunos capazes de ler o seu mundo, fica-se facilmente exposto à censura por deixá-los em sua bolha e sua pequena sociedade, enquanto que seria necessário, ao contrário, abri-los a todo o universo, à grande sociedade, e a uma cientificidade que resiste aos efeitos ideológicos! É, de fato, difícil negar que, com frequência, os jovens se isolam no oásis de seu pequeno mundo, por medo de se confrontar com os conflitos de nossa sociedade. Eles ficam então à mercê da ideologia dominante (que é geralmente um misto da ideologia espontânea dos dominantes e a dos dominados, misto arranjado de modo que a reprodução social se faça).

Portanto, por meio de uma sequência de ensino por investigação significativa envolvendo cordas oscilantes fixas em um violão, música e uma nova montagem de um aparato inicialmente criado em meados do século XIX, pretendemos motivar os professores a praticarem uma ciência motivadora, contextualizada e crítica; promover a motivação do jovem estudante para a aprendizagem da ciência de modo prazeroso, significativo e que o torne capaz de ler o mundo em constante modificação.

CAPÍTULO 2: REFERENCIAIS TEÓRICOS

2.1. APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

2.1.1. Aprendizagem

Um dos objetivos do ensino deve ser o de aprendizagem dos conteúdos curriculares. Não existe ensino dissociado de uma aprendizagem. Porém, desde muitas décadas, se discute o que é aprender. Moreira (2010, p. 12-13) afirma que

[...] o próprio conceito de aprender também tem vários significados não compartilhados. Alguns exemplos do que tem sido considerado como definido aprendizagem incluem: condicionamento, aquisição de informação (aumento do conhecimento), mudança comportamental estável, uso do conhecimento na resolução de problemas, de novas estruturas cognitivas, revisão de modelos mentais.

Existem três tipos gerais de aprendizagem (LEFRANÇOIS, 2008; MOREIRA, 2011):

- I. Cognitiva: reconhece uma estrutura mental complexa (estrutura cognitiva) onde a informação é armazenada de modo organizado – quando a aprendizagem é relevante.
- II. Afetiva: a aprendizagem se dá por meio de sinais internos do ser humano, como dor, prazer, satisfação, ansiedade, etc.
- III. Psicomotora: a aprendizagem se dá por meio de condicionamento das respostas musculares adquiridas pelo treino e prática.

É importante salientar que esses tipos de aprendizagem muito geralmente ocorrem ao mesmo tempo, uma em concomitância com outra.

2.1.2. Ensino Significativo

Uma ESCOLA SIGNIFICATIVA seria um local em que o processo ensino-aprendizagem se faz de modo em que os processos fazem com sentido para os estudantes. Os conteúdos têm alguma significação, sendo inseridos em um contexto em que a curiosidade floresce, fazendo o processo de ensino ser prazeroso e a aprendizagem ser facilitada. Uma escola significativa observa sempre o cotidiano dos seus estudantes, e a partir dele desenvolve sua práxis pedagógica. Villela e Archangelo (2013, p.57) afirmam que

A escola significativa é aquela cujos atos e modos de ser façam sentido para o aluno e favoreçam a expansão e a resignificação de suas experiências, ampliando sua curiosidade e seu interesse pelo mundo. Em função disso, a escola

significativa é aquela que não pensa o ensino senão também de forma significativa.

Não existe um consenso sobre o que possa ser um Ensino Significativo (TAVARES, 2008; MASINI; MOREIRA, 2009; MOREIRA, 2011; VILLELA; ARCHANGELO, 2013). A partir da literatura consultada, detectamos duas tendências básicas para caracterizar um Ensino Significativo:

I. Reunião e o desenvolvimento de ações educativas bem determinadas, que potencializam a aquisição de conteúdos, competências e habilidades específicas significativamente, ou seja, que façam sentido aos aprendizes. Processo complementar a Aprendizagem.

II. Intervenção Pedagógica com o estudante como foco principal, com o objetivo de que o aprendiz possa ter aquisição de conhecimentos sistematizados de forma relevante.

Um Ensino Significativo tem como foco principal o aprendiz: suas necessidades, tanto afetivas como cognitivas; suas formas de aprender; sua realidade. Villela e Archangelo (2013) encontram três tendências clássicas de ensino significativo, todas tendo em comum uma coisa: o processo ensino-aprendizagem deve partir da realidade do estudante. São elas:

I. Linha Piagetiana: o ensino significativo levaria o estudante aos processos de equilíbrio e desequilíbrio cognitivos. Os materiais e problemas a serem oferecidos aos aprendizes devem estar de acordo com o nível cognitivo de cada um, respeitando os estágios de desenvolvimento. O ensino deve ser progressivo: das situações mais gerais até as mais específicas. E principalmente: o ensino deve partir da realidade objetiva dos aprendizes, e nessa realidade ser elaborado e planejado.

II. Linha Ausubeliana: para se ter um ensino significativo deve-se levar em consideração encontrar vínculos entre o conteúdo que se deve apresentar e o conjunto de referências conceituais que o aluno já possui. Existe uma estrutura cognitiva no aluno, que deve se interligar, formar vínculos significativos, relevantes, com os conteúdos e experiências que devem ser apropriadas. Nessa linha, o mais importante não é partir apenas da realidade do aluno, mas do que ele já sabe, de suas experiências prévias. Essas experiências e conhecimentos prévios serão de fundamental importância à aquisição de novos conhecimentos e experiências, de modo relevante.

III. Linha Sociocultural: as experiências sociais e culturais dos alunos devem ser respeitadas e valorizadas pela escola. Os conteúdos devem ser embasados nessas experiências. Então, por dar ênfase às experiências sensíveis ou cotidianas dos alunos, os

conhecimentos historicamente construídos devem ser adaptados às experiências sociais e culturais desses alunos. É uma tendência muito controversa: uns vêem como populista e ingênua, outros, como reducionista e descontextualizada dos conhecimentos historicamente construídos.

2.1.3. Aprendizagem Significativa – Ausubel

David P. Ausubel (1918 – 2008), médico-psiquiatra norte americano, dedicou sua carreira à psicologia educacional, a ser trabalhada nas escolas de nível básico. Sua teoria da aprendizagem significativa, proposta no início da década de 60 do século XX, é uma teoria cognitiva, que leva em consideração a importância da aprendizagem afetiva.

Para Ausubel, aprender é organizar e integrar o novo material (conceito, teoria, leis, etc) à estrutura cognitiva já pré-existente do aprendiz (MOREIRA, 2011; MASINI; MOREIRA, 2009; SANTANA, 2013). Assim, o que foi significativamente aprendido terá significado ao aprendiz e poderá ser usado em questões ou problemas futuros, ou na aquisição de novos conceitos, teorias, leis, etc, que aqui chamaremos materiais de aprendizagem ou simplesmente materiais. Assim “[...] o fato isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aluno já sabe; descubra isso e ensine-o de acordo” (MOREIRA, 2011, p. 171). Essa é a idéia central na teoria da aprendizagem significativa: saber e reconhecer como fundamental o que o aprendiz já sabe sobre o material a ser aprendido.

2.1.4. A aprendizagem significativa e o papel do professor

Todos nós temos em nossa estrutura cognitiva conhecimentos prévios, organizados de forma hierárquica – elementos mais específicos ligados a conceitos mais gerais. Esses conhecimentos prévios são adquiridos, inicialmente na pequena infância, por formação de conceitos por “descoberta” (por meio de experiências empírico-concretas). Esses conceitos, com a maturidade física e psicológica da criança, passam a ser cada vez mais abstratos e abrangentes.

Conhecimentos prévios que já são significativos formam o que Ausubel denominou SUBSUNÇOR. Esses subsunçores serão mais desenvolvidos quando forem especificamente mais relevantes e abrangentes na estrutura cognitiva do aprendiz, podendo ser um meio de aquisição de novos materiais de maneira mais eficaz – processo que foi

chamado ANCORAGEM. As condições para que haja uma aprendizagem significativa são (MOREIRA, 2011; MASINI; MOREIRA, 2009; TAVARES, 2008):

I. O material a ser apresentado ao aprendiz precisa ser potencialmente significativo

Um material será potencialmente significativo se tiver alguma relação com o que o aprendiz já sabe, ou seja, se tiver alguma relação com seus conhecimentos prévios. Por isso a imensa importância do professor, antes de todo processo ensino-aprendizagem, fazer um diagnóstico o que os seus aprendizes já sabem sobre o material a ser ensinado. A aula deve partir dos conhecimentos prévios – subsunçores – do aprendiz, ou do que ele deveria saber.

II. Não há aprendizagem se não existe pré-disposição em aprender

Alunos desmotivados, em aulas tradicionais e cansativas tenderão a, no máximo, uma aprendizagem mecânica – aquela que ocorre quando um novo material é incorporado e armazenado à estrutura cognitiva de forma arbitrária, sem significado.

Antes do próprio material a ser aprendido pelos educandos ser apresentado, se faz necessária a apresentação de ORGANIZADORES PRÉVIOS, que são recursos didáticos introdutórios (vídeos, textos, experimentos, filmes, etc). Devem ter nível de abstração, generalização e inclusividade mais altos, fazendo uma “ponte” entre o que o aprendiz já sabe e o que deve saber – ponte cognitiva. Servem como ativadores de subsunçores necessários para a aprendizagem significativa do material que se deseja ensinar.

Esses Organizadores Prévios podem ser (MOREIRA E MASINI, 2009; TAVARES, 2008):

a) Explicativos: introduzem materiais não familiares aos aprendizes. Promovem subsunçores relevantes aproximados, ou seja, fazem com que conhecimentos prévios que o professor considera “parecidos” ou “próximos” do material a ser aprendido sejam ativados. É uma forma de introduzir conhecimentos novos.

b) Comparativos: introduzem materiais familiares aos aprendizes. Fazem a junção do novo material a conhecimentos prévios análogos existentes na estrutura cognitiva do aprendiz, ativando-os. É a forma de aumento da significância e subjetividade dos subsunçores já existentes na estrutura cognitiva do aprendiz.

As evidências que mostram que houve uma aprendizagem significativa podem ser adquiridas por meio da apresentação ao aprendiz de questões e/ou problemas não familiares. Assim, pode-se verificar no aprendiz se houve os seguintes processos:

I. Assimilação: quando o material potencialmente significativo é ancorado a um subsunçor específico, adquirindo significado. Ocorre na aprendizagem subordinada, que é quando um

material a ser aprendido é subordinado (ancorado) a um conhecimento prévio, sendo modificado e modificando esse conhecimento.

II. Diferenciação progressiva: quando o subsunção-ancoragem e o material potencialmente significativo diferenciam-se ao interagirem uma ou mais vezes. Assim, o subsunção resultante terá um potencial de ancoragem maior, se tornará mais inclusivo. Nesse processo, o papel do professor pode ser dividido em quatro etapas (MOREIRA, 2011):

Etapa um: Identificar os conceitos/princípios mais unificadores e integradores do material a ser aprendido pelos alunos.

Etapa dois: Identificar os conhecimentos prévios relevantes à aprendizagem significativa do material.

Etapa três: Identificar o que os aprendizes já sabem.

Etapa quatro: Utilizar recursos que facilitem a aquisição do novo material.

2.1.5. Aprendizagem Significativa Crítica – Moreira

Postman (1931 – 2003) e Weingartner (1922 – 2007), escritores e teóricos da educação norte americanos, já em 1969, viam a escola ainda preocupada em ensinar conceitos fora de foco, ou seja, que não preparavam os estudantes para viverem em uma sociedade em constante mudança de valores e conceitos, mudanças essas cada vez mais rápidas. Dentre os conceitos fora de foco identificados por Postman e Weingartner destacamos (apud MOREIRA, 2011, p. 223):

- a) O Conceito de verdade absoluta e fixa, boa ou má.
- b) O Conceito de resposta certa, e somente uma seria certa.
- c) O conceito de que o conhecimento é “transmitido” de uma autoridade superior, e deve ser aceito como dogma.

Dessa educação resulta um aluno passivo, dogmático, intolerante, autoritário, inflexível e conservador, resistindo à mudanças. Isso justamente em um mundo caracterizado pela mudança de valores, tecnologias e conceitos. A educação ainda hoje, em pleno século XXI, conserva a promoção de valores criticados por Postman e Weingartner. Moreira (2011, p.224) afirma que

[...]. A educação, no entanto, continua a promover vários dos conceitos que Postman e Weingartner criticavam e classificavam como fora de foco. Ainda se ensina “verdades”, respostas “certas”, entidades isoladas, causas simples e identificáveis, estados e “coisas” fixas, diferenças somente dicotômicas. E ainda se “transmite” o conhecimento, desestimulando o questionamento. [...].

Moreira (2011, p. 224-225) também nos mostra que a educação do final do século XX e início do século XXI ainda conseguiu colocar mais conceitos fora de foco à lista de Postman e Weingartner:

- a) Informação como algo necessário e bom;
- b) Idolatria tecnológica, que está associada ao progresso social;
- c) Consumidor cômico: quanto mais consumir, melhor;
- d) Globalização da economia como algo necessário e inevitável;
- e) Educação como mercadoria, que pode ser vendida por qualquer instituição.

Moreira propõe para superação desse ensino fora de foco uma aprendizagem significativa crítica. Afirma que: “aprendizagem significativa crítica é aquela perspectiva que permite ao sujeito fazer parte de sua cultura e, ao mesmo tempo, estar fora dela” (2011, p. 226). Portanto, é não ser subjugado pela cultura, mesmo fazendo parte dela. Lidar construtivamente com a mudança sem ser por ela dominado. Adquirir a informação sem por ela ser alienado. Compreender que representamos o mundo, mas nunca o captamos diretamente. Moreira (2011, p. 227 – 240) propõe alguns princípios e estratégias facilitadoras de uma aprendizagem significativa crítica, e que, em sua visão, são viáveis de ser aplicadas em sala de aula. Tais princípios descrevemos abaixo, de modo conciso.

I. Princípio da interação social e do questionamento: determina que ensinar/aprender perguntas é bem mais fundamental e crítico do que ensinar/aprender respostas prontas. Cria um ambiente de liberdade intelectual dos estudantes.

II. Princípio da não centralidade do livro texto: engessar a aula com o uso *in loco* do livro texto causa um ensino centralizado e de resposta única. Devem-se usar artigos, documentos, dentre outros, como uma diversificação dos materiais de instrução.

III. Princípio do aprendiz como perceptor/representador: o aluno percebe o mundo e o representa. Deve-se valorizar a percepção do aluno das idéias/conceitos a serem ensinadas. Com isso, dá-se ênfase às percepções prévias do aluno, fato crucial para uma aprendizagem relevante.

IV. Princípio do conhecimento como linguagem: a linguagem está implicada em qualquer e em todas as percepções da realidade. Todo conhecimento tem sua linguagem, que é um modo de ver o mundo. Devem-se investigar quais linguagens prévias o aluno possui e como associar essas linguagens com o tipo de linguagem nova que se quer ensinar.

V. Princípio da consciência semântica: só conhecemos os significados das palavras através de nossa experiência. Logo, a importância dos conhecimentos prévios como aquisição de novos significados.

VI. Princípio da aprendizagem pelo erro: o ser humano erra o tempo todo. É da natureza humana. Errado é pensar que a certeza existe, que o conhecimento é permanente. O conhecimento é construído pela superação do erro. A investigação do erro pode trazer aprendizagem significativa de forma crítica, ao invés da valorização de uma única certeza.

VII. Princípio da desaprendizagem: desaprender está sendo usado aqui como não deixar que conhecimentos prévios impeçam o sujeito de aprender novos conhecimentos. Outra razão é a sobrevivência em um mundo de rápida e constante transformação: deve-se desaprender para aprender mais.

VIII. Princípio da incerteza do conhecimento: a aprendizagem significativa crítica só será realizada quando o aprendiz percebe que definições, conceitos e o próprio conhecimento são realizações humanas. Sendo assim, são incertas, passíveis de erros, criticáveis.

IX. Princípio da não utilização do quadro e giz: isso acarreta uma diversidade maior nas estratégias de ensino, além da maior participação do aluno no processo ensino-aprendizagem. Isso pode levar a atividades colaborativas, como seminários, projetos, pesquisas, etc.

2.2. ENSINO POR INVESTIGAÇÃO

2.2.1. Desenvolvimento Histórico

É difícil definir o início da aprendizagem baseada em investigação. Até o fim da segunda metade do século XIX, o ensino de ciências na Europa e Estados Unidos era excessivamente memorista, com alunos aprendendo a observar diretamente o mundo natural e tirar suas conclusões (RODRIGUES; BORGES, 2008; TROPIA, 2009). Thomas Huxley (1825 – 1895), médico e biólogo inglês, foi um ardoroso defensor da introdução do ensino de ciências no currículo escolar. Para ele, o ensino de ciências, para ser mais atrativo, deveria incluir atividades práticas, além de todo o arcabouço teórico. O filósofo e pedagogo americano John Dewey (1859 – 1952), no fim do século XIX e início do século XX, preocupava-se com o fato de que o ensino de ciências privilegiava o acúmulo de informações e conhecimentos prontos. A partir disso, ele propôs que o ensino de ciências devesse ter uma mudança, com a perspectiva investigativa – o uso de mais trabalhos

laboratoriais a partir do método científico, com o compromisso de uma educação mais investigativa, progressista, participativa e questionadora. Dewey acreditava que a escola podia possibilitar um meio de construir uma sociedade mais justa, humanizada e democrática (TROPIA, 2009; VIEIRA, 2012). As idéias de Dewey não foram bem recebidas pelas instituições do sistema escolar americano. Houve resistência devido ao modelo econômico e político dominante – um contexto em que o desenvolvimento econômico não se preocupava com as desigualdades e conflitos sociais.

Nas décadas de 50/60 do século XX houve um significativo aumento de cientistas, engenheiros e indústrias. O papel do ensino de ciências na escola passou a ser (RODRIGUES; BORGES, 2008; CARVALHO *et al*, 2013; TRÓPIA, 2009):

I. Transmissão da herança cultural já estabelecida.

II. Fazer atividades científicas por meio do método experimental – uma sequência fixa e básica de experimentos.

III. Encontrar e incentivar jovens de talento a seguir a carreira científica.

Esse sistema refletia o momento histórico vivido no mundo à época: a corrida armamentista e a Guerra Fria. As duas superpotências de então, Estados Unidos e União Soviética, queriam mostrar ao mundo a capacidade de desenvolver tecnologia avançada.

Esse sistema de ensino de ciências foi implantado no Brasil, a partir do modelo norte americano, depois de meados da década de 60 do século XX, com a grande aproximação dos governos militares ao governo norte americano.

A partir dos anos 80 do século XX há uma retomada das idéias investigativas em ensino de ciências de Dewey, mas agora reforçada com outro fim: a alfabetização científica da população. Na segunda metade do século XX, o marco do pensamento do ensino por investigação foram os trabalhos do biólogo e educador americano Joseph Schwab (1909 – 1988). Em meados dos anos 60, Schwab dividiu o conhecimento científico em duas categorias (BORGES E RODRIGUES, 2008; MUNFORD E LIMA, 2007):

a) Conhecimento Científico Semântico: são as representações dos significados (teorias, conceitos, modelos), de explicar a natureza, já estabelecidos e compartilhados nos grupos.

b) Conhecimento Científico Sintático: representam as regras e procedimentos práticos e válidos na construção de modelos e leis dentro das ciências, na explicação da Natureza.

Para Schwab, o ensino de ciências estava muito centrado na categoria semântica: a transmissão de conceitos, leis e modelos já bem estabelecidos e tidos como verdadeiros. Assim, esse modelo de ensino refletia a lógica da formação de técnicos habilitados à

construção e manipulação de equipamentos. Atualmente, existe uma enorme tendência da união, no ensino de ciências, de ciência, tecnologia e sociedade, a chamada educação científica (CARVALHO *et al*, 2012; MOREIRA, 2011; TRÓPIA, 2009). A alfabetização científica da população reflete o desejo de um fortalecimento da democracia, pois a sociedade teria compreensão do uso da ciência como influenciador das decisões políticas, econômicas e sociais. Tendo essa compreensão, a sociedade teria consciência de suas decisões referentes aos efeitos da ciência e tecnologia na sociedade e no meio ambiente. Como afirma Cachapuz *et al* (2011, p.13),

Necessitamos, pois, assumir um compromisso para que toda educação, tanto formal (desde a escola primária até a universidade) como informal (museus, mídia, etc) preste sistematicamente atenção à situação do mundo, com a finalidade de proporcionar uma percepção correta dos problemas e de fomentar atitudes e compromissos favoráveis para construir um desenvolvimento sustentável.

O mundo precisa hoje, mais do que nunca, de cidadãos capazes de entender as transformações que a tecnologia provoca na natureza. Precisamos entender que a ciência não é uma atividade isolada, feita em laboratórios fechados, por pessoas especiais e separadas da sociedade. Pelo contrário: a ciência e a tecnologia são atividades humanas, que interferem no meio social e ambiente de várias maneiras, sejam benéficas à sociedade (produção de novos fármacos, exames mais sofisticados e menos invasivos, comunicação, internet, etc) ou prejudiciais à sociedade e ao meio (lixo nuclear, armas de destruição em massa, aquecimento global, poluição ambiental, etc). Uma sociedade cientificamente alfabetizada é, em nosso tempo, um dos principais requisitos para uma verdadeira democracia.

2.2.2. Ensino de Ciências por Investigação

Bachelard (apud CARVALHO *et al*, 2017, p. 6) afirma que “ todo conhecimento é a resposta de uma questão.” Investigar em ensino de ciências é aproximar os conhecimentos científicos dos conhecimentos escolares, trazendo a atividade científica acadêmica ao ensino básico. É uma crítica à perspectiva simplista e pouco reflexiva do ensino de ciências. Uma aula com perspectiva investigativa foge das características de uma aula tradicionalmente ministrada. Na aula tradicional, o professor é o detentor do conhecimento, que deve ser repassado aos alunos de forma literal e não crítica, como se a ciência da natureza produzisse apenas dogmas a serem decorados. Na aula investigativa, a construção do conhecimento se dá pelo diálogo permanente entre professor e alunos. Os aprendizes

desenvolvem, com isso, o saber argumentar, vendo a ciência como uma construção histórico-social e criticável. Com isso, a aula deixa de ter um caráter hierárquico, com o professor como ator principal e os alunos como coadjuvantes. Além disso, o conhecimento a ser construído passa a ser livre: pode vir dos alunos, do professor, ou de ambos. Em relação aos saberes, a aula aproxima-os da realidade do aluno, tornando a aula mais inclusiva. Seria, para a aprendizagem significativa, o ‘marco zero’, partindo de onde o aluno está, da sua realidade, de suas visões de mundo, de seus conhecimentos prévios. É também uma questão ética de respeito à individualidade, à autonomia, sem perder de vista a visão coletiva, os argumentos em favor do bem comum, da busca de soluções para os problemas causados pela tecnologia do mundo moderno. Essa realidade trazida à aula é debatida entre os alunos, fazendo-os deixar de serem apenas observadores da aula. Os estudantes tornam-se, em conjunto, construtores da aula, dos saberes a serem debatidos, do agir em grupo. É, por assim dizer, uma questão ética de respeito ao direito de aprender significativamente, possibilitando que cada aluno possa comparar sua percepção das questões debatidas com a de outros participantes, possibilitando uma construção democrática de um processo de ensino e aprendizagem que busca a formação de cidadãos politicamente corretos, formação de cidadãos capazes de agir conscientemente na análise dos problemas, desde aqueles de sua comunidade até aqueles de esferas políticas mais abrangentes. Por fim, o papel do professor é o de provocador das questões, ajudando os alunos a manterem a coerência das ideias, reiterando o papel mediador que é característico não só da perspectiva ausubeliana de aprendizagem, mas de todos os referenciais construtivistas. O professor sai daquele papel de construtor da aprendizagem, responsável principal pela aprendizagem dos alunos, para assumir este papel mediador, preocupado em organizar o material a ser aprendido a partir de seus conceitos mais gerais ou centrais, planejando organizadores prévios, por meio dos quais é possível conhecer as ideias e conceitos já presentes na estrutura cognitiva dos aprendizes e aqueles que precisam ainda ser construídos, propondo materiais facilitadores deste processo. Nesta perspectiva, o processo de avaliação deixa de ser meramente somativa, para ser ativa, processual, sendo a interação um processo legítimo e facilitador do acompanhamento da aprendizagem de cada estudante. Desta forma, já não se mede pela capacidade de revolver aqueles velhos e repetitivos problemas dos livros didáticos, mas pelas habilidades e competências adquiridas pela aprendizagem significativa que se evidenciam na solução de novos

problemas, desafiadores e que estão presentes no nosso cotidiano, no cotidiano da modernidade. Na proposta de ensino por investigação,

[...] os próprios alunos são estimulados a identificarem o problema, levantarem hipóteses, fazerem as escolhas pelos procedimentos e dos materiais com os quais vão trabalhar, além de coletarem os dados e obterem as conclusões. Toda a condução da aula deve ser somente orientada pelo professor, deixando os alunos como sujeitos ativos desse processo. (VIEIRA, 2012, p. 44).

Munford e Lima (2007) nos mostram três concepções errôneas sobre o ensino por investigação. A primeira é a acreditar que seja necessariamente uma atividade experimental, ou que se baseia nela. Apesar de a atividade experimental constituir-se parte essencial do processo, as atividades não práticas podem ser muito relevantes. A segunda é que as atividades devem ser totalmente abertas, com os alunos tendo total autonomia. Na verdade, o professor deve direcionar a investigação, mediar, considerando a faixa etária dos alunos e seus perfis. A terceira é que todo conteúdo deve ser trabalhado por meio de aulas investigativas. Na verdade, o ensino de ciências por investigação é mais uma estratégia entre tantas outras, que pode ser usada e ter resultados mais satisfatórios para certos temas mais apropriados. O ensino por investigação proporciona aos alunos:

- a) Aumento do raciocínio;
- b) Desenvolvimento de habilidades cognitivas;
- c) Cooperação entre os alunos e entre aluno – professor.

As aulas, na proposta de ensino por investigação, são elaboradas em atividades e sequência em que os alunos desenvolvem a capacidade de observação, manipulação, coleta de dados e relações entre esses dados. Essa sequência de ensino por investigação (SEI) organiza a aula a partir do tópico a ser ensinado, criando um ambiente investigativo e propício para que os alunos construam seus próprios conhecimentos. Carvalho *et al* (2017) nos apresenta os requisitos básicos que fundamentam uma SEI:

I. Geração da questão de pesquisa: será o problema a partir do qual a pesquisa será iniciada. Esse problema, que deve ser motivador, pode ser apresentado aos estudantes pelo professor ou surgir dos próprios estudantes.

II. Alunos levantam hipóteses: considerando as idéias prévias dos alunos acerca do problema, são levantadas hipóteses de solução do problema.

III. Elaboração do plano de trabalho: cria-se o planejamento de como se fará a investigação para confirmar ou não as hipóteses. A turma é dividida em grupos de trabalho. Cada grupo pode avaliar uma hipótese diferente.

IV. Obtenção dos dados: na análise experimental, os estudantes irão fazer anotações, análise dos dados, elaboração de gráficos e tabelas. Podem determinar qual(is) dado(s) é(são) importante(s) para a pesquisa – valores de contorno. Com isso, aprendem a construir relações entre eles e interpretá-los.

V. Conclusão: será o relatório final do grupo. Confirmará ou refutará a hipótese investigada. A conclusão, então, será socializada entre os grupos, provocando o debate.

Carvalho (apud ZOMPERO e LABURÚ, 2010, p.16) nos traz um quadro que classifica, na atividade investigativa, a atuação do professor (P) e dos alunos (A). Esse quadro é mostrado abaixo.

GRAU	I	II	III	IV	V
Problema	-	P	P	P	A/P
Hipótese	-	P/A	P/A	P/A	A
Plano de trabalho	-	P/A	A/P	A	A
Obtenção dos dados	-	A/P	A	A	A
Conclusão	-	A/P/Classe	A/P/ Classe	A/P/Classe	A/P/ Sociedade

Quadro 1: Graus de liberdade professor/aluno na aula investigativa

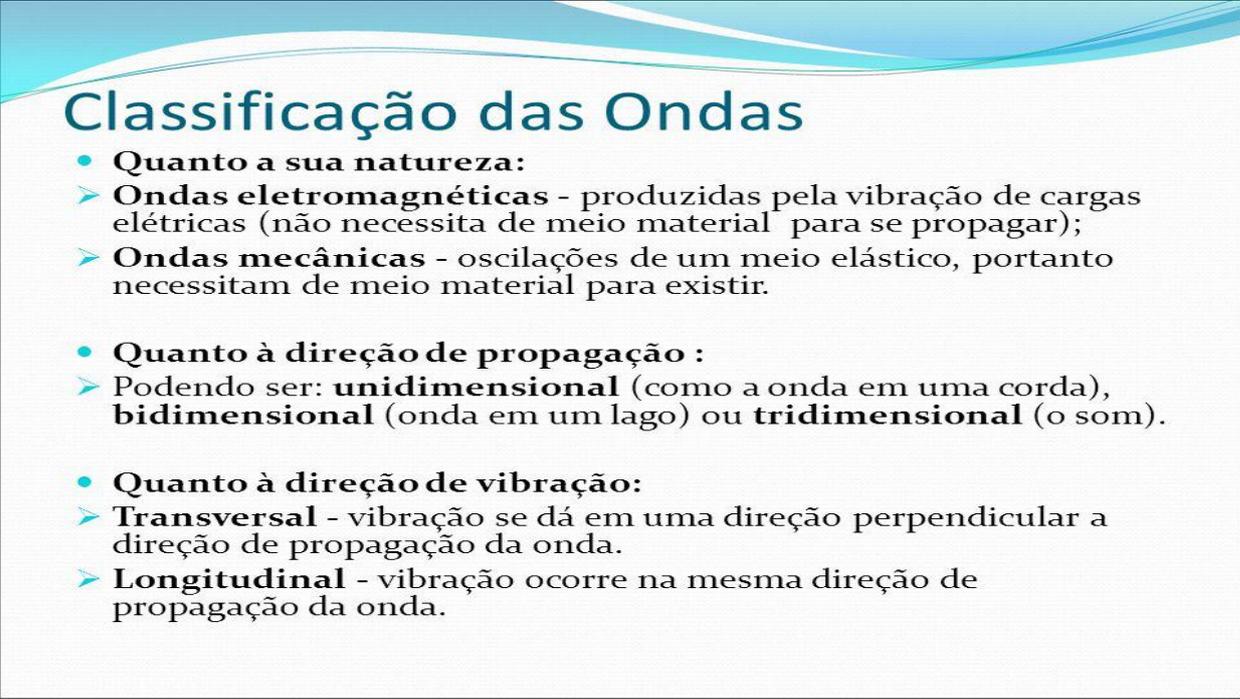
No grau I não existe uma atividade investigativa, pois todas as cinco etapas são elaboradas e pensadas apenas pelo professor. É o que ocorre com grande parte das aulas de ciências no ensino básico: o professor é o ator principal, que formula o problema, o resolve, demonstra a verdade das teorias apresentadas por meio de experimentos com respostas certas e orientadas, tornando o ensino pouco atrativo e mecânico (CACHAPUZ et al, 2011). A partir do grau II é possível ver graus de liberdade do aluno na obtenção dos dados e na conclusão. O problema é proposto pelo professor, que orienta a formulação da hipótese e o plano de trabalho. Os níveis III e IV propiciam uma enorme independência dos alunos, com o professor apenas propondo o problema a ser investigado. O grau V é típico de cursos de pesquisa universitária, com os alunos pensando o problema e sua solução, que é dividida com a comunidade. O importante a ser ressaltado é que o objetivo principal do ensino por investigação não é formar cientistas, mas estudantes que pensem e

reflitam sobre a natureza de modo não superficial. Além disso, tornar o pensamento dos aprendizes mais crítico, criativo e rigoroso, tornando-o capaz de tomar decisões sobre problemas que envolvam a ciência e tecnologia com a política, economia ou meio ambiente.

2.3. ONDAS ESTACIONÁRIAS EM CORDAS VIBRANTES FIXAS

2.3.1. Ondas

Onda é uma palavra muito familiar no cotidiano de todos nós. Assume vários significados, a depender do contexto em que essa palavra está inserida. Nussenzveig (2002, p.98) afirma que “num sentido bastante amplo, uma onda é qualquer sinal que se transmite de um ponto a outro de um meio, com velocidade definida”. Fisicamente, as ondas classificam-se quanto a vários parâmetros, como, por exemplo, o meio de propagação e modo de propagação, direção de vibração, etc. Ondas mecânicas precisam de um meio para se propagar. Esse meio pode ser um gás, um líquido ou um sólido. Quanto mais denso esse meio é, maior será a velocidade dessa onda mecânica nesse meio. Já as ondas eletromagnéticas não precisam de um meio para se propagar. São ondulações de campos elétricos e magnéticos perpendiculares entre si. Um pequeno resumo das principais características de ondas é mostrado na figura abaixo.



Classificação das Ondas

- **Quanto a sua natureza:**
 - **Ondas eletromagnéticas** - produzidas pela vibração de cargas elétricas (não necessita de meio material para se propagar);
 - **Ondas mecânicas** - oscilações de um meio elástico, portanto necessitam de meio material para existir.
- **Quanto à direção de propagação :**
 - Podendo ser: **unidimensional** (como a onda em uma corda), **bidimensional** (onda em um lago) ou **tridimensional** (o som).
- **Quanto à direção de vibração:**
 - **Transversal** - vibração se dá em uma direção perpendicular a direção de propagação da onda.
 - **Longitudinal** - vibração ocorre na mesma direção de propagação da onda.

Figura 2.1: Classificação das ondas. Retirado de <https://slideplayer.com.br/slide/5609574/>, acessado em

Em uma onda mecânica, o distúrbio (pulso) em uma parte do meio pode ser transmitido a todo meio, com velocidade e número de oscilação por segundo (frequência) bem definidos. A equação de onda é uma das equações fundamentais da Física. Seja $Y(x,t)$ a expressão de propagação de uma onda unidimensional. Pode-se demonstrar (ALONSO & FINN, 1995; NUSSENZVEIG, 2002; THORNTON & MARION, 2011) que o movimento ondulatório com velocidade definida em uma dimensão pode ser dado por:

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} \quad (1),$$

que é a Equação de Onda em uma dimensão.

Para uma corda oscilante, temos a seguinte equação diferencial:

$$T \frac{\partial^2 Y(x,t)}{\partial x^2} = \mu \frac{\partial^2 Y(x,t)}{\partial t^2} \quad (2)$$

A equação (2) é uma Equação Diferencial Parcial, que pode ser resolvida através de alguns métodos. A obtenção dessa equação para corda fixa, de densidade linear constante μ e tensão T , além de sua resolução, usando as condições de contorno de uma corda finita e fixa, é o método de separação de variáveis, que é mostrado no apêndice desse trabalho.

2.4. CORDAS VIBRANTES NA MÚSICA: O EXEMPLO DO VIOLÃO

2.4.1. Música - Som

As vibrações produzidas por instrumentos musicais podem ser identificados como funções seno e cosseno, quando puras, ou como uma sobreposição dessas funções, quando forem compostas (MONTEIRO JR, 2010).

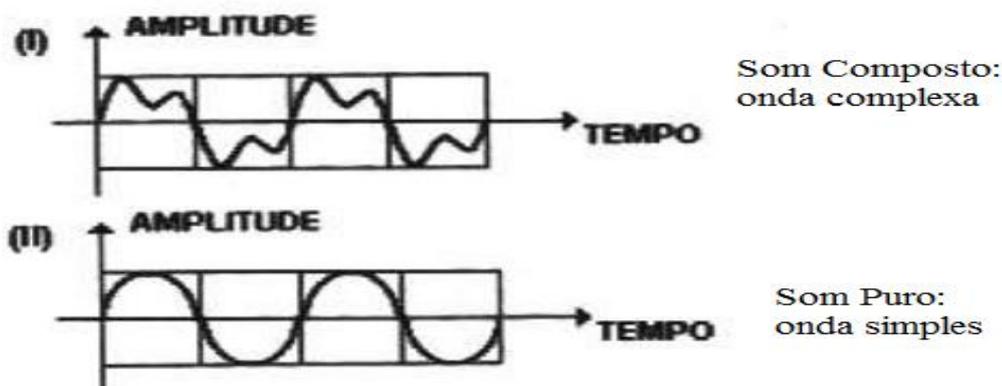


Figura 2.2: vibrações produzidas por sons compostos e puros. Retirado de

<https://image.slidesharecdn.com/pticareflexodaluz-120801131023-phpapp02/95/wwwaulasdefisicaapoio.com-fsica.com>, acessado em 02/02/2018

Se levarmos em conta o efeito do som no ouvido humano, teremos os sons musicais e os ruídos. É importante lembrar que essa classificação é muito subjetiva, a depender do gosto musical do ouvinte (ABDOUNUR, 2003). A INTENSIDADE, ou a “força”, do som está ligada à amplitude da vibração, que é a distância vertical da onda. Está relacionada à potência do som emitido por unidade de área.

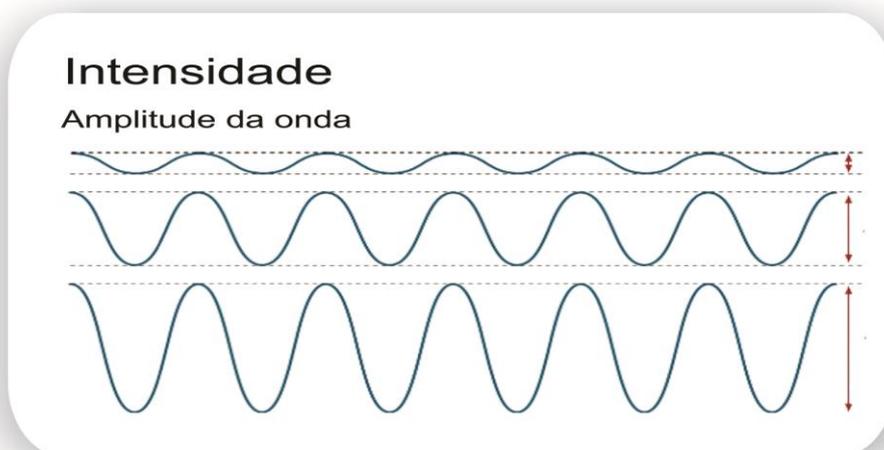


Figura 2.3: Intensidade do som. Retirado de <https://cursohomestudio.files.wordpress.com/2013/02/intensidade.jpg>, acessado em 30/01/2018.

Já a ALTURA do som irá diferenciar sons GRAVES (de baixa frequência) de sons AGUDOS (de alta frequência) em relação a uma determinada escala de tempo e amplitude.

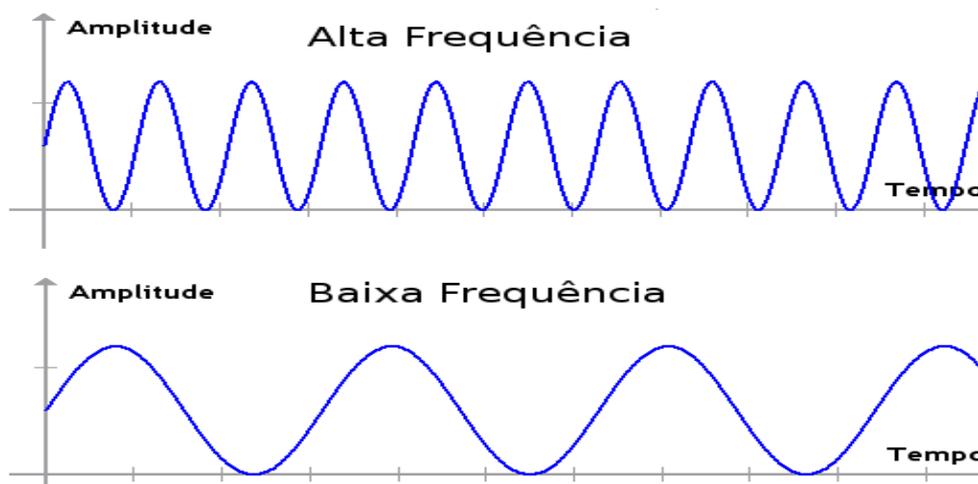


Figura 2.4: gráfico som agudo (alta frequência) e grave (baixa frequência) em relação aos parâmetros amplitude versus tempo. Retirado de: <https://anasaes1.wordpress.com/2011/01/31/som-e-caracteristicas-do-som-frequencia-amplitude-e-timbre/>, acessado em 01/02/2018

Dessa forma, a combinação de padrões de vibração (soma de frequências) pode ser representada como o som. Então, um som musical ou nota musical é composto da

superposição de um tom fundamental e de seus harmônicos (série harmônica), cujas frequências são múltiplos da frequência fundamental. Logo: $SOM = f_1 + f_2 + f_3 + \dots = \sum_1^i f_i$, em que um som será uma frequência múltipla de uma frequência fundamental, ou TOM fundamental, para sons harmônicos. Então, as outras frequências serão os SOBRETONS do TOM fundamental (ABDOUNUR, 2003; MONTEIRO JR, 2010):

$$SOM = \underbrace{f_1}_{\substack{\text{TOM} \\ \text{FUNDAMENTAL}}} + \underbrace{f_2 + f_3 + \dots}_{\text{SOBRETONS}}$$

Ondas sonoras complexas geradas por instrumentos musicais sempre podem ser representadas por uma série composta das notas fundamentais e de seus harmônicos (Série de Fourier). É interessante frisar que a série harmônica compreende a característica mais importante na determinação do timbre de um instrumento musical, dentre outras tais como o invólucro (ataque, corpo e decaimento), diferença de fase e transientes. A mesma nota musical, tocada em dois instrumentos diferentes, possui o mesmo fundamental (mesma frequência, mas não necessariamente a mesma amplitude), seguida de harmônicos superiores ou sobre tons que podem diferir em frequência e amplitude.

O som do DIAPASÃO é um som puro, que produz uma nota (comumente o lá – 440 Hz), geralmente usado para afinar instrumentos musicais. Os instrumentos sonoros produzirão uma onda complexa, como mostra o gráfico a seguir.

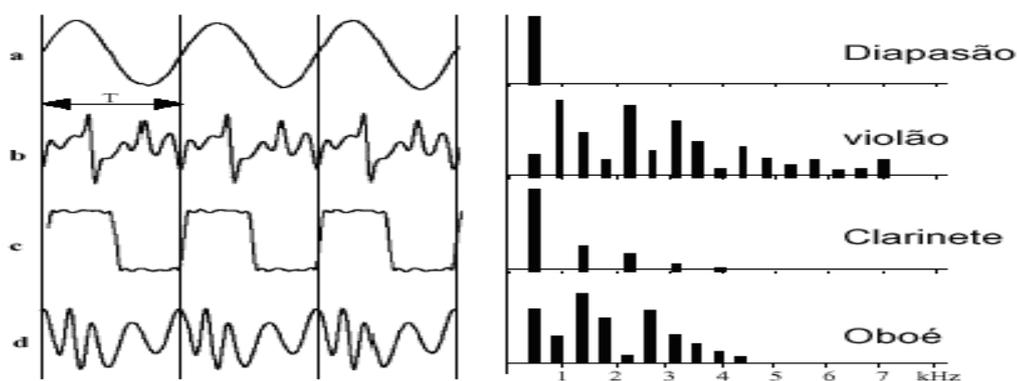


Figura 2.5: forma da onda do som produzido por alguns instrumentos. Retirado de https://musicaeadoracao.com.br/recursos/arquivos/tecnicos/matematica/fisica_musica/fourier02.gi, acessado em 02/02/2018

2.4.2. Som em Cordas Elásticas Fixas: O Exemplo do Violão

Existem inúmeros instrumentos musicais que usam corda fixa para a produção de som. Dentre eles, escolhemos o violão, por ser um instrumento musical muito difundido na cultura musical brasileira, além de ser relativamente barato e fácil de ser encontrado. Hoje em dia, é comum, nas escolas, rodas de alunos em volta de um violão, compartilhando músicas e sonhos. É um instrumento que está no imaginário popular e no gosto da juventude.



Figura 2.6. : elementos principais de um violão comum. Retirado de

<https://juarezbarcellos.wordpress.com/2012/12/18/as-partes-do-violao-conservacao-e-manutencao/elementos-do-violao/>, acessado em 03/02/2018

O violão, como mostrado na figura acima, é um instrumento musical usado há séculos pela humanidade. Possui seis cordas fixas, afinadas da mais aguda (a mais fina) a mais grave (a mais grossa), fixas entre a tarraxa e o cavalete, mas com comprimento útil delimitado pela pestana e o rastilho. As cordas são de aço ou nylon, com extensão de 65 centímetros nos violões mais comuns e afinação específica, da corda mais fina à corda mais grossa: Mi agudo, Si, Sol, Ré, Lá e Mi grave. O corpo é feito de madeira, mogno ou cedro, devido à resistência dessas madeiras à tração. O corpo tem as funções de caixa de ressonância e de fixação da outra extremidade, o braço. Na face frontal do braço é colada a escala, que também é confeccionada em madeira, na qual estão fixos os trastes, que permitem que a corda seja dividida em seus semitons: se o músico desejar tocar uma nota mais aguda, ele pressiona a corda numa posição imediatamente anterior ao traste desejado, diminuindo o comprimento de onda e aumentando a frequência tocada. As tarraxas, que são seis, uma para cada corda, estão na mão do violão, que é presa ao braço. Servem para aumentar ou diminuir a tensão na corda, fazendo o que se chama de “afinação” da corda do

instrumento: quanto maior a tensão na corda (tarraxa mais apertada), mais agudo é o som produzido. Casas são as divisões entre os trastes, tendo normalmente 19 casas e 20 trastes, como mostrado na figura abaixo.

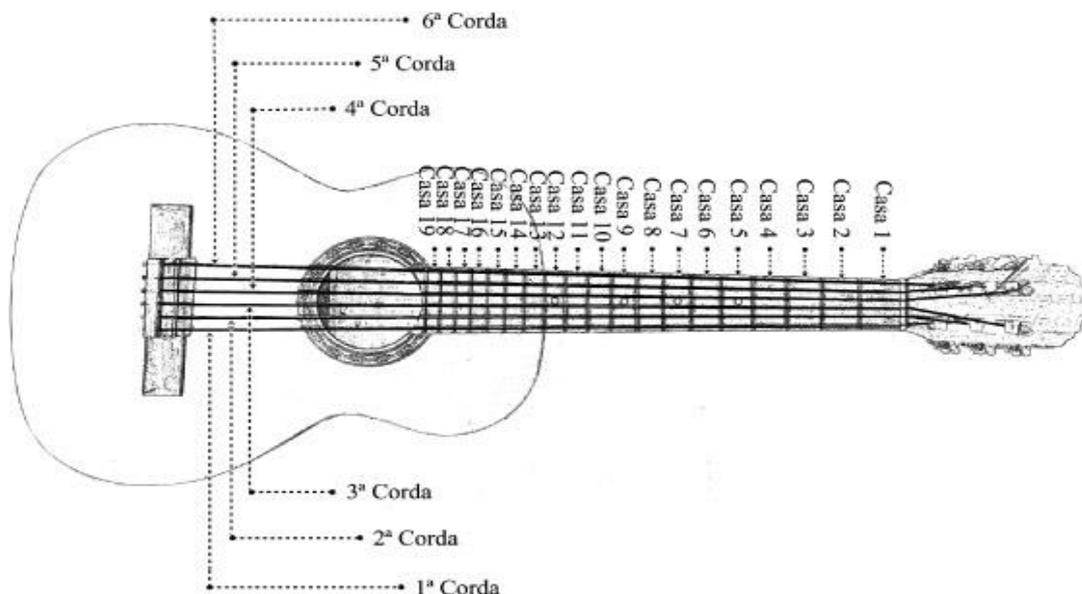


Figura 2.7: cordas e casas de um violão comum. Retirado de <http://www.scielo.br/img/revistas/rbef/v35n2/27f04.jpg>, acessado em 01/02/2018

As figuras a seguir mostram a nota fundamental de cada corda solta e sua respectiva frequência.

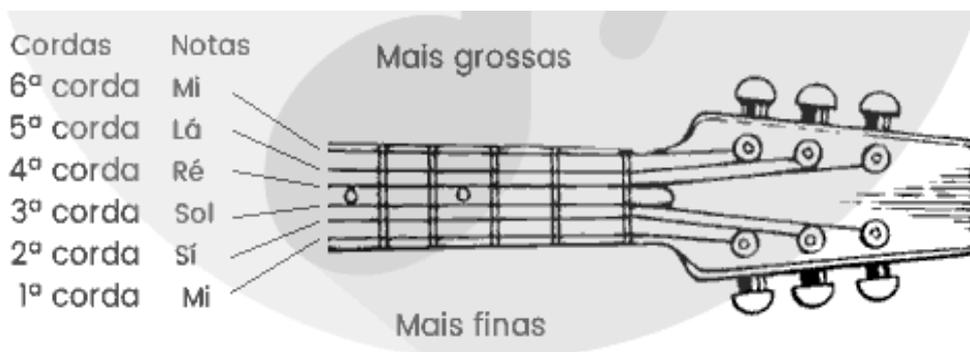


Figura 2.8: notas e cordas em um violão. Retirado de <https://www.partitrademusica.com.br/img/teoria/violao/30-partitura-de-musica-ordem-das-cordas-no-instrumento.png>, acessado em 03/02/2018

Corda	Nota	Frequência
1	Mi (E)	329,65 Hz
2	Si (B)	246,95 Hz
3	Sol (G)	196,00 Hz
4	Ré (D)	146,85 Hz
5	Lá (A)	110,00 Hz
6	Mi (E)	82,40 Hz

Figura 2.9: frequências nas cordas de um violão. Retirado de http://fisicaevestibular.com.br/Universidades2014/ifba-2014/i_4693b96ad459bb02_html_m40f163aa.png, acessado em 03/02/2018

O som no violão é emitido principalmente através de três processos físicos (GRILLO; PEREZ, 2016):

- I. Ondas transversais estacionárias, com o modo fundamental e seus harmônicos;
- II. A propagação do som pelas cordas para o corpo de madeira, onde são produzidos os modos de ressonância;
- III. Ondas sonoras longitudinais propagando no ar que atinge o ouvido humano.

A frequência (f) e a tensão (T) nas cordas de um violão podem ser calculadas a partir de:

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (3),$$

sendo L o comprimento da corda do violão, μ a densidade linear de massa e n os modos de vibração – harmônicos. Ajustamos a tensão nas cordas do violão para produzir a frequência desejada. Os harmônicos naturais mais intensos são encontrados nas 12^a, 7^a e 5^a casas. O esquema abaixo mostra as séries harmônicas para notas musicais.

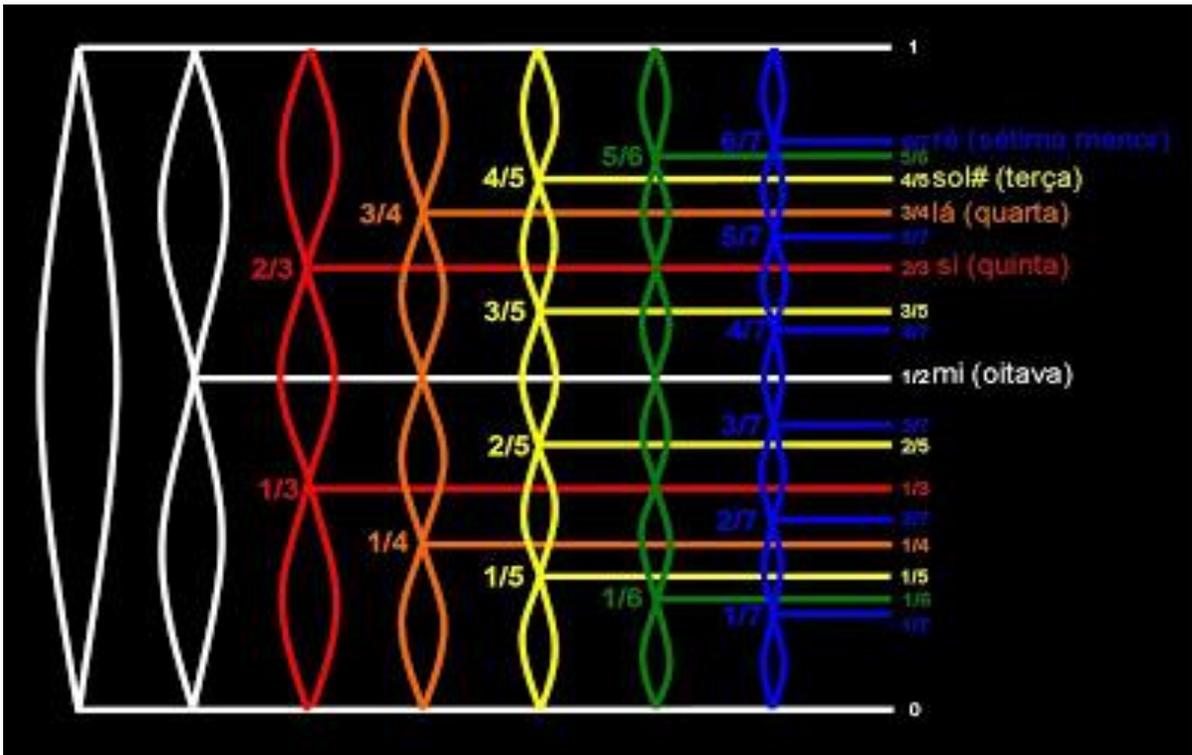


Figura 2.10: série harmônicas de notas musicais. Retirado de http://3.bp.blogspot.com/_HZaIW7xIjPU/Sopox2svRnI/AAAAAAAAAGGs/UN2DILZG8R0/s400/Harm%C3%B4nicos5.jpg , acessado em 04/02/2018

Em um violão, o enésimo harmônico será dado por:

$$Y_n(x,t) = \frac{4bL}{\pi^2 n^2} \cos \frac{n\pi ct}{L} \sin \frac{n\pi}{2} \sin \frac{n\pi x}{L}, n = 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

Vemos que, nesse caso, os harmônicos pares são mudos.

CAPÍTULO 3: PRODUTO EDUCACIONAL - SEQUÊNCIA DE ENSINO POR INVESTIGAÇÃO SIGNIFICATIVA NO ESTUDO DAS RELAÇÕES ENTRE FÍSICA E MÚSICA EM ATIVIDADES EXPERIMENTAIS ENVOLVENDO O OSCILADOR DE MELDE

3.1. DO APARATO EXPERIMENTAL

Há tempo que se tem o debate sobre o ensino de Ciências da Natureza, notadamente Física, no Ensino Básico. Cachapuz *et al* (2011, p. 33) afirma que são

[...] as visões deformadas da ciência e da tecnologia transmitidas pelo próprio ensino, que estão contribuindo para o insucesso escolar, as atitudes de rejeição e, conseqüentemente, a grave carência de candidatos para estudos científicos superiores. Esta análise mostra a necessidade de uma reorientação das estratégias educativas e conduz ao esboço de um modelo de aprendizagem das ciências como investigação orientada, em torno de situações problemáticas de interesse.

Vê-se que um ensino de Física como uma Ciência pronta, matematizada e fora de contexto do que o estudante sabe, ou deseja saber, contribui para a grande rejeição e dificuldade que essa disciplina apresenta em todo Brasil. Além disso, nas aulas, costuma haver um enorme tempo gasto com a exposição oral, quase sempre monológica e sem qualquer situação de investigação ou problematização. Hodson (apud CARVALHO *et al*, 2012, p. 19) assegura que “Os trabalhos de pesquisa em ensino mostram que os estudantes aprendem mais sobre ciência e desenvolvem seus conhecimentos conceituais quando participam de investigações científicas [...]”

Pensando nessa problemática de um ensino-aprendizagem contextualizado, significativo e que os estudantes possam participar da construção do conhecimento, desenvolvemos um aparato experimental de fácil manipulação, grande poder de investigação e que tem aplicação em alguma área do conhecimento relevante para os aprendizes: o OSCILADOR DE MELDE. Do modelo original, que constitui um dos mais importantes aparatos experimentais históricos concernentes ao desenvolvimento da acústica física e musical, concebemos uma reconstrução de fácil montagem e que oferece vários parâmetros de fácil manipulação e medição (como frequência, tensão na corda, modos de vibração, etc) e pode ser aplicado para investigar as características do som produzido por vários instrumentos musicais de corda fixa, dentre eles, o violão, objeto de análise da presente dissertação.

Franz Emil Melde (1832 – 1901) foi um físico alemão. Ficou conhecido por seus trabalhos com ondas estacionárias. O Experimento de Melde conecta um cabo apertado a um interruptor elétrico. Com esse aparato, Melde separou, pela primeira vez, em 1860, as

ondas estacionárias em uma corda, os modos normais de vibração. Ele foi capaz também de mostrar que ondas mecânicas podem apresentar fenômenos de interferência. Na sua montagem, Melde usou um pulsador elétrico, preso a um cabo, que leva a uma polia contendo na outra extremidade uma massa que causa tensão na corda. Cada nó é típico da onda estável. Um esquema simplificado da montagem original de Melde é mostrado a seguir.

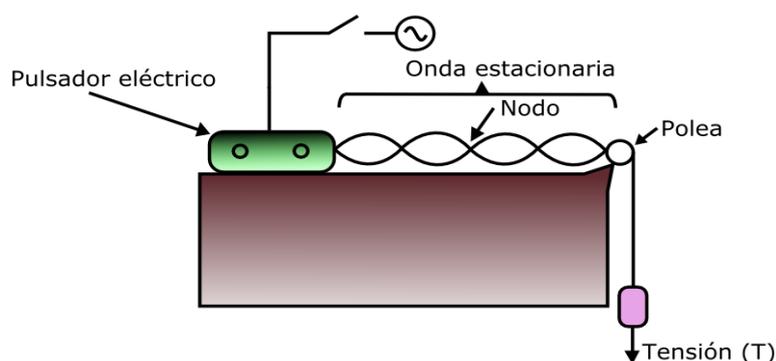


Figura 3.1: Montagem de Melde de seu oscilador. Retirado de <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/2/27/Melde-experiment-es-version.PNG>, acessado em 03/02/2018

Temos hoje diversas reconstruções do modelo original, que diferem nos materiais utilizados, esquema de montagem do vibrador, tamanho e complexidade, desenvolvidos para estudos diversos de oscilações em cordas elásticas (COELHO E TONEGUZZO, 1990; CAVALCANTE, PEÇANHA E TEIXEIRA, 2013; CATELLI E MUSSATO, 2014). Propusemos uma montagem do aparato com materiais acessíveis, de baixo custo e que pode ser adaptado a qualquer comprimento da corda e que usa como gerador das ondas um aplicativo de celular de fácil manipulação e gratuito. Descrevemos, a seguir, a nossa montagem do aparato, que é composta de quatro partes. A parte 1 consiste no mecanismo vibrador, composto de base de madeira com alto-falante, haste rosqueada de alumínio e haste de cobre recurvada. A parte 2 consiste no mecanismo tracionador da corda, composto de suporte de madeira com polia e conjunto de pesos. A parte 3 consiste no sistema de amplificação do sinal, composto de base de madeira com amplificador e estroboscópio e cabos de ligação. A parte 4 consiste no aplicativo gerador de áudio.

DESCRIÇÃO DA PARTE 1: mecanismo vibrador, composto de base de madeira com alto-falante, haste rosqueada de alumínio e haste de cobre recurvada

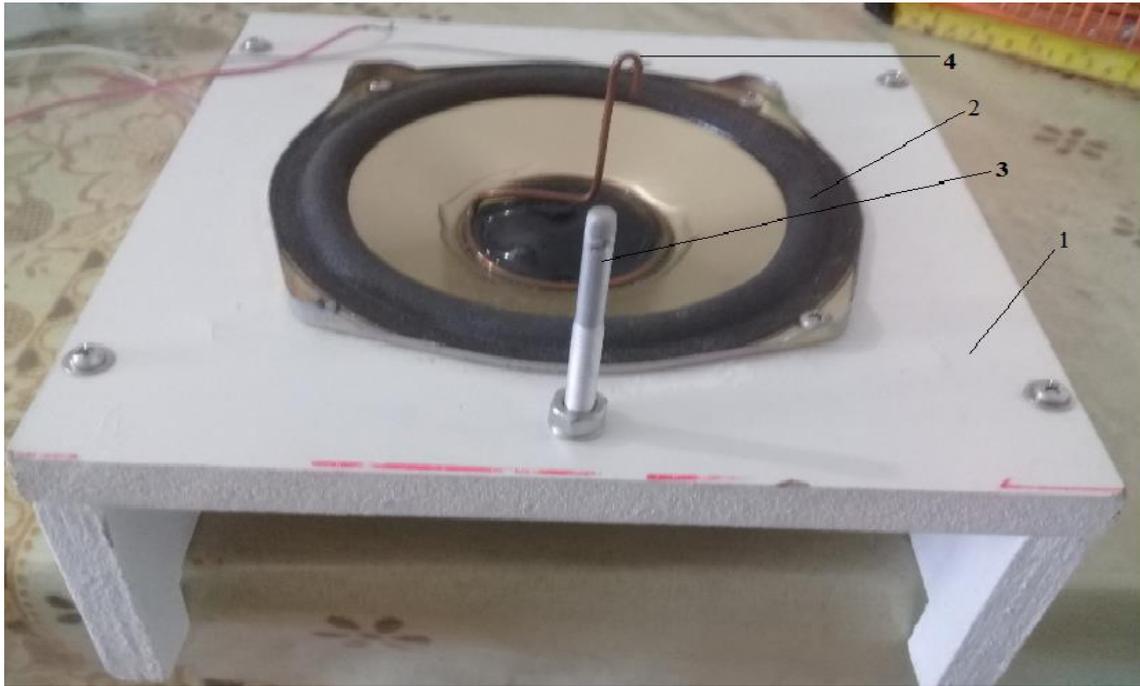


Figura 3.2: base de madeira com alto-falante acoplado: vista superior

A figura 3.2 mostra uma visão superior de parte do aparato, com a base de madeira (1) medindo 23 cm x 23 cm x 7 cm. No topo da base foi feito um orifício circular de diâmetro em torno de 16 cm, no qual foi acoplado um alto-falante de 6" (2), muito embora o aparato manifeste funcionamento satisfatório com outros alto-falantes menores e menos potentes. Em qualquer caso, o importante é certificar-se de que o cone do alto-falante possua um curso de oscilação suficientemente longo para produzir na corda harmônicos de amplitude que passam a ser visualizadas de qualquer canto de uma sala de aula. Próxima à borda do alto-falante, foi fixada uma haste rosqueada de alumínio de 3/16" de espessura e 6 cm de altura (3), no topo da qual foi feito um furo onde é fixada uma das extremidades da corda. No centro do cone do alto-falante, ao redor da calota central (domo), foi fixada, com cola, uma haste de cobre (4) que, após ser recurvada até o centro da citada calota, sobe perpendicularmente ao plano da borda do alto-falante até a mesma altura da haste de alumínio, tendo sido, então, recurvada em forma de "U" invertido, por dentro do qual passa a corda. Consiste, portanto, no mecanismo pelo qual as vibrações do alto-falante perturbam a corda quando o aparato está em funcionamento. Quando a corda é colocada dentro do "U" invertido, um pequeno pedaço de algodão, ou fita adesiva, ou ainda espuma deve ser colocado na entrada do "U", impedindo que a corda saia da posição no meio curso em que o alto-falante se encontra no movimento ascendente.

A figura 3.3 mostra uma visão frontal da mesma parte do aparato, com a base de madeira tendo um ressalto (espera) que permite seu ajuste na borda de um tampo,

permitindo sua adaptação em qualquer mesa (1). A figura mostra ainda os detalhes da parte inferior do alto-falante (2) e da haste rosqueada de alumínio com o citado furo na extremidade superior (3).

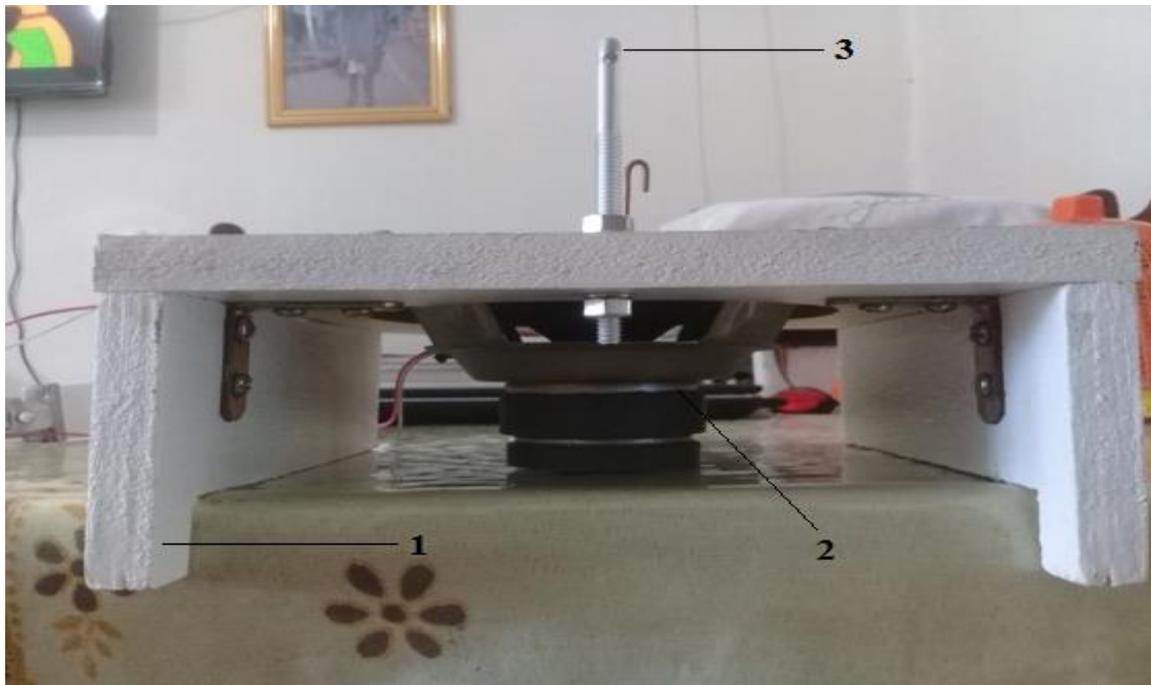


Figura 3.3: vista frontal da base de madeira com alto-falante acoplado

A figura 3.4, a seguir, mostra os detalhes da fixação de uma das extremidades da corda à haste rosqueada de alumínio, bem como a passagem da corda pela haste de cobre. Quando o aparato estiver ligado, perturbará a corda com a mesma frequência de oscilação do cone.



Figura 3.4: corda amarrada à haste rosqueada de alumínio e passando através do “U” da haste de cobre

DESCRIÇÃO DA PARTE 2: mecanismo tracionador da corda, composto de suporte de madeira com polia e conjunto de pesos. As figuras 3.5 e 3.6 mostram o mecanismo de fixação da parte 2 que se utiliza de um grampo universal, que pode ser adaptado a quase qualquer superfície ou mesa.



Figura 3.5: visão posterior do mecanismo tracionador



Figura 3.6: visão frontal do mecanismo tracionador

Encaixado neste grampo universal, temos o suporte de madeira no qual está presa a polia, por onde passa o fio que vem da primeira parte do aparato, como mostrado a figura 3.7. O fio, por sua vez, desce por trás do suporte de madeira e grampo, sendo tracionado em sua extremidade por cadeados, que tiveram suas massas aferidas, como mostradas na figura 3.8.



Figura 3.7: fio passando pela polia e descendo por trás do conjunto suporte e grampo

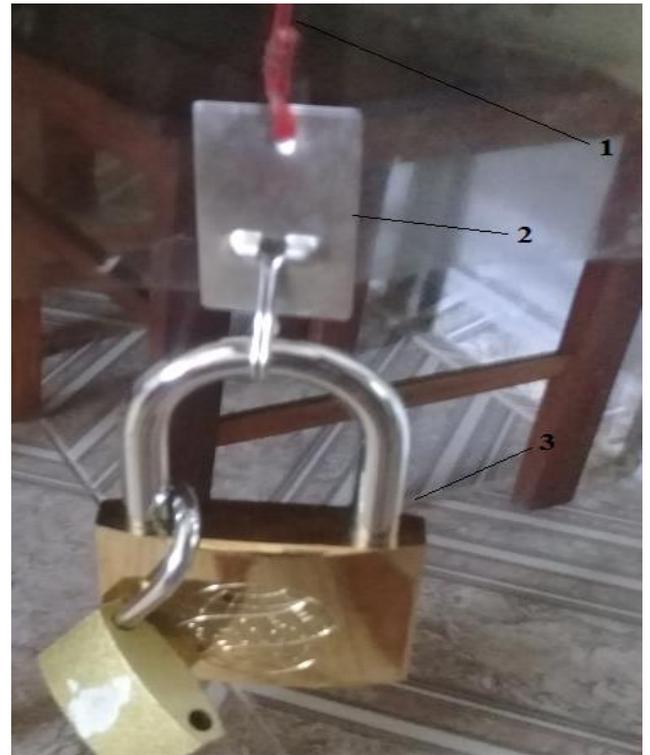


Figura 3.8: extremidade do fio presa a cadeados tracionadores

DESCRIÇÃO DA PARTE 3: sistema de amplificação do sinal, composto de base de madeira com amplificador e estroboscópio e cabos de ligação

As figuras 3.9 e 3.10 mostram, respectivamente, as visões frontal e posterior do amplificador multiuso modelo Deltrônica AM20 RCA 120/220V (1), específico para amplificar baixos sinais de áudio dos MP3, PC, Notebook, etc., bem como o estroboscópio. O amplificador é utilizado para amplificar o sinal oriundo do aplicativo gerador de áudio e que foi instalado num smartphone para ser utilizado junto com o produto. Sua saída amplificada que pode ser ligada a diversos tipos de caixa de som (2, 4, 6 ou 8 ohms). Tem dimensões 6cm x 9cm x 15cm, com entrada RCA e saída de encaixe por pressão. Possui controle de volume e fonte de alimentação 110/220 V (4). Esta afixado a uma base de madeira de dimensões 20cm x 15cm x 2cm, juntamente com o estroboscópio. Na vista frontal é possível ver seu controle de volume e chave liga-desliga (2).

A figura 3.11 mostra o aparato experimental montado. Nela, podemos observar o cabo com o plugue P2 estéreo a ser conectado à saída de áudio do smartphone, cuja outra extremidade possui dois plugues RCA conectados às duas entradas de áudio do amplificador, como mostrado na figura 3.9. O alto-falante da parte 1 é então conectado a

qualquer uma das duas saídas de áudio do amplificador, mostradas na figura 3.11. Podemos ainda ver o fio preso à haste rosqueada de alumínio, passando pelo “U” recurvado da haste de cobre, passando pela polia, descendo por trás da parte 2 do aparato e, finalmente, sendo tracionado pelos cadeados aferidos.



Figura 3.9: visão frontal da base com amplificador e cabo de áudio com as duas entradas RCA conectadas



Figura 3.10: visão posterior da base de madeira com amplificador, estroboscópio e cabo de força



Figura 3.11: aparato montado

DESCRIÇÃO DA PARTE 4: aplicativo gerador de áudio

Depois de muita pesquisa, escolhemos o aplicativo gerador de sinais de onda senoidais ToneGen. Esse aplicativo, que pode ser baixado gratuitamente pelo PlayStore em qualquer celular Android, fornece um sinal de áudio senoidal, de frequência única, que pode ser ajustada de 1 Hz a 22 KHz. Pode gerar até 16 tons simultaneamente, mostrando a forma da onda e sua frequência no visor do celular. É de fácil manipulação e tem ajuste fino de frequência. As figuras 3.12 e 3.13 mostram, respectivamente, o ícone do aplicativo na área de trabalho de um smartphone e sua interface gráfica, com comandos e visor.

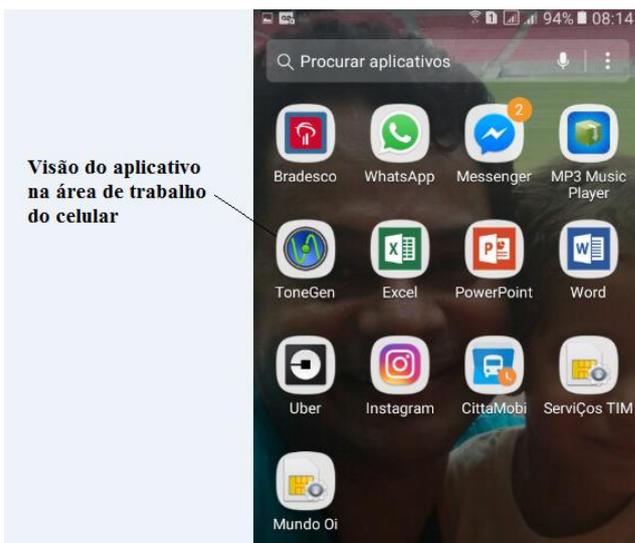


Figura 3.12: visão do ícone do aplicativo instalado na área de trabalho do celular

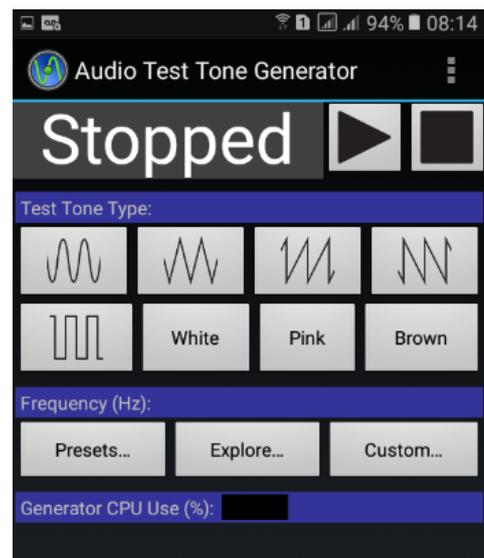


Figura 3.13: interface do aplicativo em funcionamento

ORÇAMENTO MÉDIO DO APARATO

O aparato foi totalmente planejado e construído por nós, tendo como referencia principal a montagem feita por Melde em meados do século XIX. Fizemos primeiro um projeto, depois adquirimos todos os materiais para a sua montagem. Em um dia de domingo, fizemos a montagem da base de madeira da parte 1 do aparato, como mostrado nas figuras abaixo.



Figura 3.14: medição da madeira da base do aparato

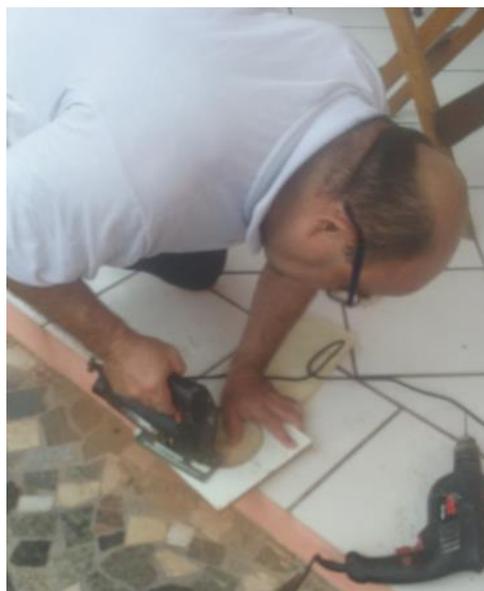


Figura 3.15: corte para junção do alto-falante

Após o corte e montagem da base de madeira do aparato, fizemos a pintura e os acabamentos. Três dias depois, em uma quarta, no Departamento de Educação da UFRPE, fizemos a parafusagem do alto-falante na base de madeira e colamos no cone do alto-falante a haste de cobre. Fizemos também a montagem da madeira e parafusagem da roldana no mecanismo tracionador, como mostrado nas fotos abaixo.

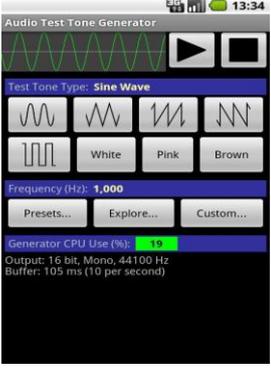


Figura 3.16: parafusagem do alto-falante na base de madeira Figura 3.17: colagem da haste de cobre

Porém, para quem não tem tempo ou habilidade na montagem da base de madeira, fizemos uma pesquisa entre marceneiros pelos bairros da Várzea e Caxangá da cidade de Recife, no período entre 15 e 20 de abril de 2018. E, em média, eles cobraram um preço entre R\$ 40,00 e R\$ 50,00 para fazer essa base e sua pintura, com as medidas descritas na parte 1 acima. Em qualquer loja de venda de equipamentos de som pode-se encontrar o alto-falante. O amplificador pode ser adquirido pela internet, em sites como Mercado Livre ou de lojas como a do Magazine Luiza. Parafusos, roscas, cola, chaves de fenda, polias, fio de cobre, cadeados, mecanismo tracionador, cabo de áudio, podem ser adquiridos em grandes lojas como a Tend Tudo ou Ferreira Costa. Usamos como fio oscilante cordas de violão, de aço e de náilon, que podem ser adquiridas facilmente em lojas de venda de instrumentos de som. A montagem do nosso modelo de oscilador de Melde, com parafusagem, colagem, etc, é um exercício prazeroso de física experimental e pode ser feito junto com os alunos. A própria montagem pode estimular o estudo de como funciona um alto-falante, um amplificador, para que servem, etc.

Abaixo mostramos um quadro contendo o orçamento de equipamentos mais importantes para montagem do aparato.

Equipamento	Descrição	Preço Médio
	<p>Base de madeira do aparato medindo 23cm x 23cm x 7cm com furo central de diâmetro de 16cm para acoplagem do alto-falante</p>	<p>Entre R\$ 40,00 e R\$ 50,00</p>
	<p>Alto-falante 6 polegadas, potência de 100W RMS 4 ohms bobina simples</p>	<p>Entre R\$ 35,00 a R\$ 40,00</p>
	<p>Mecanismo tracionador de aço</p>	<p>R\$ 17,00</p>
	<p>Amplificador de áudio DELTRÔNICA AM20 RCA 20WRMS 110/220 V E 12 V</p>	<p>R\$ 94,00</p>
	<p>Polia com parafuso</p>	<p>R\$ 7,50 cada</p>
	<p>Cabo MD9 P2 macho para P2</p>	<p>R\$ 13,00</p>

	<p>Haste rosqueada de alumínio</p>	<p>R\$ 15,00</p>
	<p>Cadeados de latão 25mm, 45mm e 70mm</p>	<p>Respectivamente R\$ 11,00, R\$ 24,00 e R\$ 45,00</p>
	<p>Conjunto de 6 cordas de violão de aço</p>	<p>R\$ 6,00 OBS: o conjunto de cordas de náilon custa R\$ 5,00</p>
	<p>Gerador de áudio com ajuste fino para celular Tone Generator</p>	<p>Grátis, baixado a partir do Play Store do celular</p>
		<p>CUSTO MÉDIO TOTAL: ENTRE R\$ 310 a R\$ 325</p>

Quadro 1 : Orçamento de equipamentos básicos para a montagem do aparato

É importante salientar que o aparato experimental, nesse trabalho, foi usado em investigação em cordas oscilantes fixas e em instrumentos musicais, com ênfase o violão. Mas, existem varias possibilidades de uso do aparato experimental por nós desenvolvido,

como mostram vários autores durante nossa pesquisa (COELHO E TONEGUZZO, 1990; CAVALCANTE, PEÇANHA E TEIXEIRA, 2013; CATELLI E MUSSATO, 2014). Algumas das possibilidades de uso descrevemos abaixo.

- A parte elétrica do aparato como o amplificador, pode ser estudada vários temas, tais como a relação entre som e eletricidade.
- No alto-falante existe um ímã, que pode ser investigado em suas propriedades: por que e como o ímã ajuda no funcionamento do alto-falante? Quais propriedades magnéticas estão relacionadas com o som produzido pelo alto-falante?
- Estudo da tensão na corda produzida pelos cadeados: as forças que estão presentes quando o aparato está funcionando. Isso seria uma ótima oportunidade do estudo de forças em corpos.

3.2. METODOLOGIA

3.2.1. Conjunção Aprendizagem Significativa e Ensino por Investigação

A Psicologia Cognitiva teve na década de 70 do milênio passado uma grande ascensão, com os estudos de Piaget, Ausubel, Novak, dentre outros (MOREIRA, 2011; ZOMPÊRO E LABURÚ, 2010). Essas pesquisas estavam direcionadas para a compreensão dos processos que envolvem aprendizagem, com base na estrutura cognitiva do aprendiz. Procurava-se entender a Estrutura Cognitiva como uma base de todos os conteúdos e idéias de um indivíduo, organizados em uma determinada área particular da complexa organização mental humana.

As Atividades de Ensino Investigativas tem a finalidade de fazer com que os alunos construam representações coerentes com o Conhecimento Científico. Em vários estudos, são conhecidos também por Aprendizagem por Projetos ou Ensino por Descoberta, com algumas poucas variações (ZOMPERO E LABURÚ, 2010), todas tendo alguns objetivos comuns, tais como partir de um problema, promover o raciocínio, desenvolver habilidades cognitivas e incentivar a cooperação. Novak (apud CARVALHO, 2017, p. 37) afirma que “Alguém aprende quando troca significados com: professor, colegas, livros, etc. Por isso a importância das atividades em grupo.” Carvalho (2017) nos oferece também uma Metodologia de Ensino por Investigação, através de cinco etapas:

Etapa 1: Problematização – em que um, ou vários, problemas iniciais sobre o conteúdo a ser trabalhado é apresentado aos alunos. Esses problemas podem também ser elaborados pelos próprios alunos a partir dos Organizadores Prévios apresentados pelo professor, que são recursos didáticos introdutórios ativadores de subsunçores dos alunos.

Etapa 2: Hipóteses – a partir das idéias prévias dos alunos, eles organizam respostas às problematizações da primeira etapa.

Etapa 3: Plano de Trabalho – são elaborados planos de trabalho e pesquisa, no intuito de pesquisar como resolver a problematização inicial. Essa pesquisa pode ser bibliográfica, experimental, de campo, etc.

Etapa 4: Obtenção de Dados - elaborado o plano de trabalho, passa-se à obtenção de dados, registro, tabelas, análise.

Etapa 5: Conclusão – a partir dos dados, tabelas, registros obtidos, faz-se uma análise para a comprovação, ou não, da hipótese inicialmente elaborada. Essa conclusão é, então, divulgada a outros grupos, para debate e análise.

A depender do envolvimento dos professor (P), e da liberdade dos alunos (A), Carvalho nos mostra cinco níveis de planos de atuação: do puramente tradicional, centrado e desenvolvido pelo professor, com o aluno como espectador (nível I), ao nível mais puramente científico, em que o aluno tem total liberdade e responsabilidade de todo processo (nível V).

GRAU	I	II	III	IV	V
Problema	-	P	P	P	A/P
Hipótese	-	P/A	P/A	P/A	A
Plano de trabalho	-	P/A	A/P	A	A
Obtenção dos dados	-	A/P	A	A	A
Conclusão	-	A/P/Classe	A/P/ Classe	A/P/Classe	A/P/ Sociedade

Quadro 2: Graus de liberdade professor/aluno na aula investigativa

Filmar a aula é uma atitude muito produtiva não só para o ensino investigativo, mas para qualquer espécie de metodologia que se queira ter sucesso no processo ensino-aprendizagem em sala de aula. Obviamente, parece-nos muito difícil, para não dizer quase impossível, filmar todas as aulas ministradas em todas as turmas. O que propomos é que se

registrem pelo menos algumas aulas, aquelas que se queira iniciar novos conteúdos, que se queira saber a reação da turma frente a organizadores prévios. É importante também para descobrir-se o que esses alunos já sabem sobre o conteúdo a ser apreendido. Essa investigação prévia é essencial para a condução das aulas posteriores: partir do que o aluno já sabe. A própria Anna Maria Pessoa de Carvalho, em uma entrevista para a UNESP TV, em agosto de 2012 (entrevista essa que pode ser acessada em: <https://www.youtube.com/watch?v=IMyfqxACezE>), nos relata que

[...] esta relação entre o agir do professor e o crescimento do aluno ela (a professora) precisa ver [...] aí que está a construção do conhecimento dela: leva a ela tomar consciência e explicar a sua aula [...]. Gravar a aula é essencial: uma coisa é você achar que fez isto, e outra coisa é você ver se você fez ou não [...] ver o aluno fazendo com sua pergunta antes, ver a relação professor-aluno. (vídeo acessado e assistido em 11 de março de 2018).

Zompêro e Laburú (2011) relatam que a Metodologia de Ensino por Investigação tem muito a contribuir para uma real Aprendizagem Significativa dos aprendizes. Veremos:

- I. Se o aprendiz deseja investigar, ele deve estar engajado no processo de investigação. Então, esse aluno adquire a disposição em aprender, condição essencial para uma aprendizagem significativa.
- II. Quando é apresentado um problema aos alunos, estes buscam uma solução através de seus conhecimentos prévios. Por isso, o problema proposto deve ser significativo aos estudantes, de modo que estes possam representá-lo mentalmente através de modelos mentais, esquemas. Com isso, conseguem levantar hipóteses.
- III. A busca por comprovação de suas hipóteses faz com que os alunos se envolvam na busca de novos conhecimentos e na aplicação desses conhecimentos em novas situações. A busca por um plano de trabalho requer a pesquisa de novas informações necessárias à resolução do problema. Numa pesquisa envolvendo aparato experimental podem-se relacionar dados, elaborar tabelas e gráficos, que podem revelar relações entre entes grandezas. Isso é característica de aprendizagem significativa: uso de subsunçores como ponto de ancoragem para novos conhecimentos.
- IV. A comunicação dos resultados é uma avaliação do que foi realmente significativamente apreendido, evidenciando os significados que foram adquiridos e propondo a troca de informação entre grupos e grupos e sociedade.

A partir do que foi exposto acima, fica claro que a Metodologia de Ensino por Investigação é fortemente capaz de conseguir com que o aprendiz desenvolva uma

aprendizagem Significativa dos conteúdos a serem trabalhados pelo professor. Sasseron (2015, p. 50) afirma que

[...] a Alfabetização Científica tem se configurado no objetivo principal do ensino das ciências na perspectiva de contato do estudante com os saberes provenientes de estudos da área e as relações e os condicionantes que afetam a construção de conhecimento científico em uma larga visão histórica e cultural. O ensino por investigação e a argumentação, por outro lado, cumprem uma função dupla em nossas pesquisas: ao mesmo tempo em que representam modalidades de interação trabalhadas para o desenvolvimento da Alfabetização Científica em sala de aula, constituem-se em formas de estudo dos dados provenientes de nossas pesquisas.

Dessa forma, a conjunção de Investigação com uma aprendizagem Significativa pode possibilitar a Alfabetização Científica dos aprendizes, tornando-os sujeitos conscientes numa sociedade em constante mudança e de frequentes usos de aparatos tecnológicos. Além disso, possibilita ao estudante-cidadão tomar decisões claras e conscientes frente a problemas do uso da Ciência em sociedade, na economia e na política. Acreditamos fortemente que a problematização, a investigação e a aprendizagem significativa em Ensino de Ciências podem formar uma cultura de Alfabetização Científica – que não deve ser confundida com a formação de técnicos em Ciências – e, com isso, cidadãos capazes de decidir os rumos das políticas socioeconômicas no que se refere ao uso da Ciência em sociedade.

Fica, porém, bem nítido que a função da junção Teoria da Aprendizagem Significativa mais Metodologia de Ensino por Investigação não é simplesmente substituir de uma só vez o que os professores vem fazendo há anos no Ensino de Ciências, mesmo os que só praticam o Ensino Tradicional. O que ensinar em sala de aula deve partir da realidade do próprio aprendiz, de sua conjuntura socioeconômica. A sala de aula deve ser um espaço de encontro de várias metodologias, de vários modos de saber, de vários modos de aprender. Com isso, o que propomos deve ser mais um recurso à disposição do profissional de educação em sua tarefa principal: desenvolver nos alunos aprendizagens, e, além disso,

Do ponto de vista prático, trata-se de retomar vigorosamente a luta contra a seletividade, a discriminação e o rebaixamento do ensino das camadas populares. Lutar contra a marginalidade por meio da escola significativa engajar-se no esforço para garantir aos trabalhadores um ensino da melhor qualidade possível nas condições históricas atuais [...] (SAVIANI, 2012, p. 31).

Portanto, o desenvolvimento de uma alfabetização científica pode ser mais uma arma na luta contra as desigualdades sociais. Uma escola cientificamente inclusiva, principalmente nas camadas populares, pode garantir uma sociedade inclusiva, em que os

trabalhadores possam decidir conscientemente sobre políticas sociais, ambientais e econômicas que envolvam ciência e tecnologia. Por isso, para a desalienação da sociedade, acreditamos fortemente numa alfabetização científica como um dos suportes de construção de uma sociedade mais igualitária e consciente de suas decisões para si e para o futuro.

3.2.2. Ondas Estacionárias na Música: uma proposta de Sequência de Ensino por Investigação (SEI) Significativa

O estudo das ondas é de fundamental importância em várias áreas da ciência e tecnologia do mundo de hoje. Celulares, música, internet, exames mais sofisticados usando ondas, laser como instrumento na medicina... Então, essa área do conhecimento tem potencial incrível de atrair os estudantes, pois há sempre algo relacionado a ondas e o dia a dia do aprendiz. Por tudo isso, o estudo das Ondas em vários de seus aspectos tem um potencial enorme de desenvolvimento de aprendizagens significativas, por:

- a) Estar relacionado ao cotidiano do aluno em vários aspectos: na música, no uso do celular, nos problemas causados pelo Efeito Estufa, etc. Assim, tem enorme potencial de ativar subsunçores nos estudantes;
- b) Tem uma enorme gama de problematizações a serem construídas.

Não é novidade que a música atrai, impressiona, emociona e possui uma bela história no desenvolvimento não só da Física, como da matemática e outras áreas do conhecimento (ABDOUNUR, 2003; MONTEIRO JUNIOR; CARVALHO, 2011). Porém, pesquisas mostram que os livros didáticos que abordam o tema ACÚSTICA tratam-no de modo superficial, sem uma problematização significativa e sem uma relação mais acurada com o mundo da música, deixando de lado uma poderosa arma de um ensino que envolva aspectos conhecidos pelos estudantes: instrumentos musicais, como o violão, a flauta ou o tambor. Monteiro Junior e Carvalho (2011, p. 140) asseguram que

Tais textos didáticos quando fazem uso de ligações com a música, o fazem de forma bastante superficial, limitando-se, quase sempre, a falar das cordas e tubos sonoros, das notas musicais e, quando muito, das escalas maior e menor natural. [...] De forma geral, não há qualquer relação das apresentações textuais com os diversos mundos com os quais a acústica, enquanto ciência, se relaciona, retratando um aparente descompasso entre tais livros e o mundo real.

Ondas estacionárias se formam pelo encontro de duas ondas iguais, mas em sentidos opostos, normalmente confinados em uma região do espaço. Por isso, possuem uma

velocidade de propagação nula, apesar de possuírem energia. Estão presentes como ondas sonoras confinadas em um tubo ou em cordas fixas. No encontro dessas ondas existe o fenômeno da SUPERPOSIÇÃO dessas ondas, que ocasiona a INTERFERÊNCIA de uma onda em outra. Os ventres são os pontos em que ocorrem as interferências construtivas, pontos em que a onda estacionária possui amplitude máxima, e os vales serão os pontos onde ocorre interferência destrutiva, em que a amplitude é nula. A distancia entre dois ventres, ou dois nodos, será a metade do comprimento de onda da onda estacionária, como mostra a figura abaixo.

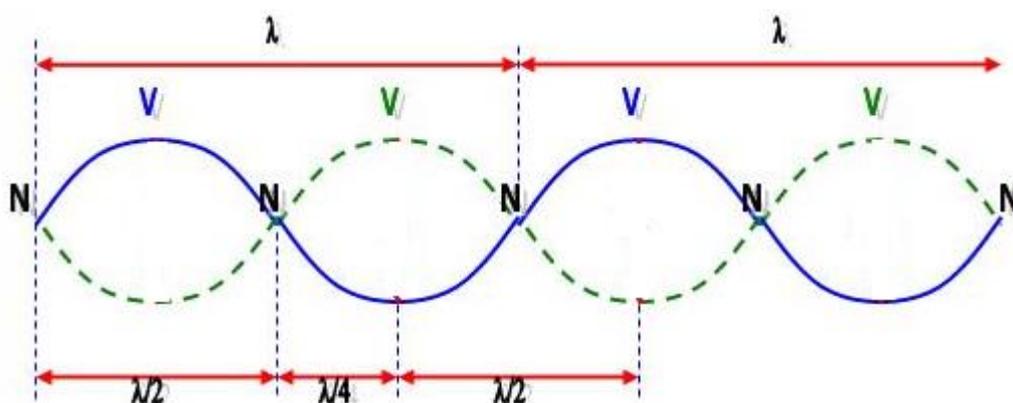


Figura 3.18: elementos de uma onda estacionária. Retirado de <https://www.colegioweb.com.br/fenomenos-ondulatorios/ondas-estacionarias.html>, acessado em 25/02/2018

Em música, temos os seguintes termos importantes:

- I. Nota Pura: som produzido que possui frequência única, uma única nota.
- II. Intervalo entre Notas: razão entre as frequências das notas. Assim:

$$I = \frac{f_{n+1}}{f_n}, n = 1, 2, \dots$$

- III. Semitom: intervalo entre duas notas consecutivas.
- IV. Tom: intervalo entre duas notas, separadas por uma terceira.
- V. Intervalo de Oitava: é o intervalo entre uma nota musical e outra com metade ou dobro da frequência. Em musica, diz-se que quando duas notas estão separadas por um intervalo de oitava, elas são iguais.
- VI. Escala Cromática: divide o intervalo de oitava em 12 partes, criando 12 intervalos iguais, chamados semitons. Na escala cromática, a nota será $\sqrt[12]{2}$ vezes maior que sua anterior, definindo uma progressão geométrica.
- VII. Consonante: duas notas que, tocadas juntas, soam de forma agradável.

Monteiro Jr., Medeiros e Medeiros (2003) apontam que os termos da progressão geométrica que determina o padrão de intervalos da escala cromática são dados por $f_n = f_1(\sqrt[12]{2})^{(n-1)}$, com f_1 como a frequência fundamental e n variando de 1 a 13, completando uma oitava. No mesmo artigo mostram ainda a escala cromática inteira, com seus “acidentes”: sustenidos (símbolo #) e bemóis (símbolos b), que apresentam frequência maior que a nota anterior e menor que a nota posterior, respectivamente, do Lá central do teclado do piano ($f = 220$ Hz).

NOTA	SÍMBOLO ⁷	TERMOS DA PROGRESSÃO GEOMÉTRICA $a_n = 220(\sqrt[12]{2})^{(n-1)}$	FREQUÊNCIA ⁸ (Hz)
La	A	$a_1 = 220$	220
La#/Sib	A#/Bb	$a_2 = 220(\sqrt[12]{2}) = 233,081880$	233
Si	B	$a_3 = 220(\sqrt[12]{2})^2 = 246,941650...$	247
Dó	C	$a_4 = 220(\sqrt[12]{2})^3 = 261,625565...$	261
Dó #/Reb	C#/Db	$a_5 = 220(\sqrt[12]{2})^4 = 277,182630...$	277
Re	D	$a_6 = 220(\sqrt[12]{2})^5 = 293,664767...$	293
Re#/Mib	D#/Eb	$a_7 = 220(\sqrt[12]{2})^6 = 311,126983...$	311
Mi	E	$a_8 = 220(\sqrt[12]{2})^7 = 329,627556...$	330
Fá	F	$a_9 = 220(\sqrt[12]{2})^8 = 349,228231...$	349
Fá#/Solb	F#/Gb	$a_{10} = 220(\sqrt[12]{2})^9 = 369,994422...$	370
Sol	G	$a_{11} = 220(\sqrt[12]{2})^{10} = 391,995435...$	392
Sol#/Láb	G#/Ab	$a_{12} = 220(\sqrt[12]{2})^{11} = 415,304697...$	415
Lá	A	$a_{13} = 220(\sqrt[12]{2})^{12} = 440$	440

Figura 3.19: escala cromática do Lá central de um piano (MONTEIRO; MEDEIROS; MEDEIROS, 2003).

Em um violão, a escala cromática determina a distancia entre os trastes. O 12° traste será o ponto médio. Os trastes encurtam a corda a ser excitada do violão, modificando os modos normais de vibração (harmônicos) da corda. Ondas estacionárias correspondem a cada um dos modos normais de vibração da corda do violão. Geralmente, a corda vibra em mais de um harmônico, assim produzindo um som composto de muitas frequências naturais. Naturalmente, com o aumento do harmônico, há a diminuição da intensidade sonora, representada pela amplitude da onda. Por isso, existe predominância na audição de poucas frequências quando a corda é dedilhada, como mostram as figuras abaixo.

Traste	Harmônica Predominante
Corda Solta	1º
12	2º
7 ou 19	3º
5 ou 24	4º
4*	5º *
3 (um pouco acima)*	8º *

Figura 3.20: harmônicos predominantes a partir dos trastes de um violão. Retirado de http://www.handmades.com.br/forum/index.php?page=Func_Dist, acessado em 28/03/2018

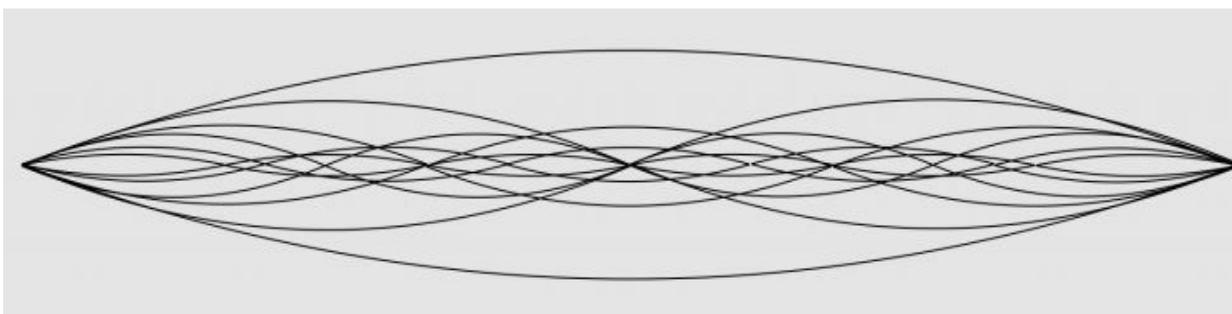


Figura 3.21: vibração de uma corda de um violão com suas várias frequências (sons diferentes), cada som representando um harmônico. Retirado de <http://violaoparainiciantes.com/o-que-e-harmonico-natural/#sthash.T8YJjQjO.rNJD3tZQ.dpbs>, acessado em 28/03/18

A corda de um violão pode ser considerada de densidade linear, massa por comprimento, constante μ e suas frequências de oscilações naturais (harmônicos) podem ser calculadas por

$$f_n = \frac{n}{2Lr} \sqrt{\frac{T}{\mu\pi}}$$

em que L será o comprimento da corda, r o raio da corda, T a força tensora sobre a corda e n o número de harmônico.

A partir de tudo isso, construímos uma Sequência de Ensino por Investigação (SEI) Significativa que possa fazer com que o estudante aprenda significativamente conceitos de ondulatória e acústica. Usamos o violão como elemento problematizador por ser um instrumento de fácil manipulação e atrativo, podendo ativar um dos elementos chave numa aprendizagem significativa: a vontade do aluno em aprender. O aparato Oscilador de Melde por nós construído, com uma nova forma de montagem, nos ajudará a obter dados essenciais para resposta aos questionamentos levantados. O quadro a seguir mostra nossa proposta de SEI Significativa.

ETAPAS	OBJETIVOS	TEMPO ESTIMADO
1. Organizadores Prévios	Aula inicial, em power point, ministrada pelo professor, com a finalidade de despertar/construir subsunçoes, tais como elementos de uma onda, tipos de ondas, ondulatória e música, etc.	1º encontro: 2 horas/aula
2. Problematização	Com o violão, problematizar com questões propostas pelo professor ou pelos próprios alunos.	
3. Construção de Hipóteses	Dividir a turma em grupos e deixá-los encontrar hipóteses de resolução das problematizações.	
4. Construção de Plano de Trabalho	Planejar com os grupos datas para trabalho no aparato. Explicar o funcionamento básico do aparato.	
5. Obtenção de dados (uso do aparato)	Cada grupo separadamente, em data e horários pré marcados, manipulará o aparato, na busca de relações e dados para a possível resolução das hipóteses. Poderá ser debatidas entre o grupo conclusões prévias da análise dos dados obtidos.	2º encontro: 2 horas/aula para cada grupo
6. Conclusão e Comunicação	Após análise dos dados, os grupos debaterão os resultados entre si e depois entre os grupos.	3º encontro: 2 horas/aula, divididas da seguinte maneira: - 1 hora/aula para o debate dentro de cada grupo - 1 hora/aula para o debate entre os grupos

Em nossa proposta de SEI Significativa, iniciamos com uma aula ministrada pelo professor. Essa aula servirá para despertar e/ou criar subsunçores relativos à ondulatória e acústica. Essa aula deve ter um maior nível de generalização e inclusão, sendo planejada para servir de ponte entre o que o estudante já sabe e o que se deseja que esse estudante aprenda. Assim, os organizadores prévios podem ter grande potencial facilitador da conceituação, pois, como diz Vergnaud (apud MOREIRA, 2013) “são as situações que dão sentido aos conceitos.”. Nessa aula apresentamos os principais conceitos, tais como: O que é uma onda e os tipos de onda, frequência, comprimento de onda, amplitude e velocidade de onda, interferência, ondas sonoras, altura e intensidade do som, ondas estacionárias e harmônicas, nota musical, e escala temperada.

A partir dessa aula, vamos à problematização: com o uso de um violão, introduzimos ondas estacionárias nas cordas do violão. Damos uma breve explicação sobre as principais partes do violão: braço, rastilhos, cordas, boca, etc. Então, dedilhando as cordas do violão, produzindo os sons, podemos fazer vários questionamentos, tais como:

- a) Por que a 1^o corda é mais fina?
- b) Para que servem os trastes?
- c) Para que serve a boca do violão?
- d) Quando dedilhamos uma corda solta, quantos harmônicos são produzidos?

Podemos, também, deixar que os próprios estudantes criem problematizações, a partir de suas curiosidades. Separados em grupos de 5 a 8, os alunos irão discutir as problematizações propostas pelo professor ou criar seus próprios questionamentos. Cada grupo irá escrever em uma folha de papel ofício, previamente fornecida pelo professor, seus questionamentos. Então, os grupos discutirão possíveis respostas aos questionamentos. Isso é uma fase muito importante da atividade, pois irá mostrar que subsunçores serão ativados na busca de respostas. Para levantar hipóteses sobre os questionamentos, os alunos terão que ativar conhecimentos prévios, discutir em grupo cada possível resposta, escrever. A experiência demonstra que se trata de uma etapa muito proveitosa para a construção do conhecimento.

Após isso, junto a cada grupo é construído um plano de trabalho. A função principal desse plano será responder à seguinte pergunta: como comprovar que a hipótese está correta? Esse plano envolverá o planejamento de utilização do aparato experimental

(oscilador de Melde) para a aquisição de dados úteis, tais como frequência dos harmônicos, tensão na corda, amplitude, etc. Cada grupo marcará uma data e horário para trabalhar no aparato. Os grupos trabalharão no aparato separadamente, cada um livre para pesquisar e medir as variáveis que definam como mais importante para suas hipóteses. O professor irá apenas ajudar os grupos quando necessário, na manipulação do aparato e como obter os dados que o grupo precisa.

A manipulação do aparato experimental será a fonte de obtenção de dados. Cada grupo, em data pré-marcada, terá duas hora/aula para obtenção dos dados/medidas que serão usados para comprovar/refutar as hipóteses levantadas pelo grupo. Os dados obtidos pelo aparato, como frequência, comprimento de onda, amplitude, tensão na corda, número de harmônicos, podem ser usados também para novas descobertas. As cordas usadas no aparato são as cordas de um violão, de náilon ou aço. Com isso, cada grupo investigará as características dessa corda oscilando em ondas estacionárias no aparato.

Os próprios estudantes, durante a fase de questionamento e produção de hipóteses, identificaram que variáveis em uma corda oscilante fixa, como a do violão, são importantes para a verificação e resposta de suas problematizações. A esse tipo de abordagem Carvalho (2013) chamou de roteiro aberto, na qual os alunos decidem quais medidas são importantes para a manipulação do aparato, elaborando uma tabela de medidas que será muito importante para o estudante tomar consciência das grandezas que influenciam o fenômeno a se ser estudado. Com essa liberdade de escolha, e não uma tabela pronta trazida pelo professor, o estudante pode começar a pensar, por si só e em grupo, nas variáveis que ele acredita serem importantes na compreensão do fenômeno. Isso faz que ele tome consciência sobre por que medir, como medir e para que servirá essa medida, ou seja, o que essa medida mostra. Isso é construção de conhecimento novo! A partir disso, os estudantes decidiram quais variáveis seriam importantes para a compreensão da corda oscilante e sua relação com a música, e com isso foi criado o quadro a seguir, feito pelos próprios estudantes, para auxiliá-los na fase de obtenção de dados. Ficou acertado que cada grupo trabalharia com um tipo de corda de violão: náilon ou aço. É importante que os grupos tenham liberdade para investigar, no aparato experimental, os dados que vejam como significativos na compreensão de suas inquietações. Isso destoa do que é normalmente feito em aulas experimentais: os dados a serem investigados são previamente escolhidos pelo professor, deixando aos alunos apenas a tarefa de medir e obter dados que o professor já sabia previamente que seriam obtidos.

EREM OLINTO VICTOR

Data: ____/____/____

Grupo: _____

TRABALHO EXPERIMENTAL COM APARATO OSCILADOR DE MELDE: MEDIDAS

Corda do violão (_____)

	COMPRIMENTO DA CORDA	TENSÃO NA CORDA	FREQUENCIA 1º HARMONICO	FREQUENCIA 2º HARMONICO	FREQUENCIA 3º HARMONICO
Cumprimento da amplitude	_____	_____			

Corda do violão (_____)

	COMPRIMENTO DA CORDA	TENSÃO NA CORDA	FREQUENCIA 1º HARMONICO	FREQUENCIA 2º HARMONICO	FREQUENCIA 3º HARMONICO
Cumprimento da amplitude	_____	_____			

Corda do violão (_____)

	COMPRIMENTO DA CORDA	TENSÃO NA CORDA	FREQUENCIA 1º HARMONICO	FREQUENCIA 2º HARMONICO	FREQUENCIA 3º HARMONICO
Cumprimento da amplitude	_____	_____			

Corda do violão (_____)

	COMPRIMENTO DA CORDA	TENSÃO NA CORDA	FREQUENCIA 1º HARMONICO	FREQUENCIA 2º HARMONICO	FREQUENCIA 3º HARMONICO
Cumprimento da amplitude	_____	_____			

CONCLUSÕES

Figura 3.22: tabela de dados e conclusão criada pelos grupos para pesquisa no aparato

Com esse quadro, o grupo pode obter o comprimento da corda, a tensão, frequências dos harmônicos com suas respectivas amplitudes. Essas medidas podem ser obtidas de cordas diferentes, e comparadas. Pode-se ficar livre ao grupo pesquisar outros dados além dos constantes no quadro. Obtidos os dados, pode-se verificar a relação existente entre várias variáveis na corda oscilante fixa do violão. A partir da verificação das relações entre

essas medidas, pode-se chegar a conclusões sobre conceitos importantes em ondulatória-acústica. Deve ficar claro que o quadro acima foi criado pelos estudantes em nossa fase de aplicação da SEI Significativa. Logo, outra turma, em outra escola, pode decidir que outras variáveis sejam importantes para a compreensão do fenômeno de cordas fixas oscilantes em música, como período de vibração, velocidade da corda ou área de seção transversal, variáveis que nosso aparato consegue obter. Então, o quadro acima é um modelo elaborado por nossos estudantes em uma aplicação da SEI Significativa, não sendo algo que necessariamente deva se repetir em outras aplicações, para outro grupo de alunos. Os estudantes pensam e decidem o que medir no aparato e por que.

Após obtenção dos dados-medidas, cada grupo se reunirá e irá discutir os resultados encontrados. Debaterá sobre as hipóteses levantadas e as mensurações conseguidas no aparato, comparando-as. No debate dentro do grupo serão expostas as aprendizagens significativas sobre o conteúdo, e as inquietações de cada um. É fundamental salientar que, nos processos investigativos, as atitudes devem sobressair o simples fazer, conduzindo os estudantes à verdadeira compreensão do por que fazer e como fazer, passando da atividade apenas manipulativa para a atividade reflexiva, consciente e racional. O debate, então, se estenderá aos grupos, em uma reunião final de conclusão dos trabalhos. Assim, cada grupo compartilhará suas inquietações, seus resultados obtidos e suas conclusões.

Desse modo, esperamos que nosso produto educacional sirva como um instrumento pedagógico eficiente em sua finalidade de tornar o processo de ensino-aprendizagem de conceitos principais e importantes de ondulatória, acústica e música significativos e estimulantes.

CAPÍTULO 4: APLICAÇÃO DO PRODUTO E ANÁLISE

A proposta de SEI Significativa foi gestada no envolvimento com estudantes da Escola de Referência em Ensino Médio (EREM) Olinto Victor, escola situada no bairro da Várzea, Recife – PE, onde leciono física há oito anos para as turmas de 1º, 2º e 3º ano. A escola é pequena, com apenas doze salas de aula e oito turmas: três do 1º ano, três do 2º ano e duas do 3º ano, cada turma, em média, com 35 alunos. As salas são temáticas: cada professor possui sua sala, onde pode configurar, planejar e decorar como achar melhor. Temos uma grande liberdade por parte da gestão da escola para planejarmos a sala ao nosso modo. A escola não possui laboratórios de física, química ou biologia. Possui uma sala de informática minúscula, com apenas 6 computadores funcionando. Não possui auditório nem quadra coberta. Recebemos alunos principalmente das escolas municipais e estaduais ao entorno, dos bairros da Várzea, Caxangá ou Nova Morada, que ficam mais próximos à nossa escola. Os alunos chegam a nós com várias lacunas, com conhecimentos básicos não totalmente construídos.

Em nosso planejamento, os conteúdos de ondulatória e acústica são ministrados no III bimestre letivo das turmas de 2º ano do ensino médio, que tem início na metade do mês de julho até o início do mês de outubro. Por isso, desejamos aplicar o nosso produto nessas turmas de 2º ano, para a verificação de conhecimentos prévios do conteúdo que será ministrado mais a frente. Porém, alguns alunos das turmas de 3º ano 2018, ao saberem de nosso plano, ficaram muito interessados em participar, principalmente porque muitos desses alunos gostam de música e tocam violão e outros instrumentos musicais. Então, para nós foi uma boa surpresa. Resolvemos juntar alunos de 2º ano e 3º ano no projeto. Os estudantes de 3º ano seriam até importantes como coordenadores dos grupos, e teríamos a oportunidade de verificar com esses estudantes como ficou o nível de aprendizagem dos conteúdos de acústica vistos em 2017.

De início, passamos oito meses, de maio de 2017 a dezembro do mesmo ano, estudando ensino por investigação, aprendizagem significativa e conceitos básicos de música, além de montar nosso oscilador de Melde, que é muito útil na investigação de ondas estacionárias, e que foi construído com materiais de fácil acesso e aplicativo de celular como gerador de áudio. Construímos uma Sequência de Ensino por Investigação (SEI) Significativa, envolvendo conceitos importantes de ondulatória, acústica e sua relação com música. Escolhemos o violão como estimulador dos estudos por ser um

instrumento musical de fácil acesso, de fácil manipulação e que tem excelente receptividade entre os estudantes.

No início do mês de fevereiro de 2018, passamos nas salas dos 2º anos explicando o projeto e como seria realizado. Obviamente, nem todos os alunos se interessaram pelo projeto, mas a receptividade foi muito boa: conseguimos ter a inscrição de 82% dos alunos dos 2º anos. Além disso, 17 alunos do 3º ano também se interessaram pelo projeto e quiseram participar. Como a quantidade de alunos interessados em participar do projeto-piloto foi acima do esperado por nós, decidimos conversar com os estudantes inicialmente interessados e explicar que não seria possível que, nesse momento, todos participassem. Ficou então acertado que entre eles mesmos seriam escolhidos os que participariam nesse primeiro momento, ficando prometido pelo professor que esse projeto seria também desenvolvido, em momento posterior, a todos os outros que queiram participar. Além disso, muitos alunos do 2º ano do ensino médio participam do programa do governo do estado de Pernambuco Ganhe o Mundo (PGM), que são aulas de inglês e espanhol após os horários normais das aulas regulares: das 17h às 18h30min, até o mês de junho, ficando quase inviável a participação nesse momento desses estudantes, pois eles estão se dedicando à suas aulas para poderem ter a chance de viajar e conhecer outros países. No fim, ficaram 19 alunos para participarem do projeto-piloto de implantação da SEI Significativa por nós elaborada: 14 dos 2º anos e 5 dos 3º anos. Esses alunos foram divididos em dois grupos, chamados grupo I e grupo II, com 10 e 9 alunos, respectivamente. A divisão do grupo e dos participantes em cada grupo foi livre, sem interferência do professor. Decidimos também fazer um relatório dos acontecimentos das aulas, teóricas e experimentais, sem transcrições diretas das falas, apenas indiretas. Isso foi preferido por conservar o anonimato dos participantes, em sua maioria estudantes menores de idade, e para dar maior fluidez na leitura do texto. As falas dos estudantes durante a aula ou durante a atividade experimentais consideradas importantes para a pesquisa do trabalho foram transcritas indiretamente, sem nome do autor/autora. As aulas foram totalmente filmadas e fotografadas, com a anuência dos estudantes participantes.

4.1. AULA INICIAL: ORGANIZADORES PRÉVIOS, PROBLEMATIZAÇÃO, CONSTRUÇÃO DE HIPÓTESES E DO PLANO DE TRABALHO

A aula foi ministrada no dia 16 de março de 2018, sexta-feira, das 15h às 17h, para o grupo II. Para o grupo I foi no dia anterior, no mesmo horário. Como recurso didático, foi

usado slides em power point, contendo conceitos de ondulatória e acústica. As aulas foram totalmente filmadas e fotografadas, com o consentimento dos participantes. Os vídeos da aula inicial e dos trabalhos experimentais podem ser disponibilizados a quem solicitar pelo e-mail joelvieirafilho30@hotmail.com. De início, o professor discutiu com cada turma os conceitos de onda, classificada em eletromagnética e mecânica. Foi enfatizado que o nosso objetivo era o estudo de ondas mecânicas em cordas vibrantes fixas. O professor trabalhou os conceitos de frequência, comprimento de onda, amplitude de uma onda, tudo em ondas transversais. Após isso, foi mostrada a relação existente entre frequência da onda e som grave e agudo. Foi discutida a diferença entre som puro e som composto, mostrando os gráficos correspondentes. Passou-se então ao estudo de ondas estacionárias: definição, elementos, aplicações. Em suas aplicações foram enfatizados os instrumentos musicais de cordas fixas, tais como violão, violino, guitarra, harpa. Nesse ponto surgiram vários questionamentos dos alunos, tais como:

- a) “Se dedilharmos o violão na parte de cima ou de baixo, o som é o mesmo? (sic)”
- b) “O tipo de madeira altera o som? (sic)”
- c) “Por que existem vários tipos de violão? (sic)”
- d) “Por que temos que esticar as cordas do violão? (sic)”

Alguns alunos arriscaram respostas às perguntas feitas acima, tais como:

- “O som puro é uma única curva no gráfico e o som composto são duas ou mais curvas (sic).”
- “Esticar a corda do violão deixa o som mais forte. Aumenta a frequência (sic).”

Nesse ponto, o professor pega o violão e dedilha a primeira corda, de modo livre, de duas maneiras: uma bem leve e outra com mais “força”. Então, pergunta se há diferença do som produzido nos dois dedilhar. As respostas são bem interessantes:

- “O volume do som é diferente (sic).”
- “Mais força na corda aumenta o som, fica mais forte (sic).”
- “Então, se eu pegar dois instrumentos... O mesmo instrumento, um violino, e tocar a mesma corda, o som pode sair diferente, né, dependendo da força que eu faço na corda (sic).”
- “Não, é o mesmo som, o primeiro é só mais baixo (sic).”
- “A força que você fez na corda a fez vibrar mais lentamente ou mais rápido (sic).”

Neste ponto, um dos alunos questiona se o tamanho da corda faz diferença, já que o violino é menor que o violão. O professor repassa essa pergunta à turma, e obtém as seguintes respostas:

- “O tamanho da onda, a madeira... (sic)”
- “A corda maior produz som mais forte (sic).”
- “Acho que a corda do violino é mais apertada, e isso interfere no som (sic).”

O professor deixa essas questões em aberto e passa para a próxima fase da aula: o estudo das escalas musicais. Primeiro, com a utilização dos slides em power point, mostra o desenvolvimento da escala pitagórica, relacionando-a com a matemática através de frações. Os alunos ficam admirados como Pitágoras encontrou essas relações há tanto tempo atrás. Após isso, o professor mostra que existem outras escalas musicais, e mostra a escala temperada, com seus acidentes – sustenidos (notas com uma frequência maior que a anterior) e bemol (notas com uma frequência menor que a posterior). A tabela abaixo (MONTEIRO JR; MEDEIROS; MEDEIROS, 2003) provoca boas discussões.

NOTA	SÍMBOLO ⁷	TERMOS DA PROGRESSÃO GEOMÉTRICA $a_n = 220(\sqrt[12]{2})^{(n-1)}$	FREQUÊNCIA ⁸ (Hz)
La	A	$a_1 = 220$	220
La#/Sib	A#/Bb	$a_2 = 220(\sqrt[12]{2}) = 233,081880$	233
Si	B	$a_3 = 220(\sqrt[12]{2})^2 = 246,941650...$	247
Dó	C	$a_4 = 220(\sqrt[12]{2})^3 = 261,625565...$	261
Dó #/Reb	C#/Db	$a_5 = 220(\sqrt[12]{2})^4 = 277,182630...$	277
Re	D	$a_6 = 220(\sqrt[12]{2})^5 = 293,664767...$	293
Re#/Mib	D#/Eb	$a_7 = 220(\sqrt[12]{2})^6 = 311,126983...$	311
Mi	E	$a_8 = 220(\sqrt[12]{2})^7 = 329,627556...$	330
Fá	F	$a_9 = 220(\sqrt[12]{2})^8 = 349,228231...$	349
Fá#/Solb	F#/Gb	$a_{10} = 220(\sqrt[12]{2})^9 = 369,994422...$	370
Sol	G	$a_{11} = 220(\sqrt[12]{2})^{10} = 391,995435...$	392
Sol#/Láb	G#/Ab	$a_{12} = 220(\sqrt[12]{2})^{11} = 415,304697...$	415
Lá	A	$a_{13} = 220(\sqrt[12]{2})^{12} = 440$	440

Figura 4.1: escala temperada. Retirada de Monteiro JR, Medeiros A., Medeiros C.F, 2003.

Então, o professor pega o violão, pede para que os estudantes façam silêncio e prestem atenção, e dedilha a sexta corda. Após isso, o professor pergunta: aqui, quando dedilhei essa corda, existe uma só nota ou mais de uma? As respostas são:

- “Essas seqüência de notas é que nem no piano, né! (sic)”
- “Pode ser, sim, ao tocarmos duas cordas ao mesmo tempo (sic).”
- “Pode ser a junção de duas frequências (sic).”
- “Existe som perfeito, sozinho? (sic)”
- “Os sons podem se somar, né... (sic)”

Essa primeira parte do SEI proposta durou cerca de 1h15min para cada grupo. A partir desse ponto, o professor termina a etapa de organizadores prévios e começa a etapa de problematização da SEI proposta. Com o power point e computador, são projetadas no quadro três perguntas envolvendo acústica e o violão. É explicado aos grupos que eles podem escolher responder às perguntas propostas pelo professor ou elaborar suas próprias perguntas, junto com as respostas. Começam então a segunda e terceira fases da SEI Significativa: problematização e construção de hipótese.



Figura 4.2: aula organizadores prévios.



Figura 4.3: aula organizadores prévios.

A fase de problematização começa com três perguntas apresentadas em power point pelo professor. É enfatizado que essas perguntas são sugestões de problematizações do conteúdo visto com o violão, e que o grupo está livre para responder a tais perguntas ou pensarem em seus próprios questionamentos. Abaixo temos os questionamentos apresentados pelo professor.

PROBLEMATIZAÇÃO

1. Por que as cordas do violão tem espessura diferente?
2. Em um violão para que servem os trastes?
3. O som produzido por uma corda do violão não é puro. Então por que não percebemos as outras frequências ao tocar uma corda?

Figura 4.4: questionamentos apresentados pelo professor aos alunos como problematização

Os grupos, que serão chamados de grupo I (com 10 alunos) e grupo II (com 9 alunos) ficaram livres em seus debates. O professor apenas olhava o trabalho dos grupos, sendo chamado apenas para pequenas duvidas, tais como se o grupo poderia responder as perguntas sugeridas pelo professor fora da ordem. O trabalho de problematização e construção de hipóteses durou cerca de 27 minutos. Houve intenso debate em cada grupo.



Figura 4.5: grupo I debatendo a problematização.



Figura 4.6: grupo II debatendo a problematização.

A seguir estão a problematização e as hipóteses sugeridas pelos grupos I e II.

Grupo I: Data Apresento:
PROBLEMATIZAÇÃO

22.03.18
15h - 17h

1. Qual seria o ponto médio entre o som grave e agudo?

O ponto médio é relativo, pois depende do referencial.

2. Se agente tocar a mesma corda com intensidades diferentes, ela vibra de uma maneira diferente.

R = Não, muda apenas a intensidade.

3. Todos os cordos vibram de mesma feita?

Eles vibram da mesma forma, porém com intensidade diferente.

4. Pegamos 2 cordas uma fina e uma Grossa ambas funcionamos da mesma forma, de mesmo material. Se essas cordas forem colocadas em contato com uma mesma intensidade de força, o som será o mesmo?

Não, pois a capacidade de transmitir as ondas é diferente, por causa da espessura, que altera a amplitude da onda.

5) Medida usada na formação da vibração influencia a intensidade do som produzido?

Sim, pois o material influencia na propagação da onda.

6) porque os cordos do violão tem espessura diferente?

Porque

7) Em um violão fora que servem os trastes?

Os trastes diminuem o tamanho da corda, diminuindo o comprimento de onda — consequentemente aumentando a frequência.

Figura 4.7: problematização e construção de hipóteses do grupo I.

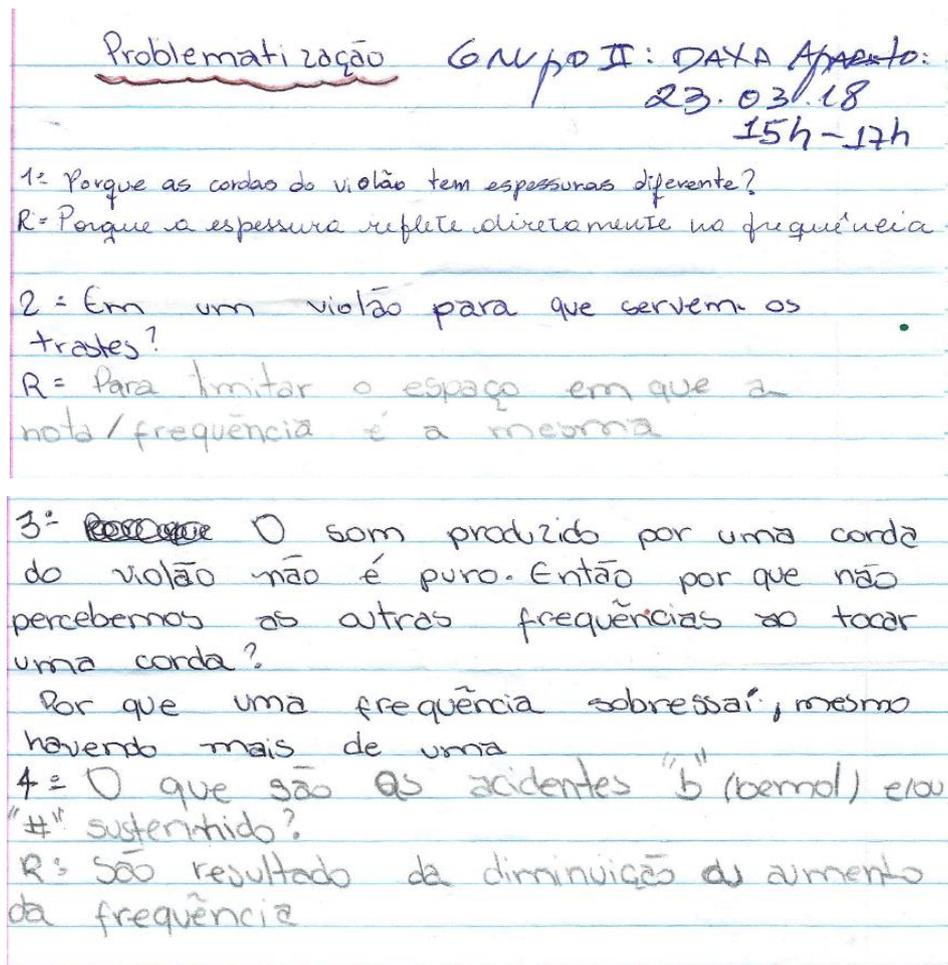


Figura 4.8: problematização e construção de hipóteses do grupo II

Vemos que nessa mesma aula já foram marcados, no começo de cada pagina, a data e o horário, para a manipulação, por parte de cada grupo, do aparato experimental. Nessa aula também foi traçado o plano de trabalho no aparato. Foi elaborado um quadro, pelos integrantes dos próprios grupos, com os dados experimentais considerados mais relevantes na investigação das hipóteses (figura 3.22, página 58). Além disso, ficou estipulado o seguinte roteiro de trabalho:

- I. Uma breve explicação, por parte do professor, do funcionamento básico do aparato – uma nova montagem do oscilador de Melde;
- II. Medir frequência, comprimento da corda, tensão na corda, amplitude;
- III. Uso de cordas de violão no aparato: a corda mais grossa e a corda mais fina, para verificar se há diferença nas medidas;
- IV. Pesquisar mais sobre ondas fixas em cordas de instrumentos musicais.

4.2. USO DO APARATO NA OBTENÇÃO DE DADOS, ANÁLISE DESSES DADOS

Nos dias 22 e 23 de março de 2018, das 15h às 17h, os grupos trabalharam no aparato oscilador de Melde. Tiveram uma breve explicação de como o aparelho funciona e, depois, ficaram livres para investigarem os dados que achassem necessários para a compreensão de suas inquietações surgidas na aula de problematização. Os trabalhos foram totalmente filmados e fotografados, e podem ser disponibilizados, a pedido, pelo endereço de email joelvieirafilho30@hotmail.com. Os nomes dos integrantes dos grupos foram suprimidos para resguardar a integridade pessoal dos participantes, assim como foi combinado previamente com os integrantes dos grupos.

O grupo I trabalhou no aparato numa quinta feira, dia 22 de março de 2018, das 15h07min às 16h25min, aproximadamente, passando, assim, do tempo estipulado inicialmente para o trabalho. Gostaram muito do trabalho experimental, e descobriram relações muito interessantes, como mostrado no relatório a seguir.

EREM OLINTO VICTOR

Data : 22/03/18

Grupo:

LUC

1ª Corda do violão (NAILON)

	COMPRIMENTO DA CORDA	TENSÃO NA CORDA	FREQUENCIA 1° HARMONICO	FREQUENCIA 2° HARMONICO	FREQUENCIA 3° HARMONICO
	52cm	6,34N	102Hz	200Hz	-
Cumprimento da amplitude	_____	_____			

6ª Corda do violão (NAILON)

	COMPRIMENTO DA CORDA	TENSÃO NA CORDA	FREQUENCIA 1° HARMONICO	FREQUENCIA 2° HARMONICO	FREQUENCIA 3° HARMONICO
	52cm	6,34N	26Hz	53Hz	78Hz
Cumprimento da amplitude	_____	_____	2,8cm	1,4cm	0,9cm

6ª Corda do violão (NAILON)

	COMPRIMENTO DA CORDA	TENSÃO NA CORDA	FREQUENCIA 1° HARMONICO	FREQUENCIA 2° HARMONICO	FREQUENCIA 3° HARMONICO
	78cm	6,34N	23Hz	46Hz	72Hz
Cumprimento da amplitude	_____	_____			

6ª Corda do violão (NAILON)

	COMPRIMENTO DA CORDA	TENSÃO NA CORDA	FREQUENCIA 1° HARMONICO	FREQUENCIA 2° HARMONICO	FREQUENCIA 3° HARMONICO
	78cm	9,20N	36Hz	73Hz	102Hz
Cumprimento da amplitude	_____	_____			

CONCLUSÕES

PRIMEIRA: COMPRIMENTO DA CORDA INVERSAMENTE
proporcional à FREQUÊNCIA
SEGUNDA: todos os HARMÔNICOS baseiam-se
NO PRIMEIRO HARMÔNICO
TERCEIRA: AUMENTANDO A TENSÃO NA CORDA,
A FREQUÊNCIA DO PRIMEIRO HARMÔNICO
MÓVIL SE AUMENTA
QUARTA: O TAMANHO DA AMPLITUDE É
INVERSAMENTE PROPORCIONAL
DO NÚMERO DE HARMÔNICOS

Figura 4.9: relatório do uso do aparato do grupo I

Vemos que o grupo usou cordas de violão de náilon no aparato, sendo a 1° e 6° cordas: a mais fina e a mais grossa. Na corda mais fina, a 1° corda do violão, foram encontradas as frequências do harmônico fundamental e do segundo harmônico. Não conseguiram encontrar a frequência do terceiro harmônico. Na corda mais grossa, a 6° corda do violão, o grupo encontrou a frequências dos três primeiros harmônicos da corda. Foi medida também, com a ajuda de um dinamômetro, a tensão que cada corda foi submetida. O comprimento de cada corda e a amplitude de oscilação foi medido com a ajuda de uma trena. O grupo, a partir disso, com análise dos dados, obteve quatro conclusões, que estão escritas no relatório acima. Abaixo mostramos fotos do grupo trabalhando.

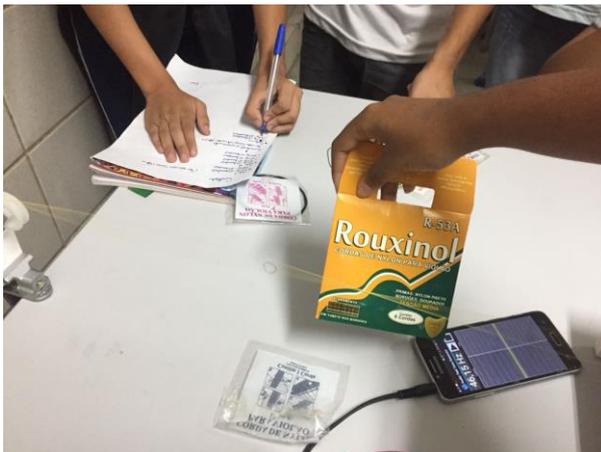


Figura 4.10: corda de náilon violão usada



Figura 4.11: medição do comprimento da corda

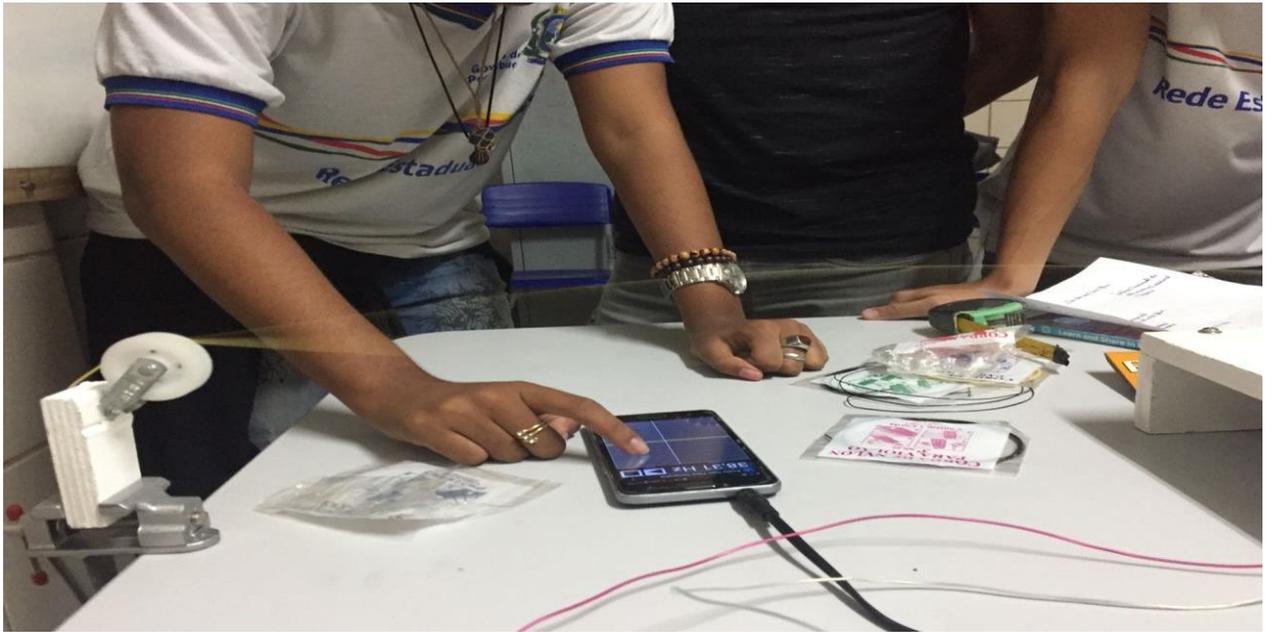


Figura 4.12: com o uso de aplicativo de celular gerador de áudio, obtenção da frequência do 1º harmônico.



Figura 4.13: com o uso de aplicativo de celular gerador de áudio, obtenção da frequência do 2º harmônico.

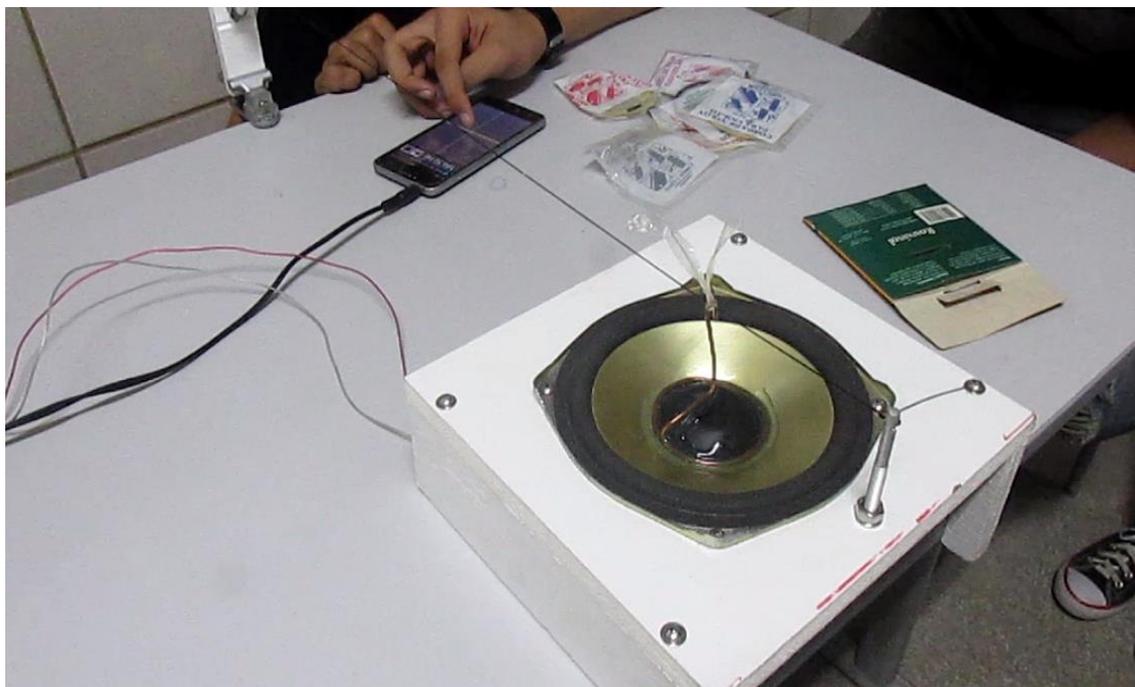


Figura 4.14: usando aplicativo de celular para encontrar frequência do 1° harmônico.



Figura 4.15: encontrando 1° harmônico.

O grupo II trabalhou no aparato na tarde seguinte, dia 23 de março de 2018, das 16h às 17h48min aproximadamente. Percebemos uma preocupação por parte do grupo maior com as partes técnicas das mensurações. O grupo teve uma preocupação maior em medir bem grandezas como frequência, tensão na corda, amplitude, comprimento da corda. Para

esse grupo trabalhou com cordas de violão feitas de aço. O relatório abaixo comprova a preocupação com a precisão das medidas feitas pelo grupo.

EREM OLINTO VICTOR

Data: 23/03/2018

Grupo: Tauíana

Maí

1º

	COMPRIMENTO DA CORDA	TENSÃO NA CORDA	FREQUENCIA 1º HARMONICO	FREQUENCIA 2º HARMONICO	FREQUENCIA 3º HARMONICO
	<u>49 cm</u>	<u>6,35 N</u>	<u>112,9 Hz</u>	<u>224,92 Hz</u>	<u>337,33 Hz</u>
Cumprimento da amplitude	<u>21</u>	<u>6</u>			

6º Corda do violão (Aço)

	COMPRIMENTO DA CORDA	TENSÃO NA CORDA	FREQUENCIA 1º HARMONICO	FREQUENCIA 2º HARMONICO	FREQUENCIA 3º HARMONICO
	<u>49 cm</u>	<u>6,35 N</u>	<u>29,61 Hz</u>	<u>61,3 Hz</u>	<u>89,6 Hz</u>
Cumprimento da amplitude			<u>3 cm</u>	<u>1,30 cm</u>	<u>1 cm</u>

6º Corda do violão (Aço)

	COMPRIMENTO DA CORDA	TENSÃO NA CORDA	FREQUENCIA 1º HARMONICO	FREQUENCIA 2º HARMONICO	FREQUENCIA 3º HARMONICO
	<u>84 cm</u>	<u>6,35 N</u>	<u>19,88 Hz</u>	<u>39,69 Hz</u>	<u>59,86 Hz</u>
Cumprimento da amplitude					

6º Corda do violão (Aço)

	COMPRIMENTO DA CORDA	TENSÃO NA CORDA	FREQUENCIA 1º HARMONICO	FREQUENCIA 2º HARMONICO	FREQUENCIA 3º HARMONICO
	<u>84 cm</u>	<u>9,15 N</u>	<u>23,11 Hz</u>	<u>46,8 Hz</u>	<u>69,98 Hz</u>
Cumprimento da amplitude					

CONCLUSÕES

- 1º: Quando o som é mais agudo a frequência é maior, e quando é mais grave a frequência é menor.
- 2º: Todos os harmônicos têm uma relação com o primeiro harmônico (harmônico principal); 1º segundo é o dobro do primeiro, o terceiro é o triplo do primeiro... Em relação as frequências.
- 3º: A amplitude do primeiro harmônico é maior, o segundo é menor do que o primeiro, o terceiro é menor do que o segundo... E isso se relaciona com a intensidade do som, por isso, só ouvimos os primeiros harmônicos.
- 4º: Mudando o tamanho e a tensão na corda muda-se a frequência dos harmônicos: maior comprimento de corda, menor frequência; Aumento da tensão aumenta a frequência.

Figura 4.16: relatório do uso do aparato do grupo II

Vemos que o grupo encontrou nas medidas dos parâmetros do aparato relações de volume sonoro, preocupando-se com medidas mais precisas, na casa dos centésimos, levando um tempo maior para a realização das medidas e a obtenção das conclusões. As tensões, usando um dinamômetro, na corda foram iguais ao do grupo I, bem como a trena usada para aferir comprimento da corda e amplitude. Abaixo mostramos fotos do grupo trabalhando.



Figura 4.17: explicação inicial do funcionamento do aparato



Figura 4.18: obtenção da frequência de 2º harmônico



Figura 4.19: medição da amplitude do 1º harmônico.



Figura 4.20: usando aplicativo de celular para achar as frequências dos harmônicos.

4.3. CONCLUSÃO E COMUNICAÇÃO ENTRE OS GRUPOS

No dia 12 de abril de 2018, na própria escola, das 15h às 17h, foi feita a última etapa da SEI Significativa: a reunião entre os grupos para debate e comunicação de suas conclusões. Houve intensas discussões dentro dos grupos e depois entre os grupos sobre os dados obtidos no aparato. Foi decidido, entre os próprios membros do grupo, como essa etapa seria conduzida: primeiro, uma relida dos dados obtidos por cada grupo; em seguida, cada grupo escolheria um aluno para vir ao quadro para comunicar o que foi decidido como importante; então, por fim, encontrar as respostas para os questionamentos principais. Ficou decidido também que uma aluna seria como uma “secretária”, escrevendo numa folha de caderno todas as conclusões dos grupos. A “secretária” escrevia na folha o que foi consenso entre os grupos, tendo o cuidado de organizar as idéias no sentido em que elas apareciam e eram concluídas. Essa parte da atividade também foi totalmente filmada e fotografada. Ao fim dos trabalhos, que passou das 17h, foi feita uma pequena comemoração. Os grupos é que organizaram tudo, e o professor-orientador ficou bastante impressionado com a interatividade entre os grupos, com a organização e a participação ativa e cativante, como mostram as fotos abaixo.

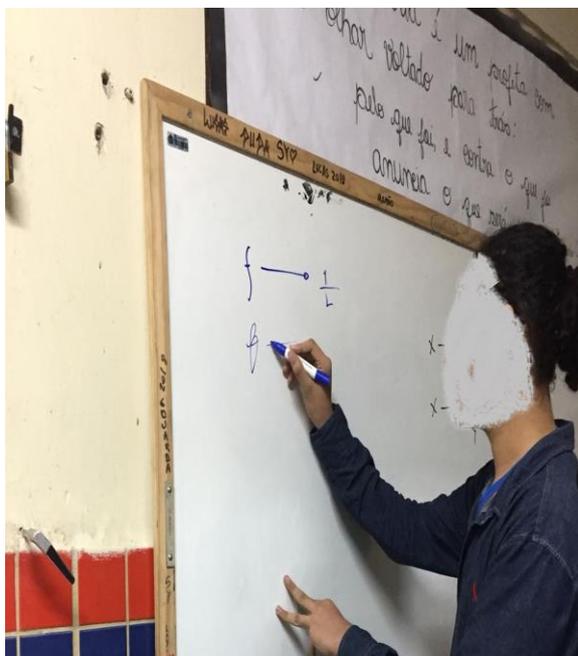


Fig. 4.21: aluno grupo I escolhido a ir ao quadro

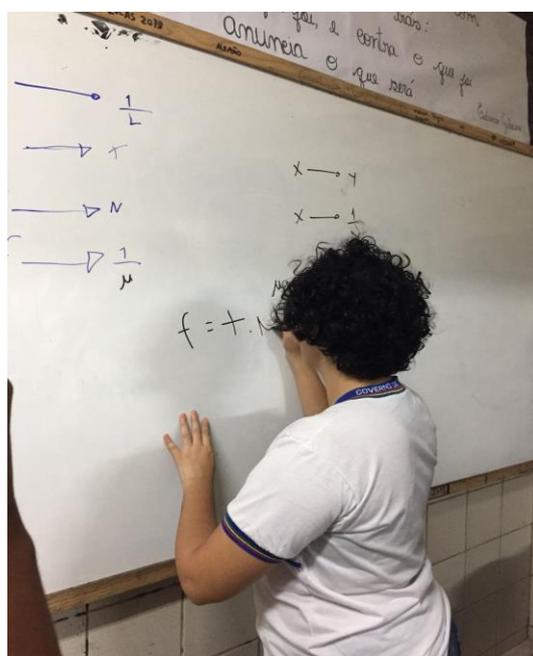


Fig. 4.22: aluna grupo II escolhida a ir ao quadro

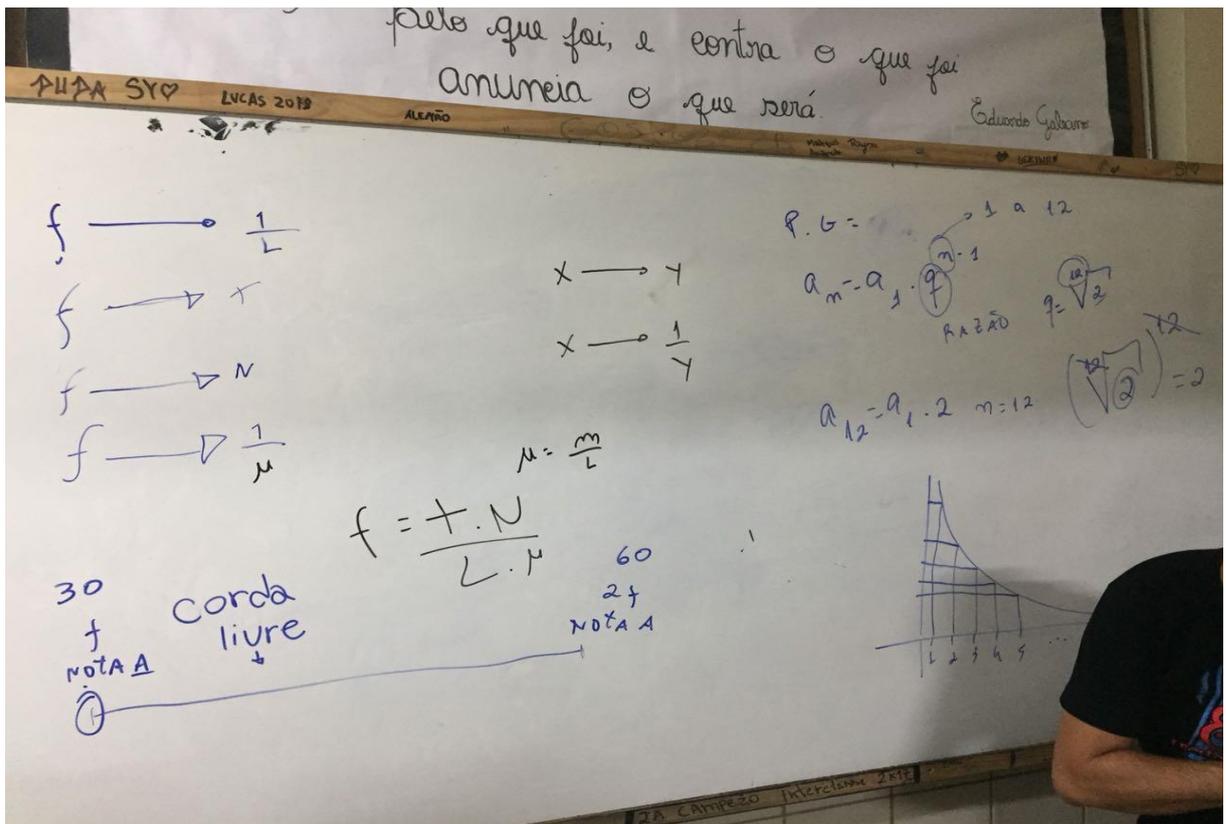


Fig. 4.23: quadro mostrando as conclusões obtidas da análise dos dados e das discussões dos grupos

O que é frequência?
 Aula (2) - com todos

12/04/2018

é cada subida e descida da corda por segundo. Agudo é frequência maior



$f \rightarrow T$

$$\mu = \frac{m}{L} \text{ - Grossura}$$

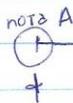
$f \rightarrow N$

$f \rightarrow Gr \left(\frac{1}{\mu} \right)$

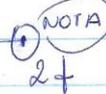
Achamos a frequência, o comprimento, a grossura e o número de harmônicos.

$$f = \frac{T \cdot N}{L \cdot \mu}$$

→ O Traste é p/ diminuir o comprimento da corda.



corda livre



NOTA - som produzido, agradável ao ouvido, que possui uma certa frequência.

→ Entre o do e o Ré existe outra nota (os sustenidos e os bemois)

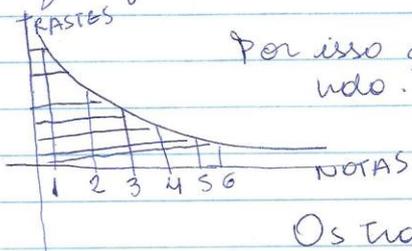
$$a_n = a_1 \cdot \left(\frac{q}{1} \right)^{n-1} \quad \downarrow a \downarrow 2$$

$$q = \sqrt[12]{2}$$

$$n = 12$$

$$a_{12} = a_1 \cdot 2 \quad \left(\sqrt[12]{2^{12}} \right)^{\downarrow 12} = 2$$

O gráfico de uma P.G.



Por isso que os Trastes vão diminuindo.

são relacionados

Os trastes são função PG (Progressão geométrica)



Fig. 4.24: anotações registradas pela "secretária"

4.4. DISCUSSÃO

A aula inicial mostrou a importância dos organizadores prévios como motivadores da busca de conhecimentos novos e despertadores da reflexão do próprio aluno sobre o que ele já sabe. Isso pode ser aquilatado pela quantidade de questionamentos surgidos durante essa aula, questionando até mesmo seus próprios conhecimentos prévios sobre o tema proposto. A aula tornou-se vibrante, centralizada no estudante, livre para questionamentos e participação voluntária dos alunos. A simples utilização do violão fez com que os estudantes se vissem na aula, enxergassem seu meio social representado, percebessem que o conteúdo trabalhado falava daquilo que estava presente, ou ao menos, era bem conhecido pelos alunos. Isso fez da aula uma prática de consciente busca de significados do senso comum já apreendido. A aula de física, ou de qualquer área das ciências da natureza, não pode ser uma prática morta, sem sentido e longe do contexto histórico, social e econômico do aluno. A aula consciente de ciências da natureza é também um processo democrático da própria construção do conhecimento científico. A investigação científica no ensino básico deve ser um dos caminhos para uma justiça social, posto que torna o cidadão que termina o ensino básico apto a tomar decisões político-econômicas de forma consciente. Conforme afirmam Delizoicov, Angotti e Pernambuco (2009, p. 34):

Em oposição à prática da ciência morta, a ação docente buscará construir o entendimento de que o processo de produção do conhecimento que caracteriza a ciência e a tecnologia constitui uma atividade humana, sócio-historicamente determinada, [...] submetidas à pressões internas e externas, com processos e resultados ainda pouco acessíveis à maioria das pessoas escolarizadas, e por isso passíveis de uso e compreensão acríticos e ingênuos [...].

A fase de problematização mostrou preocupações interessantes em cada grupo. Vemos que o problema do som produzido pelas cordas do violão prevaleceu entre os integrantes dos dois grupos. Isso reforça o fato de que aspectos que são relevantes para o estudante, que fazem parte, de alguma forma, do cotidiano do aluno, tem um potencial maior de serem significativos e estimulantes para o processo de ensino-aprendizagem. E o que a problematização mostrou é que a intenção dos alunos foi realmente compreender os processos físicos envolvidos na musicalização das cordas do violão. Isso faz com que o aprendizado deixe de ser puramente mecânico, e, com o interesse do aluno, passe a ser significativo. Como relatam Moreira e Masini (2009, p.23):

A outra condição traz implícito que, independentemente de quão potencialmente significativo seja o material a ser apreendido, se a intenção do aprendiz é, simplesmente, a de memorizá-lo arbitrariamente e literalmente, tanto o processo de aprendizagem como seu produto serão mecânicos ou sem significado [...].

O trabalho dos grupos no aparato mostrou a importância do trabalho experimental como a passagem da representação abstrata do conhecimento à manipulação de conceitos e variáveis. No ensino médio existe essa grande dificuldade “quando o objeto de estudo é mais abstrato, e as dificuldades surgem com a necessidade de recorrer a instrumentos que facilitem a representação daquilo que não pode ser visto” (POZO, CRESPO, 2009, p. 193).

Vimos que conceitos-chave em ondulatória e acústica, como frequência, comprimento de onda, amplitude, volume, intensidade sonora e harmônica, foram apreendidos de forma significativa e envolvente, quando os estudantes manipulam o aparato. Vimos a alegria no olhar de estudantes de entenderem concretamente o abstrato visto nas aulas teóricas. Deve-se ter o cuidado, no entanto, de deixar claro que a manipulação experimental na representação da realidade envolve várias simplificações. Não podemos dizer que o conhecimento científico advenha diretamente da manipulação pura, simples e acrítica de aparatos experimentais. As atividades manipulativas têm sua importância quando o manipulador do aparato tem consciência de seus atos e ações ao manipular e realizar o experimento. Pozo e Crespo (2009, p. 197) afirmam que

as leis físicas também estão baseadas em esquemas de quantificação que permitem estabelecer a relação entre as diferentes variáveis que intervêm no processo [...]. Mas, frente a isso, encontrarão dificuldades devido à tendência de interpretar os diferentes fenômenos em forma qualitativa ou, neste caso, de utilizar regras simplificadoras para reduzir a demanda do problema.

Portanto, as conclusões a que os grupos chegaram, ao manipularem as variáveis no aparato, descritas nas figuras 4.11 e 4.19, indicam que os estudantes foram capazes de acharem relações entre as variáveis estudadas e conceitos como volume à altura do som. Isso pode indicar que o aparato foi manipulado de forma consciente e crítica, tendo os grupos o cuidado em medir frequência, tensão na corda, etc, da forma mais precisa possível. É importante salientar que os grupos fizeram, desde a aula problematizadora até o trabalho com o aparato, pesquisas teóricas sobre som produzido por instrumentos de corda fixa, principalmente o violão, até escala musical temperada e sua relação com a matemática, interferência em ondas, harmônicos e ondas estacionárias. Isso denota que os estudantes se tornaram ativos na busca por respostas a seus questionamentos. Denota, igualmente, que os estudantes, quando motivados, podem ser agentes ativos e conscientes de sua própria aprendizagem.

O encontro de comunicação e conclusão, no qual os dois grupos debateram, entre si, os resultados encontrados separadamente, por meio das pesquisas e manipulação do

oscilador de Melde, foi extremamente proveitoso. Os estudantes, nesse encontro, chegaram a várias e interessantes conclusões:

1. Os estudantes conseguiram chegar a uma relação matemática entre a dependência da frequência na corda com tensão, número de harmônicos, comprimento e massa específica, relação essa mostrada na figura 4.34, qual seja:

$$f = \frac{T n}{L \mu}$$

Essa relação se aproximou bastante da relação cientificamente correta, mostrada na equação 40, qual seja: $f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$. Na sequência, como forma de promover a mudança

conceitual, fizemos a interpretação correta da equação surgida como resultado da investigação realizada, independentemente de nossa participação, pelos grupos, mostrando que a dependência da frequência se dá pela raiz quadrada da razão entre a tensão e a massa específica da corda. Contudo, tal conclusão, a que chegaram os estudantes, embora científica incompleta, aponta para a enorme potencialidade a que se pode oportunizar quando é dada liberdade para o pensar e o agir conscientes do estudante. Dessa forma, não podemos declinar da vontade de afirmar que eles produziram conhecimento, o que, além de nos deixar bastante felizes, denotou o crescimento alcançado enquanto investigadores em ciência.

2. Descobriram que os trastes no violão são usados para a diminuição do comprimento útil da corda oscilante, e que diminuindo o tamanho da corda que oscila, sua frequência de vibração aumenta, tornando o som mais agudo.

3. Descobriram que a frequência dos harmônicos depende sempre da frequência do primeiro harmônico, sendo múltiplo inteiro desta.

4. Descobriram que existe uma relação matemática entre o tamanho dos trastes e uma progressão geométrica. Isso foi pesquisado e descoberto pelo grupo I, por meio de pesquisas próprias, e comunicado ao grupo II no encontro de conclusão. Foi extremamente interessante ouvir o relato de como conseguiram encontrar uma relação matemática entre a escala temperada, com suas 12 notas, e a distância entre os trastes de um violão. Na figura 4.35 encontramos no quadro um gráfico feito pelos estudantes que explica essa relação, que foi anotada pela “secretária” na figura 4.34, que fazemos questão de reproduzir abaixo.

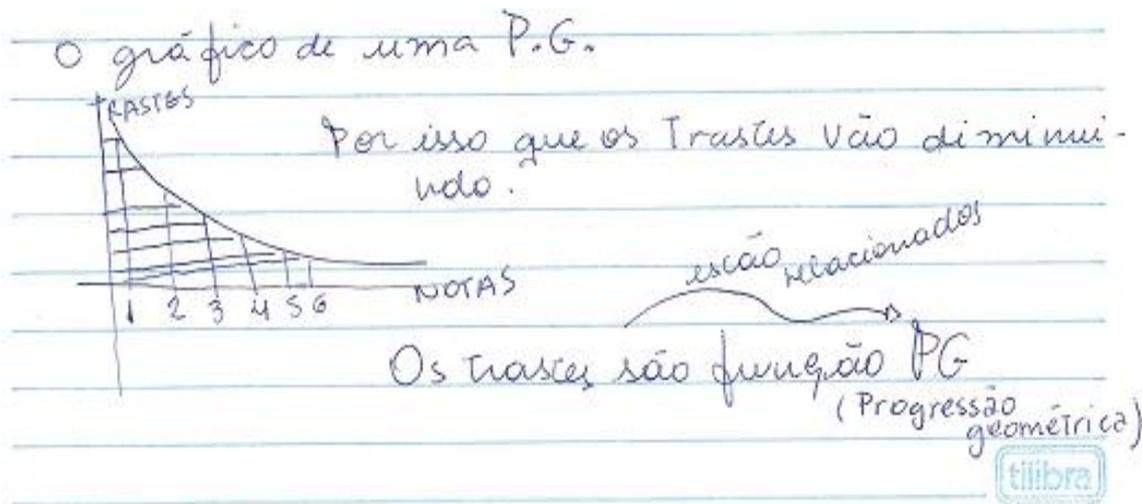


Fig. 4.25: parte das anotações da “secretaria”, mostrando a relação matemática traste-notas

Segundo Monteiro Júnior, Medeiros e Medeiros (2003, p.106):

[...] Podemos, então, dizer que a estrutura harmônica moderna é baseada neste padrão de intervalos, conhecido como escala temperada, ou escala cromática. A oitava e o intervalo de altura entre duas notas em que uma delas possui o dobro da frequência da outra. Assim, para construirmos a escala cromática, dividimos o intervalo de oitava em 12 partes, criando-se, então, doze intervalos iguais, chamados de semitons. Assim, a frequência de cada nota da escala cromática será $\sqrt[12]{2}$ vezes maior que a sua anterior, definindo, como dissemos acima, uma progressão de razão igual a $\sqrt[12]{2}$ [...].

No mesmo trabalho, os autores mostram uma fórmula para achar as frequências da escala cromática, qual seja:

$$a_n = a_1 \left(\sqrt[12]{2} \right)^{(n-1)}$$

Em que a_1 é a frequência da primeira nota da escala, qualquer que seja ela, e a_n é a frequência de qualquer nota posterior. Então, o gráfico montado pelos estudantes tem relação com a equação acima, ou seja, a diminuição da distância entre os trastes do violão faz com que o tamanho da corda dedilhada diminua cada vez menos, aumentando a frequência da nota produzida. Não podemos deixar de registrar que eles foram capazes até de construírem um gráfico representativo da relação entre a distância do rastilho até os trastes e a nota musical correspondente, como sendo a curva de uma progressão geométrica.

Por tudo o que foi visto e analisado acima, consideramos que, em relação à classificação, na atividade investigativa, da atuação do professor (P) e alunos (A), vista no quadro 1, os estudantes, ao final dos trabalhos, encontravam-se no estágio III. Coube ao professor a problematização inicial, ativando subsunçores relevantes para a continuação dos trabalhos. A construção de hipóteses sobre a problematização sugerida pelo professor ficou bastante atrelada à aula inicial do professor, junto a conhecimentos prévios já existentes na estrutura cognitiva dos alunos. Isso faz com que a construção de hipóteses tenha a participação tanto do professor, quanto dos alunos. O plano de trabalho e a obtenção de dados foram quase que totalmente planejado e obtidos pelos grupos. Os estudantes de cada grupo debateram entre si para determinar quais dados seriam importantes para a resolução das problematizações levantadas. Fizeram as medidas quase que totalmente independente do professor, analisando-as e tirando suas conclusões. Fizeram tabelas comparativas. A fase de conclusão e comunicação foi de intenso debate entre os grupos, que mostraram independência na busca de conhecimentos ao pesquisarem, sem a orientação do professor, a relação entre a escala cromática e uma progressão geométrica, fazendo no quadro até um gráfico de relação notas musical versus distancia entre os trastes. Apesar de terem cometido erros técnicos, como na obtenção da fórmula de frequência, consideramos um enorme passo feito pelos estudantes em sua análise do problema inicial.

CAPÍTULO 5: CONCLUSÃO

Começamos esse trabalho com várias lacunas, vários sentimentos de angústia, uma busca por liberdade, liberdade não só para nós, mas para ser compartilhada com nossos alunos. Libertar-se para libertar, e, assim, libertarmos, palavras belas e profundas do educador Paulo Freire. Sentimos que melhoramos. Sentimos que encontramos um caminho, e, ainda melhor, vimos que existem vários caminhos. Claro, não são fáceis de trilhar, exige dedicação, esforço, estudo, pesquisa, vontade. Mas a melhor notícia que encontramos, e que nos deixa feliz, é que existem caminhos, existem possibilidades.

Vimos o crescimento dos estudantes participantes desse projeto. Um crescimento em liberdade, em compreensão de que a informação em ciências da natureza, especificamente cordas oscilantes em instrumento musical – violão – é fascinante, bela e compreensível. Vimos a vontade dos estudantes em saber, em tentar compreender: por que a distância entre os trastes diminui no braço do violão? O que é afinar o violão? Existe uma escala musical que representa as notas em função da frequência e tamanho da corda? É maravilhoso ver que durante a aula, os estudantes se questionam, são ativos na produção do conhecimento. E o mais importante: os alunos sentem-se capazes de buscar, de produzir e de entender. Livram-se, assim, da simples memorização, de serem passivos diante do suposto detentor do conhecimento. Aqueles que antes viam na aula um fardo, um nada subjetivo e distante da realidade de cada um, agora sentem-se vivos no conhecimento produzido. E essa alegria em aprender física, em buscar novas informações relevantes e significativas, pode ser expandida para outras áreas além da ondulatória e acústica musical. Temos absoluta certeza de que o que fizemos é só uma pesquisa inicial, promissora, que pode ser expandida a outras áreas da física, ou das ciências da natureza. Um ensino significativo, libertador, consciente, usando o método da investigação aberta, crítica, questionadora, pode ser aplicado a outras áreas das ciências da natureza. E, em nossa modesta opinião, deve ser pesquisada, usada.

Como escrito no capítulo primeiro desse trabalho, praticávamos um ensino de física memorista, matematizado e descontextualizado. Fora assim que nos foi ensinado em nosso antigo ensino médio científico, e assim reproduzíamos em nossas aulas anos depois. Isso causava angústia e desmotivação, nossa e de nossos alunos. Tínhamos que fazer algo. Algo que para nós é tão belo, fascinante e motivador, que é o estudo da natureza, não podia ser tão desmotivador, sem sentido, “chato”, como os próprios estudantes sempre disseram. Claro que nos esforçávamos para fazer o melhor, para motivar, para que os estudantes

pudessem entender nossas aulas. Mas estávamos presos ainda ao passado. Errávamos sem querer. Tentávamos acertar usando o modo errado de ensinar, um modo que não correspondia mais à realidade, se é que algum dia correspondeu. Mas essa inquietação, essa vontade de acertar, essa angústia ao ver os resultados das avaliações, sempre nos fez questionar: falta algo. E buscamos as respostas, primeiro independentemente, depois na oportunidade que o Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF) nos trouxe. Dentro do MNPEF, pudemos nos aprofundar em áreas da física e entrar em contato com áreas da pesquisa em ensino de física. Foi extremamente importante para nossa mudança como professor de física e como pesquisador na área do ensino de física. Agora, sentimo-nos aptos à pesquisa em ensino de ciências, a aulas mais atrativas, motivadoras e significativas aos estudantes.

Vimos o crescimento dos estudantes em motivação, aprendizagem significativa - crítica e vontade de aprender mais. O conteúdo passou a ser parte integrante da realidade dos estudantes, e por isso tendo grande potencial de aprendizagem real e inclusiva. Os estudantes participantes desse projeto aprenderam a relacionar grandezas de forma empírica, a construir e ler dados e gráficos, a pesquisar a relação entre física, música e matemática. Aprenderam a trabalhar em grupo, trocando informação, debatendo o conteúdo. Aprenderam a obter dados por meio de atividades experimentais e a compreender e relacionar esses dados obtidos na busca de respostas às suas inquietações. O mais importante, em nossa visão, é que os alunos compreenderam que a ciência é um processo construído e em constante construção, e não algo acabado, já feito por “gênios”, que deve ser apenas decorado pelos estudantes.

O produto educacional proposto nesse trabalho é apenas uma dentre as várias possibilidades de se utilizar a teoria da aprendizagem significativa, o ensino por investigação e um aparato experimental de fácil manipulação e grande utilidade. Investigamos cordas oscilantes fixas e sua relação com instrumentos musicais, em ênfase no violão. Mas existem outras possibilidades de uso do aparato experimental por nós desenvolvido, tais como:

- Com a parte elétrica do aparato, como o amplificador, podem ser investigados temas, tais como a relação entre som, energia, potência e eletricidade.
- No alto-falante existe um ímã e uma bobina, o que permite a investigação em torno do eletromagnetismo e dos princípios de funcionamento do alto-falante e do

microfone. No primeiro, o sinal elétrico que gera a onda mecânica, enquanto no segundo, a onda mecânica que gera o sinal elétrico.

- Estudo da tensão na corda produzida pelos cadeados, identificando as forças presentes quando o aparato está em funcionamento. Isso seria uma ótima oportunidade do estudo de forças em corpos
- Pode-se investigar o uso de aplicativos grátis de celular para a materialização de conceitos de física; no nosso aparato, com o aplicativo por nós usado, ToneGen, é possível visualizar ondas transversais, e a relação entre frequência, amplitude, comprimento de onda e altura do som.

Como visto acima, as possibilidades do aparato são enormes, a depender de um planejamento do professor, imaginação e desejo de uma aula manipulativa, estimulante e atrativa.

Agradecemos, e muito, ao MNPEF por essa oportunidade de aprofundar os conteúdos e conceitos em física, e entrar em contato com teorias de aprendizagem e metodologias de aprendizagem em ciências da natureza, principalmente a física, que enormemente irão nos auxiliar para uma aula em que os estudantes tornem-se ativos, reflexivos, construtores de seu próprio conhecimento. Sentimo-nos, na visão freireana, libertados e libertadores, numa práxis humanizadora e transformadora. E, transformando-nos, transformamos, educando-educador, educador-educando.

REFERÊNCIAS

ABDOUNUR, O. J. **Matemática e música**: o pensamento analógico na construção de significados. 3 ed. São Paulo: Escrituras editora, 2003.

ARFKEN, GEORGE B; WEBER, HANS J. **Física Matemática**: Métodos Matemáticos para Engenharia e Física. São Paulo: Campus, 2007.

ALONSO, M.; FINN, E. J. **Física**: Um Curso Universitário, Volume 2 – Campos e ondas. São Paulo: Edgard Blücher, 1995.

CACHAPUZ, A. [et al.] (orgs). **A Necessária renovação do ensino das ciências**. São Paulo: Cortez, 2011.

CARVALHO, A. M. P. (org). **Ensino de ciências por investigação**: condições para implementação em sala de aula. São Paulo: Cengage Learning, 2013.

CARVALHO, A. M. P. Um ensino fundamentado na estrutura da construção do conhecimento científico. **Schème** – Revista eletrônica de psicologia e epistemologias genéticas, v. 9, número especial, 2017.

CARVALHO, A. M. P. [et al.] (orgs). **Ensino de Física**. São Paulo: Cengage Learning, 2010.

CATELLI, FRANCISCO; MUSSATO, GABRIEL A. As frequências naturais de uma corda de instrumento musical a partir de seus parâmetros geométricos e físicos. **Revista Brasileira de Ensino de Física**. v. 36, n. 2 – 2014.

CAVALCANTE, MARISA A.; PEÇANHA, RENATA; TEIXEIRA, ANDERSON DE CASTRO. Ondas estacionárias em cordas e determinação da densidade linear de um fio. **Revista Brasileira de Ensino de Física**. v. 35, n. 2 – 2013.

CÉSAR, JÚLIO; DOS SANTOS, FURTADO. **Aprendizagem significativa**: modalidades de aprendizagem e o papel do professor. Porto Alegre: Editora Mediação, 2011.

COELHO, FERNANDO O.; TONEGUZZO, LUIGI. Gerador de ondas estacionárias em uma corda. **Cad. Cat. Ens. Fís.**, Florianópolis, 7 (3): 227-231 , dez. 1990.

DELIZOICOV, D.; ANGOTTI, J. A.; PERNAMBUCO, M. M. Ensino de ciências: fundamentos e métodos: São Paulo: Cortez Editora, 368 p., 3 ed., 2009. ISBN 9788524908583.

DEMO, PEDRO; **Praticar Ciência: metodologia do conhecimento científico.** São Paulo: Editora Saraiva, 2011.

FOUREZ, GÉRARD. **Crise no Ensino de Ciências?** Revista Investigações em Ensino de Ciências, V-8 , pp 109-123, 2003.

FREIRE, PAULO. **Pedagogia do Oprimido**, 17^o Edição, Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1994.

FURASTÉ, PEDRO AUGUSTO. **Normas Técnicas para o Trabalho Científico**, Porto Alegre: Dáctilo Plus, 2014.

GRILLO, L. M; PEREZ, R. L. **Física e Música**, São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.

LEFRANÇOIS, G. R. **Teorias da aprendizagem.** São Paulo: Cengage Learning, 2008.

MARION, J. THORNTON, S. **Dinâmica Clássica de Partículas e Sistemas.** 5 ed. São Paulo: Cengage Learning, 2011. ISBN: 9788522109067.

MASINI, E. A. F.; MOREIRA, M. A. **Aprendizagem significativa: condições para ocorrência e lacunas que levam a comprometimentos.** São Paulo: Vetor Editora Psicopedagógica, 2009.

_____. **Aprendizagem Significativa: a teoria de David Ausubel.** São Paulo: Centauro Editora, 2009.

MONTEIRO JR, F. N.; MEDEIROS, A.J.; MEDEIROS, C.F. Matemática e música: as progressões geométricas e o padrão de intervalos da escala cromática. **Bolema** – Boletim de Educação Matemática, Rio Claro/SP, v. 20, p. 101-126, 2003.

MONTEIRO JÚNIOR, F. N. Somando funções trigonométricas: uma reconstrução didática do conceito de timbre a partir de duas experiências pedagógicas. **Bolema** – Boletim de Educação Matemática, Rio Claro/SP, n. 37, v. 23, 2010.

MONTEIRO JÚNIOR, F. N.; CARVALHO, W. L. P. O ensino de acústica nos livros didáticos de física recomendados pelo PNLEM: análise das ligações entre a física e o mundo do som e da música. **Holos**, ano 27, v. 1, 2011.

MOREIRA, M. A. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: EPU, 2011.

MOREIRA, M. A. Aprendizagem significativa em mapas conceituais. PPGEnFis/IF-UFRGS: **Textos de Apoio ao Professor de Física**, v. 24, n. 6, 2013.

MUNFORD, D.; LIMA, M. E. C. C. Ensinar ciências por investigação: em quê estamos de acordo? **Ensaio - Pesquisa em Educação em Ciências**, v. 9, n. 1, pp.89-111, 2007.

NUSSENZVEIG, M. **Física Básica 2**. São Paulo: Edgard Blicher, 2002.

POZO, J. I.; CRESPO, M. A. G. **A aprendizagem e o ensino de ciências: do conhecimento cotidiano ao conhecimento científico**. 5 ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

RODRIGUES, T. A.; BORGES, A. T. O ensino de ciências por investigação: reconstrução histórica. In: ENCONTRO DE PESQUISA EM ENSINO DE FÍSICA, 11., 2008, Curitiba: SBF, 2008.

SANTANA, M. F. **Aprendizagem significativa em David Ausubel e Paulo Freire: Regularidades e dispersões**. 2013. 83 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2013.

SASSERON, L. H. Alfabetização científica, ensino por investigação e argumentação: relações entre ciências da natureza e escola. **Ensaio - Pesquisa em Educação em Ciências**, v. 17, número especial, p. 49-67, novembro 2015.

SAVIANI, D. **Escola e democracia**. Campinas: Autores Associados, 2012.

TAVARES R. Aprendizagem significativa e o ensino de ciências, **Revista Ciência e Cognição**, v. 13, p 94-100, março 2008.

TRÓPIA, G. B. A. **Relações dos alunos com o aprender no ensino de biologia por atividades investigativas**. 2009. 202 f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2009.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Récherches en Didactique des Mathématiques**, 10 (23): 133-170, 1990.

VIEIRA, F. A. C. **Ensino por Investigação e Aprendizagem Significativa Crítica: análise fenomenológica do potencial de uma proposta de ensino**. 2012. 149 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências) – Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências, Bauru, 2012.

VILLELA, F. C. B.; ARCHANGELO, A. **Fundamentos da escola significativa**. São Paulo: Loyola, 2013.

WHELLER, G. F.; CRUMMETT, W. P. The vibrating string controversy. **American Journal of Physics**, 55, 33, 1987.

ZÔMPERO, A. F.; LABURÚ, C. E. Atividades investigativas no ensino de ciências: aspectos históricos e diferentes abordagens. **Ensaio - Pesquisa em Educação em Ciências**, v. 13, n. 03, p.67-80, set-dez 2011.

APÊNDICE - Resolução da Equação de Ondas Numa Corda Fixa

A análise da propagação de ondas em cordas é fundamental para entendermos o funcionamento de vários instrumentos musicais, tais como violino, violão, harpa, piano, etc. Proeminentes físicos e matemáticos, como D'Alembert (1717 – 1783), Euler (1707 – 1783), Daniel Bernoulli (1700 – 1782), dentre outros, participaram de uma contenda em torno da solução do problema da corda vibrante, disputa essa que levou a fundamentar as teorias do movimento ondulatório (MONTEIRO JR, 2010), sendo este episódio o primeiro a aplicar as leis de Newton a um corpo extenso. Tal contenda contribuiu tanto para o desenvolvimento da mecânica dos meios contínuos, quanto para o das equações diferenciais. Segundo Gerald Wheeler e William Crummett (WHEELER; CRUMMETT, 1987), este debate, ocorrido em meados do século XVII, concernente à solução mais apropriada para a clássica equação de onda, foi resolvido, parcialmente, por Lagrange (1736 – 1813), matemático italiano, e, mais conclusivamente, por Fourier (1768 – 1830), matemático e físico francês, quase cinquenta anos depois. Consiste num estudo de caso histórico da função da matemática na modelagem de fenômenos físicos, fortalecendo, igualmente, a ideia de condições de contorno.

Consideremos uma corda de comprimento L ao longo do eixo x , densidade linear de massa (massa por unidade de comprimento) μ , tensionada e levemente deslocada de sua posição de equilíbrio. A figura abaixo mostra a tensão em um pequeno pedaço da corda, que vai de x a $x + dx$:

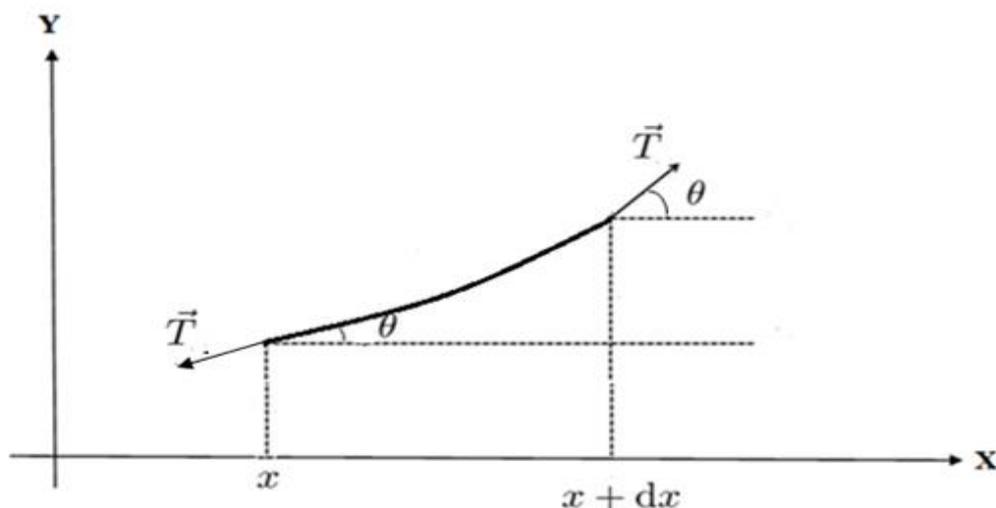


Figura 1: Tensão no elemento de corda.

O modelo físico é o seguinte:

- I. As vibrações ocorrem em um plano, com coordenadas (x, y) de modo que Y(x,t) seja a posição da corda no instante t;
- II. As vibrações são transversais, ou seja, as partículas da corda deslocam-se apenas na direção do eixo Y;
- III. A corda é flexível, o que faz com que a corda não ofereça resistência ao ser dobrada. Por isso, a força atuando na corda é sempre tangente à corda, chamada TENSÃO na corda.

Pela figura 1, θ é o ângulo entre a tangente à corda e o eixo 0x. Para $\theta \ll 1$, temos que $\sin \theta \approx \tan \theta$. Logo:

- a) A componente y da tensão no ponto x + dx é dada por:

$$T \sin \theta \quad (1)$$

Como θ é o ângulo entre a tangente à corda e o eixo 0x, a aproximação de pequenos deslocamentos implica $\theta \ll 1$, de modo que $\sin \theta \approx \tan \theta$. E $\tan \theta$ é o coeficiente angular do perfil da corda, sendo, portanto, $\frac{\partial Y}{\partial x}$. Logo, temos como componente y da tensão:

$$T \frac{\partial Y}{\partial x} \quad (2)$$

- b) A componente y da tensão no ponto x é análoga à tensão em x + dx, só que de direção contrária. Então:

$$- T \frac{\partial Y}{\partial x} \quad (3)$$

- c) Usando a 2ª Lei de Newton:

$$\vec{F}_r = m \cdot \vec{a}; \quad \Delta m = \mu \Delta x; \quad \vec{a} = \frac{\partial^2 Y(x,t)}{\partial t^2}$$

Temos que:

$$T \frac{\partial Y}{\partial x} (x + \Delta x, t) - T \frac{\partial Y}{\partial x} (x, t) = \mu \cdot \Delta x \frac{\partial^2 Y(x,t)}{\partial t^2} \quad (4)$$

Que também pode ser escrito na forma (para $\Delta x \neq 0$)

$$\frac{1}{\Delta x} \left[\frac{\partial Y}{\partial x} (x + \Delta x, t) - \frac{\partial Y}{\partial x} (x, t) \right] = \frac{\mu \partial^2 Y(x,t)}{T \partial t^2}$$

Para Δx infinitesimal, o termo da esquerda torna-se a derivada segunda da função Y em relação a x. Logo:

$$T \frac{\partial^2 Y(x,t)}{\partial x^2} = \mu \frac{\partial^2 Y(x,t)}{\partial t^2} \quad (5)$$

Esta é uma Equação Diferencial Parcial (EDP) linear de segunda ordem, e descreve as oscilações da corda elástica para as condições adotadas. Na EDP (5):

- I. O termo da esquerda representa a força vertical sobre elemento de corda dx ;
- II. O termo da direita é a aceleração vertical sobre elemento de corda dx .

Fisicamente, a equação (5) mostra que a aceleração da corda em cada ponto é proporcional à curvatura da corda naquele ponto. Então, levando em consideração a velocidade e a direção em que a corda está se movendo no momento:

- a) Pontos com concavidade para cima ($\frac{\partial^2 Y(x,t)}{\partial x^2} > 0$) tendem a se moverem para cima ($\frac{\partial^2 Y(x,t)}{\partial t^2} > 0$);
- b) Pontos de concavidade para baixo ($\frac{\partial^2 Y(x,t)}{\partial x^2} < 0$) tendem a se moverem para baixo ($\frac{\partial^2 Y(x,t)}{\partial t^2} < 0$).

Quando a corda é homogênea ($\mu_{(x)} \equiv \text{constante}$) e as vibrações são pequenas, $\theta_{(x,t)} \sim 0$ e, por consequência, $\cos \theta_{(x,t)} \sim 1$, e a força de tensão não varia com o tempo, temos que a velocidade de propagação na corda pode ser considerada constante. Comparando então a equação (5) com a equação de onda em uma dimensão, temos que a velocidade de propagação da onda na corda é dada por:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (6)$$

A equação das cordas vibrantes foi obtida pelo suíço Euler e pelo francês D'Alembert, por volta do ano 1750. Num curso de Física Matemática são apresentados vários métodos formais para a solução da equação de onda na corda. Nesse trabalho, vamos mostrar a solução geral obtida por D'Alembert em 1747. Para resolver essa EDP é preciso especificar as condições iniciais e de contorno. Para a corda de comprimento L , fixa nas duas extremidades, temos

$$Y_{(0,t)} = 0 \text{ e } Y_{(L,t)} = 0 \quad (7),$$

o que mostra que a corda não é livre: está presa às extremidades $x = 0$ e $x = L$. As condições iniciais devem especificar:

- I. As posições de todos seus pontos em $t = 0$
- II. As velocidades de todos os seus pontos em $t = 0$

Então:

$Y(x,0) = f_0(x) \rightarrow 0 \leq x \leq L$ define posição inicial da corda, enquanto que

$$\frac{\partial Y_{(x,0)}}{\partial t} = f_1(x) \rightarrow 0 < x < L \quad (8)$$

define a velocidade inicial da corda, onde $f_0(x)$ e $f_1(x)$ são funções que podemos escolher arbitrariamente.

Isso implica que a solução geral da equação de onda da corda unidimensional depende de duas funções arbitrárias. A solução geral dessa equação de onda unidimensional é a superposição de ondas progressivas propagando-se nos dois sentidos. Temos como problemas de valor inicial e de contorno:

- a) $c^2 \frac{\partial^2 Y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 Y(x,t)}{\partial t^2}, 0 < x < L, t > 0, c^2 = \frac{T}{\mu}$
- b) $Y(0,t) = Y(L,t) = 0$
- c) $Y(x,0) = f_0(x) \quad 0 \leq x \leq L$ posição inicial
- d) $\frac{\partial Y(x,0)}{\partial t} = f_1(x) \quad 0 < x < L$ velocidade inicial

Utilizando-se o método de separação de variáveis:

$$Y_{(x,t)} = X_{(x)} T_{(t)} \quad (9)$$

Essas funções, $X(x)$ e $T(t)$, devem satisfazer a equação de onda da corda e suas condições de fronteira. Logo, substituindo (10) na primeira condição de contorno:

$$\frac{X}{x} = \frac{1}{c^2} \frac{T}{T} = -\sigma \quad (10),$$

onde σ é uma constante, uma vez que cada membro é independente: variando x , t permanece constante, e vice-versa. Logo:

$$\begin{cases} \ddot{X} + \sigma X = 0 & (11) \\ \ddot{T} + c^2 \sigma T = 0 & (12) \end{cases}$$

Os possíveis valores de σ são dados pelas condições de contorno:

I. $Y(0,t) = X(0) T(t) = 0 \rightarrow X(0) = 0$

II. $Y(L,t) = X(L) T(t) = 0 \rightarrow X(L) = 0$, pois $T(t) \neq 0$

Chegamos ao seguinte problema: determinação dos valores de σ para os quais:

$$\begin{cases} \ddot{X} + \sigma X = 0 & 0 < x < L & (13) \\ X(0) = X(L) = 0 & & (14) \end{cases}$$

tenha solução $X(x) \neq 0$. Existem três possibilidades para σ :

1) $\sigma > 0$

A solução geral de (13) tem a forma de

$$X(x) = K_1 e^{\sqrt{\sigma}x} + K_2 e^{-\sqrt{\sigma}x}$$

Então o par (K_1, K_2) de constantes deverá ser solução do sistema:

$$\begin{cases} K_1 + K_2 = 0 \\ K_1 e^{\sqrt{\sigma}x} + K_2 e^{-\sqrt{\sigma}x} = 0 \end{cases}$$

A única solução é $K_1 = K_2 = 0$, o que torna $X \equiv 0$, o que não nos interessa.

2) $\sigma = 0$

A solução de (13) é da forma

$$X(x) = K_1 x + K_2$$

Logo, pelas condições de contorno, devemos ter: $K_2 = 0$ e $K_1 L + K_2 = 0$, o que implica que $K_1 = K_2 = 0$, o que torna $X \equiv 0$. O que também não nos interessa.

3) $\sigma < 0$

Fazendo a troca de variável $\sigma = -\beta^2$, a solução de (13) é

$$X(x) = K_1 \cos(\beta x) + K_2 \sin(\beta L), \text{ tal que } K_1 = 0 \text{ e } K_2 \sin(\beta L) = 0.$$

Não queremos $K_2 = 0$, logo $\sin(\beta L) = 0$. Então: $\beta L = n\pi$, $n = \pm 1, \pm 2, \dots$

Os valores de $-\sigma = \beta^2$:

$$\beta_n^2 = \frac{n^2 \pi^2}{L^2} \quad (15)$$

são denominados os valores próprios do problema, e as funções

$$X_{n(x)} = \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (16)$$

são chamadas funções próprias do problema. Então, a cada σ_n , a solução de (12) é:

$$T_{n(t)} = a_n \cos\frac{n\pi ct}{L} + b_n \sin\frac{n\pi ct}{L} \quad (17)$$

onde a_n e b_n são constantes arbitrárias.

Como $\mathbf{Y}(\mathbf{x},\mathbf{t}) = \mathbf{X}(\mathbf{x}) \mathbf{T}(\mathbf{t})$, temos que a solução para a equação de onda numa corda fixa é:

$$Y_{n(x,t)} = a_n \sin\frac{n\pi ct}{L} \sin\frac{n\pi x}{L} + b_n \cos\frac{n\pi ct}{L} \sin\frac{n\pi x}{L} \quad (18)$$

Estas funções são chamadas MODOS NORMAIS DE VIBRAÇÃO e $\frac{n\pi x}{L}$ são as frequências normais de vibração.

A solução (18) da EDP (5) possui funções que representam ondas estacionárias, pois:

1. Para x tal que $\frac{n\pi x}{L} = K\pi$ temos que $x = \frac{KL}{n}$, $K = 0, 1, 2, \dots, n$. Temos $\sin\frac{n\pi x}{L} = 0$, então estes pontos permanecem parados. São os nós da onda estacionária.

2. A função $Y_{n(x,t)}$ é o enésimo HARMÔNICO ou enésima TÔNICA. Fazendo

$\alpha_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ e $\theta_n = \arctan\frac{a_n}{b_n}$, escrevemos $Y_{n(x,t)}$ como:

$$Y_{n(x,t)} = \alpha_n \sin\left(\frac{n\pi ct}{L} + \theta_n\right) \sin\frac{n\pi x}{L} \quad (19)$$

Para t fixo, temos uma senóide. A figura abaixo mostra a onda fundamental e seus dois segundos harmônicos, para $n = 2$ e 3 e t fixo.

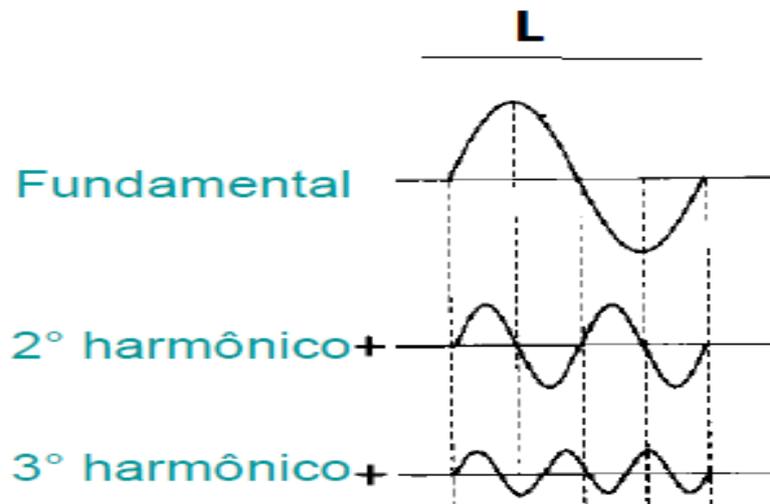


Figura 2: conteúdo harmônico em uma corda oscilante. Retirado de <https://brasilecola.uol.com.br/fisica/onda-periodica-sua-equacao.htm>, acessado em 20/01/2018

Temos, ainda, as seguintes considerações importantes:

I. Considerando os valores de t tais que $\frac{n\pi ct}{L} + \theta_n = k\pi$, $K = 0, 1, 2, 3, \dots$ a corda passa

pela posição de equilíbrio. Logo $\frac{\partial Y_n(x,t)}{\partial t}$ é máxima.

II. Considerando os valores de t tais que $\sin\left(\frac{n\pi ct}{L} + \theta_n\right) = \pm 1$, a corda está maximamente

desviada de sua posição de equilíbrio e $\frac{\partial Y_n(x,t)}{\partial t}$ é mínima.

III. O movimento em cada x da corda obedece à senóide de seguinte características:

Amplitude : $\alpha_n \sin \frac{n\pi x}{L}$

Período : $T_n = \frac{2L}{nc}$

Frequência : $f_n = \frac{nc}{2L}$

Vê-se que esses parâmetros são dependentes do enésimo harmônico, especialmente a frequência dos modos normais de vibração sendo múltiplos de sua frequência tônica, $n = 1$

Quando uma corda elástica com extremos fixos vibra, seu movimento será a SUPERPOSIÇÃO de vários movimentos individuais, como mostrado na figura abaixo, que mostra a onda resultante a partir das ondas componentes 1, 2, 3 e 4.

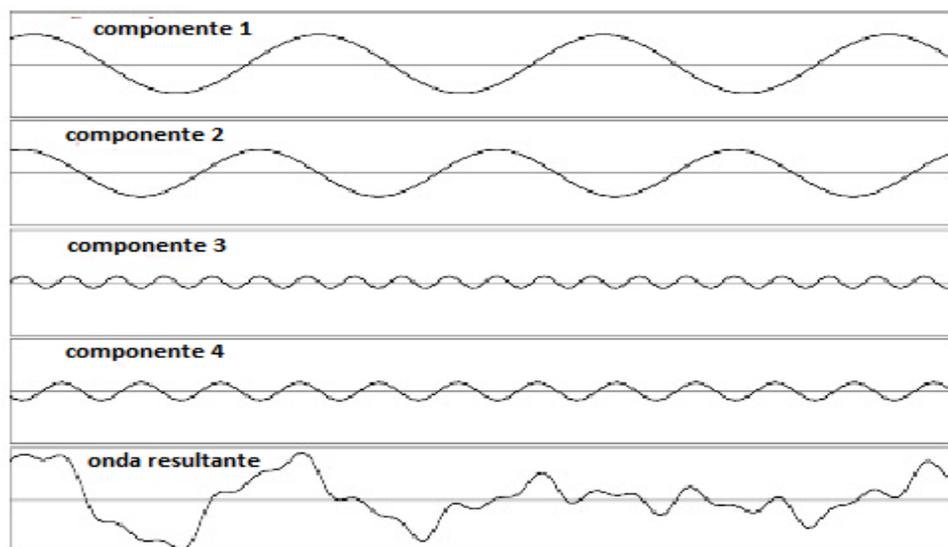


Figura 3: Superposição de ondas. Retirado de https://www.if.ufrgs.br/novocref/uploads/images/swell_.jpg, acessado em 30/01/2018

Estes fenômenos periódicos envolvendo ondas são bem descritas por funções periódicas. A análise de Fourier (1768 – 1830), matemático francês, nos trouxe ferramentas matemáticas para resolver EDP com condições de contorno periódicas, além de encontrar a solução de ondas complexas geradas por superposição. Uma Série de Fourier é definida como uma expansão de uma função ou representação de uma função em uma série de senos e cossenos, tal como:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx \quad (20)$$

Os coeficientes a_n e b_n estão relacionados à função periódica $f(x)$ por integrais definidas. Esses coeficientes podem ser construídos para uma grande variedade de funções, incluindo algumas funções descontínuas, desde que tenham um número finito de descontinuidades e valores extremos, máximos e mínimos, no intervalo $[0, 2\pi]$.

Os coeficientes são dados por:

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos nx \, dx$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin nx \, dx$$

Dessa forma, a soma infinita das soluções da equação de onda para uma corda fixa também será solução dessa equação, satisfazendo as condições iniciais.

Temos então:

$$Y_{n(x,t)} = \sum_{n=1}^N \left[a_n \sin \frac{n\pi ct}{L} \sin \frac{n\pi x}{L} + b_n \cos \frac{n\pi ct}{L} \sin \frac{n\pi x}{L} \right]$$

Retomando a condição inicial $Y_{(x,0)} = f_{0(x)}$ então :

$$Y_{(x,0)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \sin \frac{n\pi c0}{L} \sin \frac{n\pi x}{L} + b_n \cos \frac{n\pi c0}{L} \sin \frac{n\pi x}{L} \right]$$

Que faz: $f_0(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{n\pi x}{L}$ e $\frac{\partial Y_{(x,0)}}{\partial t} = f_1(x)$

Então:

$$Y_{(x,0)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \frac{n\pi c}{L} \cos \frac{n\pi c0}{L} \sin \frac{n\pi x}{L} \sin \frac{n\pi x}{L} - b_n \frac{n\pi c}{L} \sin \frac{n\pi c0}{L} \sin \frac{n\pi x}{L} \right] \quad (21)$$

$$f_1(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{n\pi c}{L} \sin \frac{n\pi x}{L}$$

Os coeficientes a_n e b_n são dados por:

$$a_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin \frac{n\pi x}{L} dx$$

$$b_n = \frac{2}{n\pi c} \int_0^L g(x) \sin \frac{n\pi x}{L} dx$$

Que são os coeficientes da Série de Fourier para uma grande variedade de funções $f(x)$ e $g(x)$

Existe ainda o caso de ondas que se propagam em direções opostas. Se essas ondas são idênticas, ou seja, de mesma amplitude e frequência, forma-se um padrão como discutido abaixo:

Uma solução da EDP (5) é do tipo:

$$Y_{(x,t)} = A \sin \left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda} \right) = A \sin(\omega t - kx) \quad (22)$$

Com K sendo o número de onda, ω é a frequência angular, λ é o comprimento de onda, T o período e A amplitude da oscilação. Verificamos, de (5), imediatamente que:

$$V = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k}.$$

Se a corda é fixa nas duas extremidades, a perturbação é refletida nas duas extremidades e num determinado ponto da corda, num determinado instante, terá a superposição das perturbações em sentidos opostos. Se não houver atenuações da amplitude, teremos:

$$\begin{cases} Y_1(x,t) = A \sin(\omega t - kx) \\ Y_2(x,t) = A \sin(\omega t + kx) \end{cases}$$

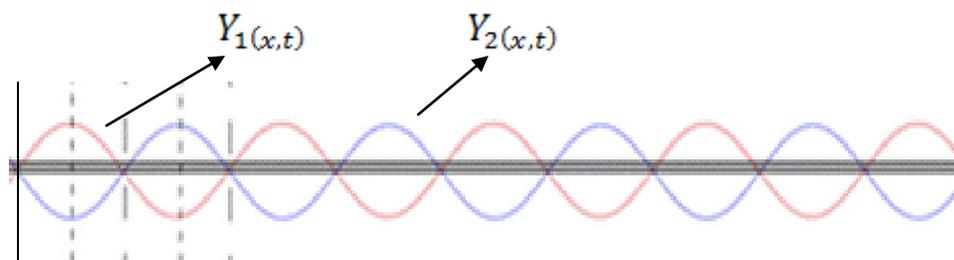


Figura 4: padrão de superposição de ondas numa corda fixa. Retirado e adaptado de http://macao.communications.museum/images/exhibits/2_11_0_1_por.png, acessado em 29/01/2018

A onda resultante é a soma algébrica das ondas $Y_1(x,t)$ e $Y_2(x,t)$, que também será solução da EDP (6). Então: $Y_{(x,t)} = Y_1(x,t) + Y_2(x,t)$. Logo:

$$Y_{(x,t)} = A \sin(\omega t - kx) + A \sin(\omega t + kx)$$

Usando a relação trigonométrica $\sin A + \sin B = 2 \sin\left(\frac{A+B}{2}\right) \cos\left(\frac{B-A}{2}\right)$, temos a forma da equação (38) como:

$$Y_{(x,t)} = 2A \sin(kx) \cos(\omega t) \quad (23)$$

A equação (23) é a equação de ONDAS ESTACIONÁRIAS e possui duas características importantes:

I. Para um determinado instante de tempo fixo, a corda apresenta a forma de uma senóide, como vemos abaixo.

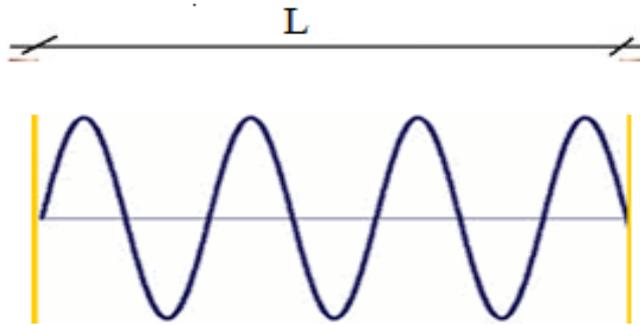


Figura 5: forma da corda para t fixo. Retirado e adaptado de <https://social.microsoft.com/Forums/getfile/25849/>, acessado em 30/01/2018

II. Se fizermos um filme das oscilações da corda e sobrepusermos as imagens, obteremos a figura como mostrada abaixo.

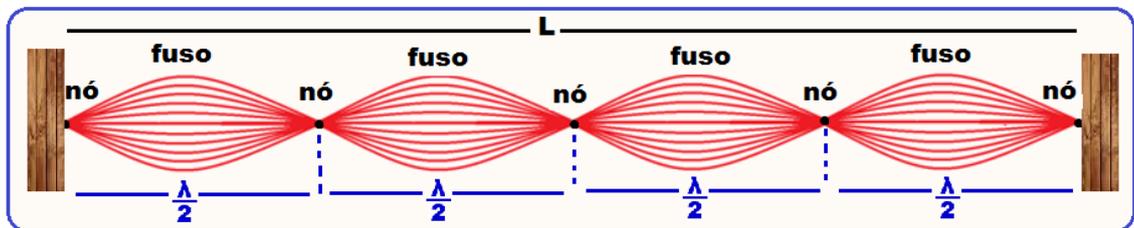


Figura 6: modos de vibração da corda fixa. Retirado de http://fisicaevestigular.com.br/novo/wp-content/uploads/migracao/ondulatória/cordas/i_469b94010b66ffa8_html_556537fa.png, acessado em 01/02/2018

A equação (23) nos mostra que nas posições de amplitude nula (nó), temos que $kx_n = \pi n$, $n = 0, 1, 2, \dots$. Como a amplitude de oscilação é nula, temos que $x_n = \frac{\lambda n}{2}$.

Quando $kx_n = \frac{n\pi}{2}$, $n = 0, 1, 2, \dots$ temos os pontos de antinodo (fuso), em que a amplitude é máxima, ou seja, $2A$.

Podemos verificar também que as frequências dos modos de vibração da corda são dadas por:

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (24)$$

em que T é a tensão aplicada na corda, μ a densidade de massa por unidade de comprimento.

Dessa forma, $f_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$, $n=1$ será o modo fundamental de oscilação (1º Harmônico). Os outros modos de vibração serão múltiplos de f_1 , como mostra a figura abaixo.

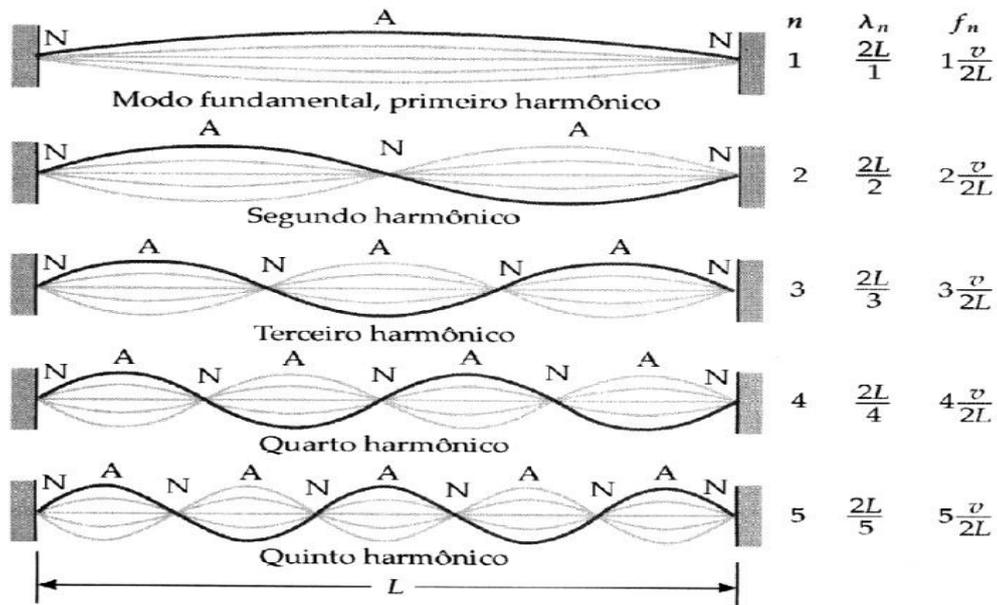


Figura 7: modos normais de vibração de uma corda fixa. Retirado de <http://www.ebah.com.br/content/ABAAAg-oYAG/fisica-experimental-cordas-vibrantes>, acessado em

01/02/2018